

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кузбасский научный центр Сибирского отделения
Международной академии наук высшей школы

**МАТЕРИАЛЫ ДЕВЯТНАДЦАТОЙ
НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
ПО ПРОБЛЕМАМ МЕХАНИКИ
И МАШИНОСТРОЕНИЯ**

Под редакцией профессора Л.Т. Дворникова
и доцента И.А. Жукова

Новокузнецк
2009

УДК 621.01; 622.233

М34

М34 Материалы девятнадцатой научно-практической конференции по проблемам механики и машиностроения / Под ред. Л.Т. Дворникова и И.А. Жукова; Сиб. гос. индустр. ун-т. – Новокузнецк, 2009. – 142 с.

Представлены сделанные на XIX научно-практической конференции доклады о результатах научных исследований, проведенных сотрудниками кафедры теории механизмов и машин и основ конструирования и других кафедр СибГИУ, а также специалистами стран ближнего зарубежья: Казахстана и Киргизии. Излагаются новые элементы теории структуры механических систем, проблемы кинематического анализа и синтеза механизмов, горных и металлургических машин, а также вопросы взаимодействия бурового инструмента с горной породой.

Материалы могут быть полезными для инженеров и аспирантов машиностроительного и горного профиля.

СОДЕРЖАНИЕ

Дворников Л.Т. Исходные положения и методические основы структурного синтеза полного многообразия кинематических цепей машин	5
Степанов А.В. Анализ имеющихся теоретических оснований к решению задач компьютерного синтеза структур механизмов.....	19
Дворников Л.Т., Гудимова Л.Н. Шестизвенные плоские группы звеньев нулевой подвижности	26
Доронин В.И., Дворников Л.Т., Стариков С.П. Кинематическое исследование шестизвенной группы Ассура с двумя четырехугольными замкнутыми изменяемыми контурами графо-аналитическим методом	36
Попугаев М.Г., Дворников Л.Т. К вопросу о структурном синтезе трехзвенных механизмов.....	42
Гудимова Л.Н., Попугаев М.Г. Синтез трёхзвенных механизмов нулевого семейства	52
Гнездилов В.К., Дворников Л.Т. Анализ кинематических схем пространственных винтовых механизмов четвертого семейства.....	58
Дмитриев В.В. Сложные зубчатые механизмы, как аналоги плоских кинематических цепей с высшими кинематическими парами ..	64
Дворников Л.Т., Жуковский Н.С. Адаптированный перевод с немецкого языка статьи: Martin Grübler «Allgemeine Eigenschaften der zwangläufigen ebenen kinematischen Ketten», изданной в Лейпциге в 1883г.....	73
Биктимиров Д.Р. Постановка задач проектирования механизмов с подвижными приводами и их особенности.....	96

Куклин С.А. Относительное движение в плоских кинематических парах	103
Ибнотминова С.Л. Использование векторных функций и дифференциальных характеристик в автоматизации процессов механической обработки	111
Воскресенский В.А. Энергия удара поршня паровоздушного молота о предохранитель при аварийном разрушении штока	115
Жуков И.А. Вывод уравнения продольных колебаний с учетом трехмерности распространения волн деформаций при соударении стержней	121
Жуков И.А., Цвигун В.Н. О результатах экспериментального исследования разрушения горной породы ударными воздействиями	125
Куклин С.А. Формализация определения коэффициентов динамичности (K_{HV} , K_{FV}) при расчете зубчатых передач	138

ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА ПОЛНОГО МНОГООБРАЗИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МАШИН*

Дворников Л.Т.

В последние годы на мировых конгрессах по теории механизмов и машин, на внутренних (Россия) научных конференциях при формировании тематики обсуждаемых задач редко ставятся проблемные вопросы синтеза структур механических систем. Подразумевается при этом, видимо, что все эти задачи являются уже достаточно хорошо разработанными и даже завершенными. Однако такое мнение является ошибочным. На текущий 2008 год нет никаких объективных оснований утверждать, что теория синтеза структур механических систем вполне разработана и может считаться для ученых завершенной.

Даже беглый анализ результатов исследований, выполненных к настоящему времени в обозначенном направлении, показывает, что большинство из них (числом более тысячи) носили в основном описательный, часто случайный, фрагментарный характер и не основывались на серьезных фундаментальных научных положениях.

Углубленный анализ научного наследия, оставленного академиком И.И. Артоболевским в теории механизмов и, в частности в теории их структуры (более авторитетного специалиста в ТММ в настоящее время назвать затруднительно), убедительно свидетельствует о том, что такая теория не только не создана, она даже не была отчетливо сформулирована и не содержала каких-либо четких идей, определяющих ее магистральное направление. Чтобы ликвидировать этот пробел, попытаемся обозначить как первостепенные и насущные не требующие отлагательств задачи теории структуры кинематических цепей и разовьем их на просматриваемую перспективу. Именно этой теме посвящен мой настоящий доклад, который был озаглавлен как «Исходные положения и методические основы структурного синтеза полного многообразия кинематических цепей машин».

Поводов для написания такого доклада, можно назвать, по меньшей мере, пять.

* Доклад, прочитанный на научном семинаре кафедры ТММ и ОК, СибГИУ, 26.09.2008г.

Первый: Ровно 15 лет тому назад в МВТУ им. Баумана в журнале Известия Вузов «Машиностроение», №3 за 1993г. была опубликована научная статья, которая называлась «Новые формализации в структуре механизмов». Эта статья была написана мною. В ней впервые была доведена до сведения читателей так называемая универсальная структурная система кинематических цепей, которая будет подробно описана ниже.

Второй: Дальнейший десятилетний опыт использования универсальной структурной системы, приобретенный научным коллективом, сложившейся в СибГИУ научной школы по структурному синтезу кинематических цепей, позволил ввести в виде классификационных параметров ряд, в том числе принципиально новых характеристик цепей, которые в своей совокупности оказались достаточными для идентификации – опознания отличающихся между собой цепей.

Третий: Пять лет тому назад мною же была написана статья, которая называлась «Опыт структурного синтеза восьмизвенных механизмов». Она была издана в Санкт-Петербургском государственном техническом университете (СПбГТУ), в журнале «Теория механизмов и машин» №2 (4), том 2, 2004 год. В указанной статье на конкретном примере было показано, что решение задач синтеза структур механизмов поддается строгому алгоритму, позволяющему описывать и строить все многообразие кинематических цепей, соответствующих заданным условиям.

Четвертый: Уже в текущем 2008 году автором была сформулирована новая идея – идея разделения всего многообразия механизмов на подсемейства. Хорошо известно, что существует всего пять семейств механизмов, это положение было обосновано в свое время академиком И.И. Артоболевским. Теперь возникла надобность дифференциации механизмов внутри семейств. Оказалось, что в зависимости от видов используемых в цепях кинематических пар существует 57 подсемейств механизмов.

Пятый: В последние годы стала отчетливо ясной возможность использования для синтеза структур кинематических цепей компьютерных технологий, что позволяет не только существенно упростить все процедуры, но и гарантировать исключение ошибок и случайных, неработоспособных схем.

После того как стало все перечисленное понятным, возникла мысль о реальности автоматизированного нахождения многообразия структур механизмов по известным четким алгоритмам. Именно об

этом я и намерен сообщить сегодня. Представляется, что в результате такой работы, если она осуществится, могут появиться своды, кадастры, альбомы кинематических цепей механизмов, включающие в себя все мыслимое многообразие механизмов, какое может создать человек. Далее такое произведение будем называть «Энциклопедией», имея в виду, что под энциклопедией буквально понимается «научное справочное издание, дающее систематическую совокупность сведений в одной какой-либо отрасли знаний». Такую энциклопедию, прежде всего, можно ограничить неким заданным числом звеньев, а затем развивать ее увеличением чисел звеньев. Нет сомнений в том, что такая задача исследователям вполне по силам и, что рано или поздно она обязательно будет решена. Конечно, может возникнуть вопрос, а нужны ли сегодня такие кадастры – энциклопедии?

Чтобы ответить на этот вопрос обратимся к истории. Впервые к обобщениям по машинам и механизмам в 200 году до н.э. обратился Архимед. Он первым сумел описать все так называемые простые механизмы. Таких отличающихся простых механизмов было найдено пять: ворот, винт, рычаг, клин и наклонная плоскость. Архимед не только описал их, но и сумел разработать их теорию. В результате все эти машины начали применяться очень широко в технике того времени и вообще в практике. Это был первый опыт обобщений по машинам.

Спустя 200 лет к подобному вопросу обратился римский ученый Марк Ветрувий. Он был известным архитектором и инженером. В первом веке н.э. он написал десять книг по архитектуре. Десятая книга целиком была посвящена машинам. Кстати, именно Ветрувий первым дал определение машине.

Следующей серьезной вехой в изучении машин было издание в 1725 году Якобом Лейпольдом энциклопедического произведения, названного им «Театром машин». Оно состояло из 9 томов. Сам Лейпольд успел издать семь томов, последующие два тома издали его ученики.

В девятнадцатом веке к подобным исследованиям не обращались.

Сравнительно недавно, в советское время, под редакцией профессора С.Н. Кожевникова была издана книга – «Механизмы» (издание 1965г.), где на каждой из страниц приводятся по несколько схем механизмов самого различного назначения.

Спустя пять с небольшим лет, в 1971г. академик И.И. Артоболевский, – ученый, имеющий мировую известность, создал капитальный труд «Механизмы в современной технике» в семи томах. На каждой странице этих томов описывается по одному – два механизма. Внимание на этом акцентируется мною потому, что и С.Н. Кожевников и И.И. Артоболевский были крупными специалистами в области структуры механизмов. Например, Кожевниковым была издана книга «Основы структурного синтеза механизмов», а Артоболевский был автором нескольких изданий учебника «Теория механизмов и машин», большая часть которого посвящалась структуре механизмов. Характерным для названных выше энциклопедических изданий было то, что ни в книге С.Н. Кожевникова «Механизмы», ни в семитомнике И.И. Артоболевского теория структуры как основа синтеза цепей использована не была, т.е. на нее даже не было ссылок. Эти книги создавались путем поиска различных конкретных схем, в том числе изобретений, их систематизации и расположения в определенном порядке. Можно назвать парадоксом то, что, зная теорию структуры механизмов, являясь авторами такой теории, они сами не воспользовались ею, чтобы синтезировать и систематизировать механизмы. Из изложенного выше можно сделать ряд выводов. Первый – проблема в систематизации машин всегда была важной для человечества – от Архимеда и до наших дней. Второй – все систематизации машин носили описательный характер, в них приводились те машины, которые уже были созданы и, в лучшем случае, объяснялся принцип их действия. Третий – все эти описания не следовали никаким теоретическим посылам. В них не излагалось научных путей структурного совершенствования машин.

Тем не менее, приобретенный опыт показывает, что необходимость создания развернутой энциклопедии механизмов не теряет актуальности. Названными выше книгами пользуются не просто из любопытства, они совершенно необходимы инженерам и ученым и ими будут пользоваться всегда. А потому, если только появятся некие новые энциклопедии машин, которые будут содержать продуманную систему их построения, а, тем более, в электронном виде, т.е. когда инженер сможет простым нажатием клавиши компьютера вызывать нужную конструкцию, а потом и использовать её, – это будет прорывом в техническом прогрессе общества. Эти энциклопедии могли бы быть обогащены ещё методами кинематических и динамических ис-

следований каждой из схем, т.е. стали бы материалом быстрого совершенствования машиностроения. У меня создалось мнение, что наш (Новокузнецкий) научный коллектив, вообще говоря, в состоянии хотя бы начать решать такую проблему – проблему создания единой энциклопедии механизмов. В основе создания энциклопедии должна лежать система отработанных алгоритмов. Представляется, что такой подход в целом ясен уже сегодня. И он может быть плодотворно развит. Наша школа к настоящему времени включает в себя многих вполне подготовленных исследователей по рассматриваемой проблеме. Требуется лишь консолидация их усилий на отчетливо сформулированном направлении. Именно об объединении наших сил есть надобность начать говорить сегодня. Прежде чем сформулировать задачи предстоящих исследований, необходимо хотя бы кратко изложить сущность работ, выполненных до настоящего времени в рассматриваемом направлении.

Первым, кто внес большой, а скорее даже основополагающий вклад в теорию структуры механизмов, был Пафнутий Львович Чебышёв. Он в 1869 году сумел опубликовать простую по своему строению, но исключительно содержательную для практики формулу – формулу определения подвижности механизма при известных числах его звеньев n (у Чебышева m) и шарниров (кинематических пар p_5 (у Чебышева $(p+v)$). Эта формула была записана в виде $3m-2(p+v)=1$, где под p понимались шарниры неподвижные, соединяющие звенья со стойкой, а под v - подвижные шарниры. В настоящее время эта формула записывается в виде

$$W=3n-2p_5, \quad (1)$$

где W – подвижность цепи.

Вторым в этом ряду следует назвать немецкого ученого Мартина Грюблера, который в 1883г. со ссылкой на П.Л. Чебышева создал метод синтеза цепей, позже названных его именем. Из цепей Грюблера оказалось возможным создавать механизмы различной структуры. Этот результат имел огромное значение для машиностроения того времени. И по сей день Грюблер числится классиком теории структуры механизмов в Европе и за её пределами.

Его формула подвижности имела вид

$$3n-2p_5 = 4, \quad (2)$$

где 4 – означала возможность движения всей цепи в плоскости и одно внутреннее движение между звеньями цепи. Формула Грюблера (2)

сопровождалась двумя дополнительными формулами для независимого расчета числа кинематических пар цепи

$$2p_5 = 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + \dots \quad (3)$$

и числа звеньев цепи

$$n = n_2 + n_3 + n_4 + \dots \quad (4)$$

В этих формулах n_i – есть число i – парных звеньев, а именно, n_2 – двухпарных, n_3 – трехпарных и т.д.

Следующим должен быть назван российский ученый Л.В. Ассур, который в 1914-1916 годах предложил создавать механизмы путем наслаивания на ведущее звено таких кинематических цепей, которые обладают нулевой подвижностью. Позже эти цепи стали называть группами Ассура. Возникла проблема поиска групп Ассура, которая получила серьезное практическое значение. Позже (в 1951г.) внес свой вклад в разработку методов построения отличающихся групп Ассура проф. Г.Г. Баранов, введя понятие так называемых «ферм Баранова».

Спустя чуть более 10 лет после Ассура, в 1923г. появилось важное научное исследование профессора Томского политехнического института А.П. Малышева «Анализ и синтез механизмов с точки зрения их структуры», которое было замечено учеными и широко цитируется до настоящего времени. В этой работе Малышев вывел структурную формулу для определения подвижности пространственных механизмов

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (5)$$

где под p_i – обозначены числа одноподвижных (p_5), двухподвижных (p_4), трехподвижных (p_3), четырехподвижных (p_2) и пятиподвижных (p_1) кинематических пар. Практика однако показала, что формула Малышева не может быть применена к любым кинематическим цепям. Требовалось обосновать область ее использования.

Существенно дальше в формальном изучении структур механизмов продвинулся в 1936-1939 годах профессор В.В. Добровольский. Ему удалось вывести названную позже универсальной формулу подвижности, введя в нее новый параметр (параметр Добровольского), обозначенный им буквой m ,

$$W = (6 - m)n - \sum_{k=5}^{k=m+1} (k - m)p_k. \quad (6)$$

Этот параметр определял число общих, наложенных на всю кинематическую цепь условий связи от нуля до четырех. Позже акаде-

мик И.И. Артоболевский развил идею общих связей и через m разделил всё многообразие механизмов на пять семейств: нулевого ($m=0$), первого ($m=1$), второго ($m=2$), третьего ($m=3$) и четвертого ($m=4$). Через k в (6) обозначался класс кинематических пар $k=5,4,3,2$ и 1. Можно утверждать, что, к сожалению, после названных работ кардинально значимых идей в изучении структуры кинематических цепей долгое время – около 50 лет не появлялось.

Обратим внимание на исключительно важное обстоятельство. Все структурные формулы Чебышева, Малышева, Добровольского не могли быть использованы для решения задач синтеза структур. Они были пригодны лишь для задач анализа. Если машина создана и в ней можно сосчитать число звеньев и числа кинематических пар, то по приведенным выше формулам можно определить подвижность и ответить на вопрос, пригоден для работы этот механизм или нет.

Исследователи понимали, что нужны иные решения, решения позволяющие синтезировать кинематические цепи. Однако такие решения не находились и в 1979г. ведущие ученые СССР нашли необходимым подвести итог столетних исследований в теории структуры механических систем. В результате в 1979 году у нас, тогда еще в Советском Союзе, вышли из печати 3 книги (в течение одного года) – это «Самоустанавливающиеся механизмы» Л.Н. Решетова, «Основы конструирования и расчеты механизмов» О.Г. Озола и «Основание структурного синтеза механизмов» С.Н. Кожевникова Эти книги были посвящены исследованию теории структуры механизмов. Из этих публикаций хоть и не явно следовало, что все, что было доступно в обозначенном направлении, уже сделано.

Тема как бы закрылась. Это слово в то время подходило к рассматриваемой задаче наиболее полно. Хотя, в действительности, задача синтеза структур оставалась открытой. Мы обратились к этой проблеме в 1989г. Было ясно одно. Чтобы решать задачи синтеза структур, надо было найти новые зависимости, по которым можно было бы определять числа звеньев и числа кинематических пар цепей независимо.

Такая новая система уравнений была разработана и опубликована в 1993г. в статье «Новые формализации в структуре механизмов». Известия ВУЗов «Машиностроение», №1. Именно о ней сказано выше в перечислении поводов к написанию настоящего доклада. Система получила вид

$$\begin{cases} p = \sum p_k \cdot h(k - m) = \tau + (\tau - 1)n_{\tau-1} + \dots + in_i + \dots + 2n_2 + n_1, \\ n = 1 + n_{\tau-1} + \dots + n_i + \dots + n_2 + n_1 + n_0, \\ W = (6 - m)n - \sum (k - m)p_k \cdot h(k - m), \end{cases} \quad (7)$$

И была названа универсальной структурной системой.

В (7) обозначены: p и n – общие числа кинематических пар (p) и звеньев (n) кинематической цепи,

τ – число кинематических пар наиболее сложного – базисного звена цепи,

n_i – число звеньев, добавляющих в цепь по i кинематических пар,

$h(k - m)$ – единичная функция, принимающая значения

$$h(k - m) = \begin{cases} 1, (k > m), \\ 0, (k \leq m). \end{cases}$$

Независимыми задаваемыми параметрами в (7) являются следующие четыре: τ , W , m и k . Система решается относительно n_i и p_k .

Из первого уравнения системы можно независимо определять числа кинематических пар p_k , а из второго уравнения также независимо – числа звеньев n_i . Возможность независимого определения пар и звеньев позволяла использовать эти два уравнения совместно с уравнением подвижности Добровольского (6) и решать, вообще говоря, любые задачи синтеза структур. Логически объясняется это достаточно просто.

Идея составления системы (7) состоит в том, что обязательно в любой кинематической цепи существует самое сложное – базисное звено. Это базисное звено можно особо обозначить и оценить его по количеству кинематических пар (геометрических элементов, входящих в соединение с другими звеньями). Все звенья, которые добавляются к базисному звену, всегда менее сложные, чем базисное звено.

Система (7) тем особенна, что в ней всего три уравнения, а неизвестных в ней может быть более десяти. Решать такую задачу сложно. Однако т.к. она всегда решается в целых положительных числах, ее исследование существенно упрощается. Тем не менее, очевидной была необходимость введения дополнительных уточняющих параметров. С этой целью были обоснованы такие параметры, как число ветвей цепи γ , число замкнутых изменяемых контуров в цепи α , число

выходов кинематической цепи δ , число сторон цепи λ , все они между собой оказались взаимозависимыми. Они связываются уравнениями

$$\gamma = p + (n - 1), \quad (8)$$

$$\alpha = \gamma - \delta, \quad (9)$$

$$\gamma = p - (n - 1). \quad (10)$$

Ни одним из параметров, определяющих цепь, нельзя пренебречь, посчитать за мелочь. Можно утверждать, что если требуется провести подробные исследования цепей, то любая «мелочь» становится важной. Сколько ветвей в цепи, сколько сторон у каждого из звеньев, сколько сторон внутренних $\lambda_{в}$, сколько – наружных $\lambda_{н}$ и т.д.

За прошедшие почти 20 лет были выполнены в Новокузнецке ряд новых и важных исследований, которые были завершены защитами диссертаций.

Первая диссертация в этом направлении «Анализ избыточных связей в плоских механизмах высоких классов и разработка методов их устранения» была защищена Неизбеком Богубаевым в 1992 году. Он был моим аспирантом еще в Киргизии, и мы с ним продолжали работать заочно. Его работа была одной из первых, посвященных проблеме изучения и исключения в механизмах так называемых избыточных связей.

Затем к рассматриваемой проблеме обратились Н.О. Адамович и И.С. Тимофеева. В работе Натальи Олеговны Адамович «Структурный синтез, кинематика и статика плоских неассуровых механизмов» было использовано принципиально новое понятие ТММ – «неассуровы механизмы». Она занималась исследованием структуры плоских механизмов, в которых использовались высшие кинематические пары p_4 . В ее работе уже вполне результативно применялась универсальная структурная система, что позволило автору по требуемым параметрам целенаправленно синтезировать новые механизмы, которые позже были запатентованы, как изобретения. Ее диссертация была защищена в НГТУ в 1998г. На этом же совете защищала диссертацию «Структура и кинематика механизмов четвертого семейства» Ираида Станиславовна Тимофеева. Как следует из названия, работа Тимофеевой была посвящена исключительно механизмам 4-го семейства. Фактически, это была пионерская работа, мы сумели проникнуть в понимание многообразия механизмов 4-го семейства. Было изучено все, что когда-либо публиковалось в этом направлении за последние 50 лет, и нам стало ясно, что эти механизмы практически никем еще

не исследовались. Использование универсальной структурной системы позволило сделать научный прорыв, показать, что механизмы четвертого семейства в плоском клиновом и пространственном винтовом исполнении могут быть незаменимыми в частных случаях. Появилась идея создания редукторов поступательного движения.

В это же время весьма результативно работал Э.Я. Живаго. В 2000г. он защитил докторскую диссертацию «Теория и систематизация кинематических пар механических систем». Как следует из названия, работа была посвящена теории геометрических связей, применяемых в машинах. Эта теория строилась на основе синтеза структур так называемых однозвенных механизмов. Мы уже хорошо понимали, что все кинематические пары – есть однозвенные механизмы различной подвижности. Впервые в теории механизмов и машин были обоснованы и найдены все возможные виды кинематических пар, что не удавалось сделать исследователям на протяжении целого века.

В диссертации «Разработка методов синтеза структур многозвенных плоских групп Ассура», защищенной в 2000 году Ириной Сергеевной Баклушиной, исследовались сложные группы Ассура, которые могут преобразовываться в объекты иного назначения. Именно, используя плоские группы Ассура, можно создавать сложные строительные фермы, причем такие, которые в строительной механике встречались лишь как экзотические, как изобретения, не имеющие теоретических обоснований.

Потребовалось разработать принципиально новый метод синтеза ферм, основанный на особым образом используемых приемах, как например связки и развязки узлов. Пока этим методом вполне владеют лишь авторы (метод запатентован в Роспатенте). Чтобы получать по этому методу сложные фермы, требовалось разработать метод синтеза самих групп Ассура. Считаю важным обратить внимание на следующую парадоксальную ситуацию, существовавшую в теории структур кинематических цепей – М. Грюблер создавал механизмы из кинематических цепей, носящих его имя, но он не разработал метод создания собственно «цепей Грюблера». Л.В. Ассур обосновал метод образования механизмов путем наслаивания на ведущее звено групп нулевой подвижности – групп Ассура, но он не показал, как следует создавать именно группы нулевой подвижности. Упомянутый выше Г.Г. Баранов разработал метод нахождения групп Ассура из так называемых «ферм Баранова», но не объяснил как создавать собственно

«фермы Баранова». Подход, который использовала И.С. Баклушина в своем исследовании позволяет находить и цепи Грюблера, и группы Ассура, и «фермы Баранова», и сами механизмы.

Алексей Владимирович Макаров в 2004 году защитил диссертацию «Исследование процесса разрушения горных пород щековыми дробильными машинами и разработка методов совершенствования их конструкций», посвященную в частности исследованию структуры, кинематики и динамики щековых дробилок. В этой работе в основном он занимался синтезом плоских механизмов для конкретных практических целей, используя универсальную структурную систему.

Дмитрий Сергеевич Баклушин, в своей диссертации «Разработка методов структурного и кинематического синтеза клиновых и винтовых механизмов четвертого семейства» основательно развил все, что было найдено И.С. Тимофеевой в 1998 году. Ему удалось, фактически, создать полный свод механизмов 4-го семейства. Т.е. сегодня можно уже говорить, что полный свод механизмов четвертого семейства существует, он создан. Если задаваться числом звеньев, то по методике, защищенной Д.С. Баклушиным, можно найти все механизмы, какие только возможно создать.

Совсем недавно в 2007 году Никита Сергеевич Большаков защитил диссертацию «Обоснование путей расширения функциональных возможностей кривошипно-ползунных механизмов», посвященную существенному расширению так называемых функциональных возможностей кривошипно-ползунных механизмов. Им было сделано много научных «находок» в структуре механизмов благодаря использованию универсальной структурной системы.

Перечисленные исследования выстраиваются в единую цепочку идей и методов, позволяющих решать общую единую задачу – задачу создания сводов (энциклопедий) всего многообразия механизмов вне зависимости от их семейств. В декабре 2008г. защитил диссертацию «Обоснование кинематической и кинетостатической разрешимости шестизвенных шарнирных плоских групп Ассура» Степан Павлович Стариков. Его работа была посвящена разработке методов кинематического и кинетостатического исследования сложных шестизвенных групп Ассура, что является следующим важным шагом в направлении создания общей теории машин и механизмов, которые может создавать человек.

Аспирант М.Г. Попугаев в настоящее время активно работает над темой «Систематизация трехзвенных механизмов». Уже доказано, что именно трехзвенные механизмы являются простейшими из механизмов, которые могут применяться в технике. С использованием универсальной структурной системы в работе М.Г. Попугаева найдено все многообразие трехзвенных механизмов как ассуровых, так и неассуровых, т.е. результатом этого исследования окажется первая часть энциклопедии механизмов, а именно механизмов простейших по числу звеньев.

Над докторскими диссертациями работают:

А.Э. Садиева, Л.Н. Гудимова, А.В. Степанов. В работе Садиевой исследуются плоские механизмы, содержащие в своем составе высшие кинематические пары. Ею уже показано, что все многообразие зубчатых механизмов, включая планетарные и замкнутые дифференцированные, могут синтезироваться из стержневых схем, которые легко описываются универсальной структурной системой.

Гудимова Л.Н. в своих исследованиях сумела найти общие методы поиска структур плоских групп Ассура самой различной сложности, начиная с четырехзвенных и кончая десятизвенными. При этом ею разработан принципиально новый метод решения задачи об исключении в плоских механизмах избыточных связей, путем адресной замены кинематических пар пятого класса на пары квазивысоких классов.

Степанов А.В. сумел найти метод компьютерного решения задач структурного синтеза пока плоских кинематических цепей, без чего решение поставленных выше задач невыполнимо в принципе. Уже полученные результаты вселяют уверенность в то, что такая задача вполне разрешима.

Можно назвать еще десятки имен – аспирантов, соискателей, студентов, которые к настоящему времени получили достаточную квалификацию и способны решать конкретные задачи по синтезу структур механизмов различных семейств и классов.

Завершая свой доклад, я хотел бы особо обратить внимание на последние разработки в направлении решаемых задач, и, прежде всего, на необходимость введения понятия подсемейств механизмов. Деление механизмов на пять семейств оказалось чрезвычайно грубым делением. Так, в нулевом семействе механизмов могут использоваться пары p_5, p_4, p_3, p_2, p_1 , и возникает смысл разобраться в конкретных

ситуациях – какие именно пары могут быть применены в частности. Эта задача оставалась сложной и не поддавалась пока какому-либо анализу даже с логической точки зрения. Не боясь путаницы, мы обратились к разделению механизмов любого семейства на подсемейства из условия явного различия механизмов по используемым в них классам кинематических пар и нашли, что такое разделение возможно и конечно. В нулевом семействе отличающихся подсемейств – тридцать одно и вопрос об их принципиальных отличиях стал абсолютно понятным. Так, в нулевом подсемействе нулевого семейства механизмов обязательно должны использоваться все пять классов пар: и p_1 , и p_2 , и p_3 , и p_4 , и p_5 . Если хотя бы один из классов пар в механизме не используется, мы будем иметь дело с другим подсемейством. В первом семействе механизмов всего могут быть использованы лишь четыре класса пар – p_5 , p_4 , p_3 и p_2 и тогда отличающихся подсемейств будет 15, во втором семействе при использовании кинематических пар p_5 , p_4 и p_3 имеется 7 подсемейств. В третьем семействе механизмов могут использоваться лишь два класса пар, а именно p_5 и p_4 и тогда легко различить три подсемейства третьего семейства: нулевое – при p_5 и p_4 , при p_5 – первое подсемейство и при p_4 – второе подсемейство. Все эти механизмы – существенно разные механизмы. Их изучение требует отличающихся подходов. В четвертом семействе механизмов используются лишь пара p_5 , а потому это семейство ограничивается одним подсемейством. Всего пять семейств содержит в своем составе 57 подсемейств, повторим – 31 подсемейство нулевого семейства, 15 подсемейств первого семейства, 7 подсемейств второго семейства, 3 подсемейства третьего семейства и одно подсемейство четвертого семейства.

При решении задач синтеза структур различных подсемейств механизмов достаточно в универсальную структурную систему (7) подставить третьим уравнением структурную формулу рассматриваемого подсемейства, а далее, задаваясь значением числа звеньев n и находя связь между n и τ , последовательно отыскивать все структуры, отличающиеся числом выходов цепи на стойку δ , числом и сложностью замкнутых изменяемых контуров α , числом внутренних и наружных сторон цепи λ и дистанциями в числе сторон между выходом цепи, созданием таблиц структур, разработкой регламента вызова структур по минимуму условий из соответствующих таблиц и созда-

нием энциклопедий структур механизмов с приводимыми и методами кинематического и кинетостатического исследования.

Завершая, повторяю, что выступить перед вами сегодня меня побудили следующие три обстоятельства, значение которых мне представляется важным и своевременным:

1. Разработанная к настоящему времени в нашей научной школе теория синтеза структуры механизмов всех семейств и всех классов доведена до реального – практического применения в целях упорядочения формальных приемов поиска и систематизации всего многообразия кинематических цепей в виде энциклопедий.

2. Все конкретные исследования, которые проводятся отдельными членами нашего коллектива должны быть подчинены единой цели – созданию сводов кинематических цепей, как составных частей единой энциклопедии механизмов.

3. Поиск многообразия механизмов различных семейств и классов цепей должен сопровождаться разработкой единых методов кинематического и динамического их исследования и популяризации результатов в открытой печати с целью объединения научных сил исследователей в области теории машин на единое стратегическое направление.

АНАЛИЗ ИМЕЮЩИХСЯ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВАНИЙ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ КОМПЬЮТЕРНОГО СИНТЕЗА СТРУКТУР МЕХАНИЗМОВ

Степанов А.В.

Поскольку проблема компьютерного синтеза структур механизмов находится на стыке двух областей знаний: теории механизмов и машин и комплекса компьютерных наук, представляется вполне логичным проводить анализ теоретических оснований, имеющихся на данный момент и в той, и в другой областях. Иллюстрация некоторых положений будет приводиться на примере одной из задач компьютерного синтеза структур механизмов – задаче о поиске полного многообразия вариантов структурных схем при заданном числе звеньев.

Решение этой задачи предполагает выполнение двух относительно самостоятельных этапов. На первом этапе определяют состав кинематической цепи: количества и номенклатуру звеньев и кинематических пар, а на втором этапе осуществляется формирование вариантов соединения звеньев между собой имеющимися в наличии кинематическими парами.

Определение состава кинематической цепи

Под составом кинематической цепи понимается набор графических эквивалентов звеньев различной сложности и кинематических пар различных видов, необходимых для получения структурной схемы механизма. Для определения их номенклатуры и числа нужна математическая модель, представляющая собой совокупность математических зависимостей, связывающих между собой количественные параметры объектов структурных схем. Поиском такого рода зависимостей занимались многие ученые. У истоков русских работ по теории механизмов и машин лежат научные труды П.Л. Чебышева, в которых он впервые в мировой литературе для решения задач по теории механизмов применил математические методы и заложил основы аналитических методов синтеза механизмов [1].

Математическую зависимость, связывающую между собой параметры механизма, называют структурной формулой. В таблице 1 приведены структурные формулы различных ученых в хронологическом порядке их появления и совершенствования.

Таблица 1 – Развитие математического аппарата, описывающего структуру механизмов

Структурная формула	Зависимость
Чебышёва П.Л.	$3n - 2(p' + v) = 1$ или $W = 3n - 2p_5$ (1-1)
Сомова П.О.	$N - (m - 1)(n + 1) = 2$ или $W = 6n - 5p_5$ (1-2)
Гохмана Х.И.	$W = 6n - s$ (1-3)
Малышева А.П.	$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 6n - \sum k p_k$ (1-4)
Добровольского В.В.	$W = (6 - m)n - \sum (k - m) p_k$ (1-5)
Дворникова Л.Т.	$W = (6 - m)n - \sum (k - m) p_k \cdot h(k - m), h(k - m) = \begin{cases} 1, m < k, \\ 0, m \geq k, \end{cases}$ (1-6)
Примечание: n – количество подвижных звеньев; W – подвижность цепи; p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 – число кинематических пар соответствующего класса; s, m – общее число связей, налагаемых на цепь кинематическими парами.	

Анализируя структурную формулу Добровольского В.В., профессор Дворников Л.Т. обнаружил в ней математическую некорректность, заключающуюся в том, что при формальной подстановке в нее любых значений параметров m и k могут получаться неверные результаты. Для устранения этого явления он предложил добавить к структурной формуле Добровольского единичную функцию, на основании чего можно говорить о структурной формуле Дворникова Л.Т.

Использование структурных формул, приведенных в таблице, не позволяет определить состав структурной схемы механизма. По одной единственной формуле, какой бы сложной она ни была, не могут быть получены значения нескольких неизвестных. Профессор Дворников Л.Т. добавил к структурной формуле еще два уравнения и получил изящную систему уравнений, представляющую собой математическую модель кинематической цепи любой сложности [2]

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^5 p_k \cdot h(k - m) = \tau + (\tau - 1)n_{\tau-1} + \dots + in_i + \dots + 2n_2 + n_1, \\ n = 1 + n_{\tau-1} + \dots + n_i + \dots + n_2 + n_1, \\ W = (6 - m)n - \sum_{k=1}^5 (k - m)p_k \cdot h(k - m). \end{cases}$$

Можно смело утверждать, что с появлением этой модели стало возможным решение целого класса задач, связанных с поиском полного многообразия вариантов структурных схем механизмов при заданном числе звеньев.

Необходимо отметить, что сложность звеньев в этой системе определяется одним формальным параметром – количеством кинематических пар, привносимым звеном в кинематическую цепь. Понимание этого факта является исключительно важным условием применения разработанного математического аппарата для решения задач отмеченного класса.

При небольшом числе звеньев механизма решения системы можно получить вручную путем различных символьных преобразований, но с увеличением общего числа звеньев механизма её решение становится далеко не тривиальным. Скрупулезный анализ системы показывает, что это – необычная система, не приводимая к «классическому» виду. Количество одночленов, входящих в левые и правые части уравнений, и число неизвестных может меняться от расчета к расчету. Чаще всего, число неизвестных превышает число уравнений системы. Значения искомых неизвестных могут быть только целыми числами. Аналитические методы для решения такого рода систем неприемлемы.

Разработка и дальнейшая реализация специальной поисковой процедуры в виде компьютерной программы позволили получать целочисленные решения системы на компьютере. На разработанную программу получено свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ за №2006611506.

Синтез вариантов структурных схем

Определив состав кинематической цепи, приступают к конструированию различных вариантов соединений звеньев между собой. Особенностью этого этапа является нелинейное возрастание количества вариантов структурных схем при увеличении общего числа звеньев. Так, например, для шести звеньев механизма количество возможных вариантов структурных схем составляет менее десятка, при восьми – более полутора сотен, а при десяти – уже более четырех тысяч.

Разработанный Леонидом Трофимовичем математический аппарат позволил ему отработать технологию ручного конструирования

полного набора вариантов структурных схем при относительно небольшом числе звеньев [3]. Для общего числа звеньев, равном десяти и выше, построение полного многообразия структурных схем за разумный интервал времени представляется невозможным. Необходима компьютерная поддержка.

Попытки использования электронных вычислительных машин для автоматизации структурного синтеза механизмов были предприняты еще в семидесятых годах XIX столетия. Наиболее удачно это осуществлено Э.Е. Пейсахом и В.А. Нестеровым [4]. Предлагаемый ими метод получения полного состава структурных схем механизмов основывается на теории графов. Для ее успешного использования были введены некоторые новые понятия, такие как: «высота механизма», «правильная нумерация вершин графа» и др., доказана теорема о единственности разложения одноподвижного механизма второго класса на группы Ассура второго класса и механизм первого класса. Алгоритм работы программы основан на реализации процедуры «перечисления неизоморфных графов». Полученные на ЭВМ структуры графов преобразовывались затем в эквивалентные варианты структурных схем.

Разработчики метода, очевидно, не сумели разработать алгоритм прямого конструирования структурных схем с помощью компьютера. Основная причина этого состоит в том, что получение математической модели, основанной на парадигме процедурно-ориентированного подхода, которая корректно отображала бы все шаги процесса синтеза в форме уравнений, неравенств, логических условий, и других зависимостей, описываемых в структурной теории механизмов в словесной форме, весьма проблематично. Видимо, по этой причине и наблюдается провал интереса к этой проблеме.

Мотивацией к рассмотрению этой задачи вновь служат: развитие теории структуры механических систем, принципиально новые возможности аппаратных средств, событийно-управляемая модель функционирования компьютерных программ, объектно-ориентированный подход, используемый при разработке методов компьютерного моделирования систем.

Стремление решить проблему автоматизированного синтеза структур плоских шарнирных систем с помощью компьютерных средств потребовало разработки соответствующей методологической основы в виде системы наиболее общих принципов, положений и ме-

тодов, используемых для решения задачи. В основу методологии положены: теория объектов и объектно-ориентированный подход; поисковые численные методы; компьютерное моделирование; виртуализация; наследование; теория фреймов; комбинаторика; дискретная математика и системы счисления; идентификация и кодирование; компьютерная графика. Коротко отметим некоторые, наиболее значимые аспекты разработанной методологии.

В основу технологии компьютерного конструирования структурных схем положен объектно-ориентированный подход. При использовании объектно-ориентированного подхода создаваемая система, в данном случае структурная схема механизма, представляется в виде совокупности объектов, каждый из которых имеет свой жизненный цикл, и формы взаимодействия с другими объектами в процессе построения системы. При этом разработанные алгоритмы и компьютерные процедуры служат не столько для получения данных, на основе которых может быть в дальнейшем построена структурная схема, сколько для реализации самого процесса ее пошагового построения.

Учитывая тот факт, что целочисленные решения универсальной структурной системы соответствуют числам формальных звеньев, используется механизм превращения виртуальных звеньев в реальные. Суть его состоит в следующем.

Сложность реального звена, которое будет изображено на структурной схеме, определяется общим количеством имеющихся на нем геометрических элементов кинематических пар. Оно определяется как сумма геометрических элементов звена, служащих для образования кинематических пар для соединения его с уже имеющимся фрагментом, и привносимых им в структурную схему (или еще свободных).

Проработка правил организации позиционных систем счисления позволила программно создать универсальный генератор, служащий для получения гарантированно полного многообразия вариантов, артефактов, ситуаций. В рамках поставленной задачи, это: варианты реализации изменяемого замкнутого контура, варианты распределения поводков между свободными кинематическими парами, варианты соединения звеньев между собой при синтезе структур без изменяемых замкнутых контуров и другое. Принцип работы генератора основан на формировании отрезка натурального ряда чисел с помощью

программного счетчика, работающего в той или иной системе счисления. С помощью процедур кодирования и декодирования осуществляется прямое и обратное преобразование элементов таблицы кодировки объектов. Это дает гарантию того, что ни один из потенциально возможных вариантов не будет пропущен.

Для сокращения вычислительных затрат и использования уже сконструированных фрагментов в других вариантах структурных схем используются некоторые положения теории фреймов. Отправным моментом в теории фреймов служит тот факт, что человек, пытаясь познать новую для себя ситуацию или по-новому взглянуть на уже привычные вещи, выбирает из своей памяти некоторую структуру данных (образ), называемую фреймом, с таким расчетом, чтобы путем изменения в ней отдельных деталей сделать ее пригодной для понимания более широкого класса явлений или процессов [5]. В данной задаче фреймом является структура данных, многократно используемая на различных этапах формирования структурных схем.

Для формирования базы данных и отбраковки изоморфных структур используются имеющиеся в литературе разработки по их идентификации. Проверка графических образов на конгруэнтность с помощью компьютерной программы, хотя и возможна путем предварительного и опосредованного масштабирования, поворота и отображения структурной схемы, является достаточно сложным и неоправданным решением. Использование для этих целей адекватных идентификаторов значительно упрощает процесс сравнения структур.

Идентификатор структурной схемы состоит из набора, включающего следующие поля:

- О общее число звеньев кинематической цепи;
- О максимально разрешенная сложность применяемых звеньев;
- О количество изменяемых замкнутых контуров;
- О количество выходов цепи;
- О описание сложности применяемых контуров;
- О варианты реализации изменяемых замкнутых контуров;
- О количество участков ограничивающих сторон;
- О описание ограничивающих сторон структурной схемы.

Реализация сформированной методологии потребовала разработки общей стратегии, порядка использования параметров, а также большого числа алгоритмов и компьютерных процедур, реализую-

щих основные этапы объектно-ориентированной компьютерной технологии конструирования структурных схем [6].

Тестирование компьютерных программ подтвердило правильность сформированной методологии и вместе с этим достаточность имеющихся теоретических оснований к успешному решению задач компьютерного синтеза структур механизмов.

Литература

1. Боголюбов А.Н. Советская школа механики машин. – М.: Наука, 1975. – 178 с.
2. Дворников Л.Т. Начала теории структуры механизмов. Учебное пособие. – Новокузнецк: СибГГМА, 1994. – 102 с.
3. Дворников Л.Т. Опыт структурного синтеза механизмов // Теория механизмов и машин. – СПбГПУ. – 2004. – №2(4). – С. 3-17.
4. Пейсах Э.Е. Система проектирования плоских рычажных механизмов / Э.Е. Пейсах, В.А. Нестеров. – Под редакцией К.В. Фролова. – М.: Машиностроение, 1988. – 232 с.
5. Минский М. Фреймы для представления знаний: Пер. с англ. – М.: Энергия, 1979. – 152 с.
6. Степанов А.В. Объектно-ориентированная технология синтеза структурных схем плоских шарнирных механизмов // Вестник Кузбасского государственного технического университета. – Кемерово. – 2007. – № 6(64). – С. 105-110.

ШЕСТИЗВЕННЫЕ ПЛОСКИЕ ГРУППЫ ЗВЕНЬЕВ НУЛЕВОЙ ПОДВИЖНОСТИ

Дворников Л.Т., Гудимова Л.Н.

В соответствии с учением Ассура [1] механизмы могут создаваться (структурно строиться) путём присоединения к ведущему звену групп звеньев, обладающих нулевой подвижностью (*ГНП*).

Чтобы строить механизмы необходимо знать структуры всех групп нулевой подвижности. Прежде всего, обратим внимание на известную, используемую терминологию, относящуюся к *ГНП*. Группы звеньев, удовлетворяющих условию *ГНП*, называют еще группами Ассура, структурными группами, статически - определяемыми группами, нормальными группами.

Безусловно обобщающим понятием является понятие «группа нулевой подвижности». Под группами Ассура и структурными группами понимают плоские нераспадающиеся на более простые *ГНП*, синонимом им является понятие статически-определимой группы.

Понятие нормальных групп ввел сам Ассур, под ними он понимал такие нераспадающиеся *ГНП*, которые оканчиваются поводками и не содержат внутри себя замкнутых изменяемых контуров.

Рассмотрим задачу поиска всех плоских шарнирных *ГНП* на примере шестизвенных групп. Все плоские рычажные *ГНП* удовлетворяют условию

$$p_5 = \frac{3n}{2}. \quad (1)$$

Используем для исследования универсальную структурную систему [2] в виде

$$\begin{cases} p_5 = \tau + (\tau - 1) \cdot n_{\tau-1} + \dots + i \cdot n_i + \dots + 2n_2 + n_1, \\ n = 1 + n_{\tau-1} + \dots + n_i + \dots + n_2 + n_1. \end{cases} \quad (2)$$

Ограничимся пока условием, что $\tau = 3$. Тогда при условии $n = 6$, из (1) найдём, что $p_5 = 9$, при этом система (2) получит вид

$$\begin{cases} 2n_2 + n_1 = 6, \\ n_2 + n_1 = 5, \end{cases}$$

откуда $n_2 = 1$, $n_1 = 4$, т.е. звеньев, добавляющих в цепь по две пары – одна, а добавляющих по одной паре – четыре.

Известно [3], что число ветвей любой цепи определяется условием

$$\gamma = p - (n-1), \quad (3)$$

число сторон звеньев цепи

$$\lambda = p + (n-1), \quad (4)$$

суммарное число сторон

$$\lambda_c = \lambda + \alpha, \quad (5)$$

число выходов цепи

$$\delta = \gamma - \alpha, \quad (6)$$

где α – число замкнутых изменяемых контуров в цепи.

Стороны звеньев могут быть наружными λ_n и внутренними λ_g (внутри изменяемых замкнутых контуров). Их сумма всегда равна λ_c , т.е.

$$\lambda_n + \lambda_g = \lambda_c. \quad (7)$$

Для рассматриваемого случая получим $\gamma = 4$, $\lambda = 14$. Число выходов цепи, которым группа может быть встроена в механизм относительно ведущего звена и стойки, должно быть не менее двух, т.е. $\delta_{min} = 2$. С учетом того, что $\gamma = 4$ можно рассмотреть три вида цепей: а именно с $\delta = 4$, с $\delta = 3$ и с $\delta = 2$.

Начнем создавать цепи по указанному порядку.

1. Пусть $\delta = 4$, тогда по (6) $\alpha = 0$, по (5) $\lambda_c = \lambda = 14$.

Отыщем все ГНП, в которых $\lambda = 14$ и это число сторон распределено между четырьмя выходами. Учтем возможность первой дистанции в две стороны, так как это имеет место в простейшей группе – диаде (рисунок 1). Здесь ГНП – диада между выходами имеет две стороны – **BC** и **CD**.

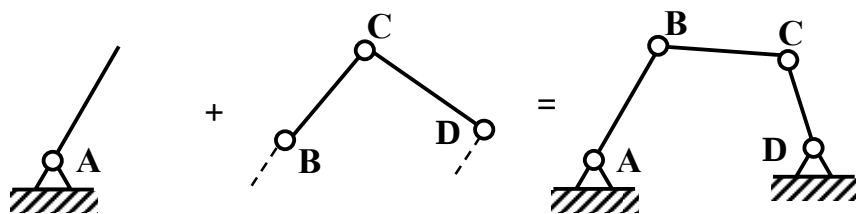


Рисунок 1 – Дистанция в две стороны на примере диады

Учитывая это, представим числа сторон между выходами для шестизвенных групп в виде пяти отличающихся вариантов

$$2+3+3+6 \text{ или } 2+3+6+3, \quad (1.1), (1.1)'$$

$$2+3+4+5 \text{ или } 2+4+3+5, \quad (1.2), (1.2)'$$

$$2+4+4+4, \quad (1.3)$$

$$3+3+3+5, \quad (1.4)$$

$$3+4+3+4. \quad (1.5)$$

Построим удовлетворяющие этим решениям цепи (рисунок 2). Отметим, что цепь вида $(3+3+4+4)$ построена быть не может.

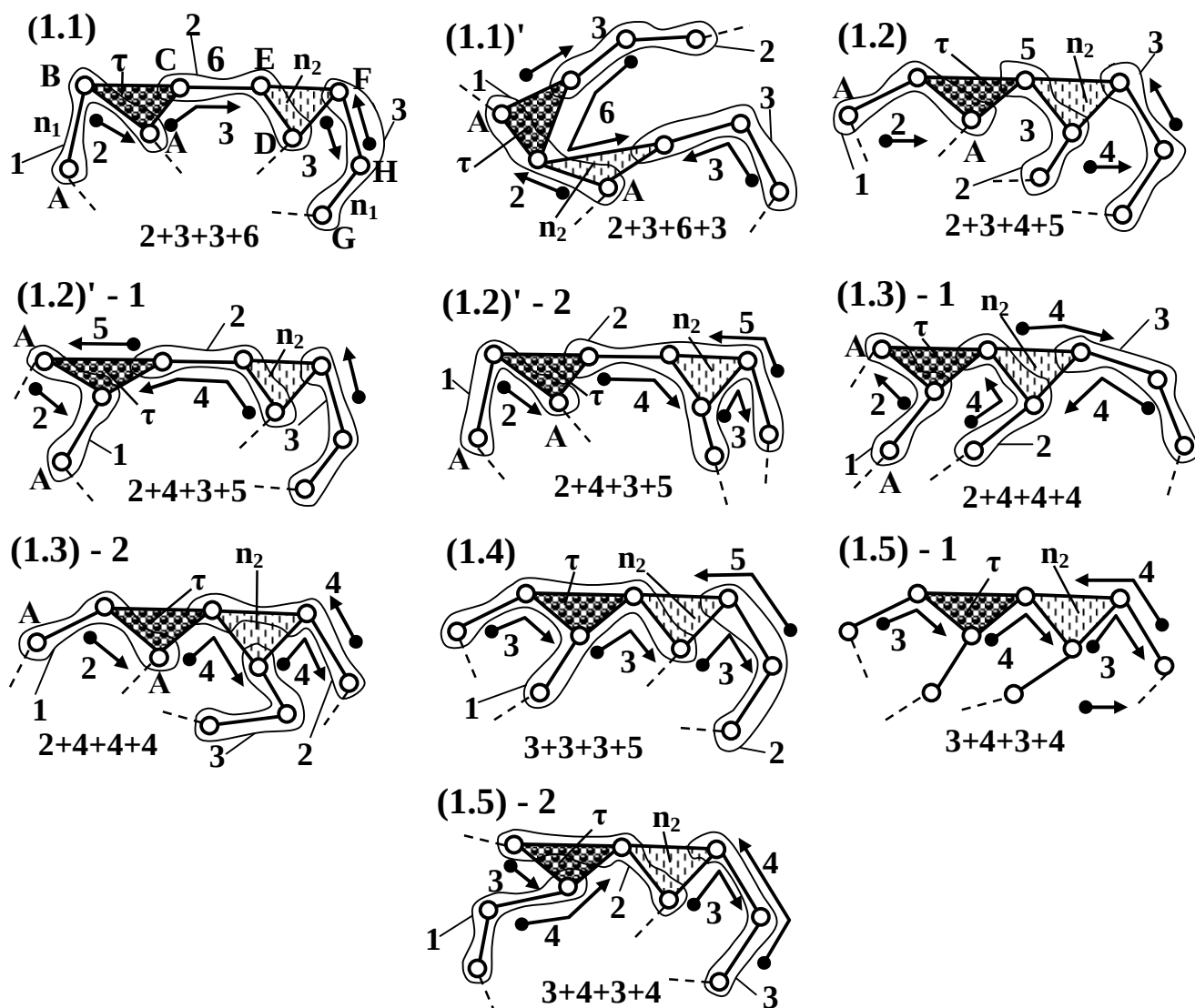


Рисунок 2 – Шестизвенные группы нулевой подвижности с $\delta = 4$

Из рисунка 2 следует, что отличающихся *ГНП* для случая, когда $\delta = 4$, можно построить десять. Среди них единственная нераспадающаяся группа. Это группа (1.5)-1. Именно такие группы называются нормальными по Ассуру. В частности её называют четырёхповодковой группой Грюблера. Остальные группы – распадающиеся, причем группы (1.2)'-2 и (1.4) распадаются на трёхповодковое звено Бурместера и диаду. Остальные группы все диадные, однако группа (1.5)-2 может присоединяться к основному механизму всеми открытыми парами, а остальные: (1.1), (1.1)', (1.2), (1.2)'-1, (1.3)-1, (1.3)-2 могут присоединяться к ведущему звену лишь через пары, обозначенные буквой А.

Во всех этих цепях кроме (1.5)-1 можно выделить более простые по числу звеньев группы нулевой подвижности. В цепи (1.1) при известных скоростях точек **A** легко находится скорость точки **B**, а значит, и точки **C**. По известным скоростям **C** и **D** находятся скорости точек **E** и **F**, а по скоростям **F** и **G** – скорость точки **H**. Также решаются остальные группы нулевой подвижности кроме (1.5)-1. Её решение требует особых методов.

2. Перейдём к $\delta = 3$. В этом случае по (6) $\alpha = 1$, по (5) $\lambda_c = 15$, по (7) $\lambda_n = 15 - \lambda_g$. Замкнутые изменяемые контуры могут быть любой сложности, начиная с α_4 . На этом основании рассмотрим варианты используемых контуров, а именно, $\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$, т.е. случаи $\lambda_g = 4, 5, 6$.

2.1 При α_4 , по (7) $\lambda_n = 11$. Распределим $\lambda_n = 11$ между тремя выходами следующими сочетаниями

$$2+3+6, \quad (2.6)$$

$$2+4+5, \quad (2.7)$$

$$3+3+5, \quad (2.8)$$

$$3+4+4. \quad (2.9)$$

Найдем все возможные цепи таких групп (рисунок 3).

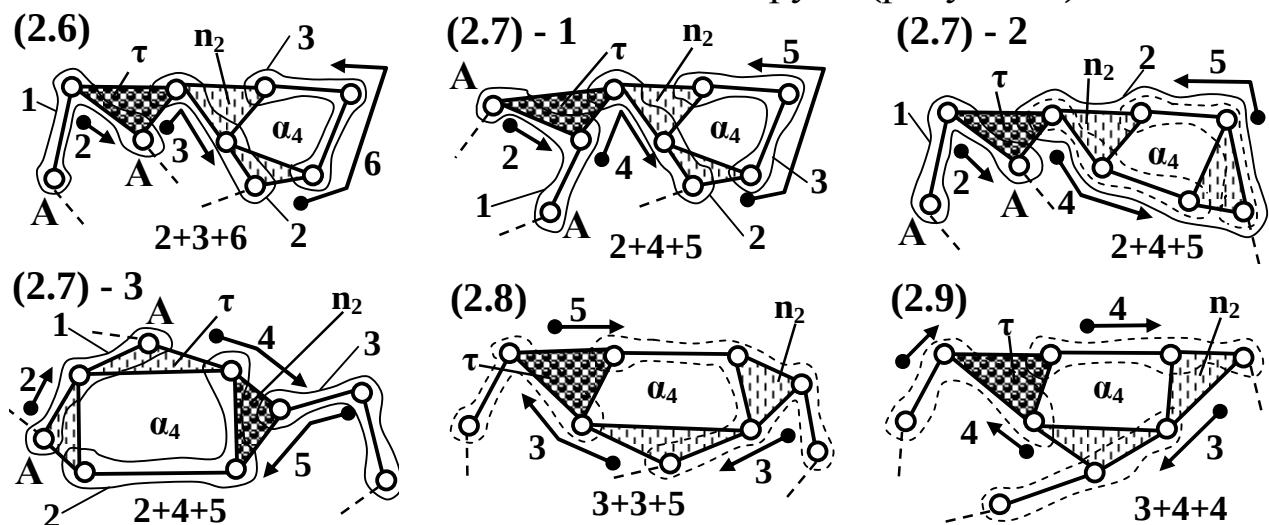


Рисунок 3 – Шестизвенные группы нулевой подвижности с $\delta = 3$ и α_4

Построенных групп всего шесть, из них две последние (2.8) и (2.9) есть нераспадающиеся шестизвенные группы четвертого класса, т.е. с замкнутым изменяемым четырехзвенным контуром. Таких групп сам Ассур не создавал.

Для нормальных по Ассур групп нулевой подвижности введём понятие «простые». Они простые потому, что не могут быть разделены ни формально, ни фактически.

Остальные четыре – распадающиеся, причём (2.7)-2 распадается на четырёхзвенную группу и на диаду, а три последующих, (2.6), (2.7)-1 и (2.7)-3, являются состоящими из трёх диад. Все эти четыре группы могут присоединяться к ведущему звену лишь шарнирами А.

Формально группы (2.7)-2 и (2.9) можно разделить на три диады, а (2.8) на диаду и трёхпроводковое звено Бурместера, как это показано на рисунке 3 штриховыми линиями. Однако кинематическое и силовое разрешение эти группы могут иметь лишь в неразделенном виде.

Будем далее такие группы называть неделимые группы нулевой подвижности *НГНП*. Слово «неделимые» широко используется в математике, например «неделимых метод», в основе которого лежит понятие «неделимых» элементов. Неделимыми группами звеньев нулевой подвижности будем называть такие, подвижность которых равна нулю и которые не могут быть исследованы после разделения их на части.

Возможно применение слова «неделимые» независимо, без пояснения частных, т.е. в виде «неделимые кинематические цепи» (*НКЦ*). Именно такие цепи в современной теории механизмов называют группами Ассура.

2.2 При α_5 по (7) $\lambda_n = 10$. Это число между тремя выходами можно распределить следующими тройками

$$2+3+5, \quad (2.10)$$

$$2+4+4, \quad (2.11)$$

$$3+3+4. \quad (2.12)$$

Кинематические цепи, соответствующие приведённым распределениям дистанций, показаны на рисунке 4.

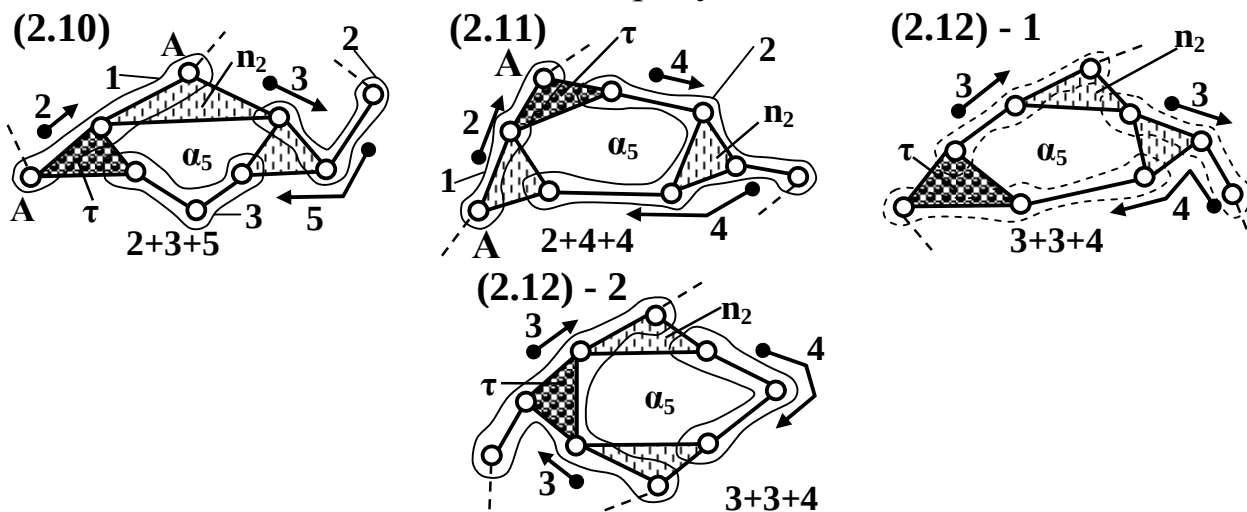


Рисунок 4 – Шестизвенные группы нулевой подвижности с $\delta = 3$ и α_5

Всего здесь различающихся цепей четыре, при этом неделимой группой является единственная, а именно (2.12)-1. Группы (2.11) и (2.12)-2 распадаются на простые группы – а именно, на трёхпроводковое звено Бурместера и на диаду, а группа (2.10) распадается на три диады. Что касается групп (2.10) и (2.11), то они могут входить в соединение с ведущим звеном лишь через шарнир А, а группы (2.12)-1 и (2.12)-2 можно соединить с ведущим звеном любым из свободных её шарниров.

2.3 При α_6 , по (7) $\lambda_n = 9$. Разобьём это число между тремя выходами в виде следующих троек

$$2+3+4, \quad (2.13)$$

$$3+3+3. \quad (2.14)$$

Удовлетворяющие этим решениям цепи приведены на рисунке 5.

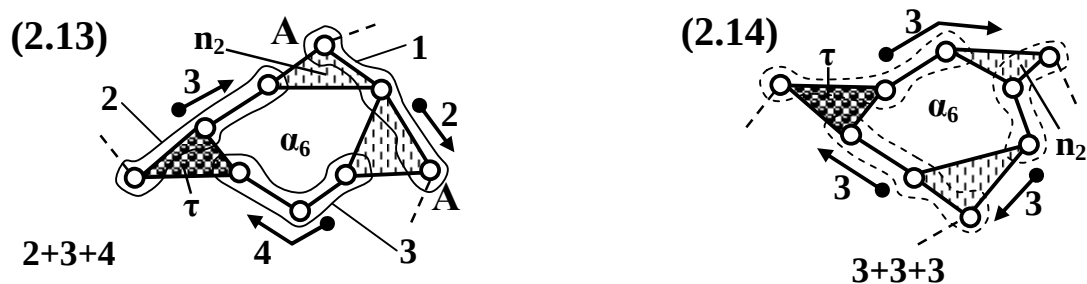


Рисунок 5 – Шестизвенные группы нулевой подвижности с $\delta = 3$ и α_6

Всего их две. Первая (2.13) есть распадающаяся диадная группа. Она может быть использована в механизме лишь при соединении с ведущим звеном через пары А. Что касается группы (2.14), то это неделимая группа, хотя формально в ней можно выделить три диады.

3. Перейдём к случаю, когда $\delta = 2$. По (6) получим $\alpha = 2$, а по (5) $\lambda_c = 16$.

Первым решением рассматриваемого варианта будет: $\alpha_4 + \alpha_4$, т.е. $\lambda_6 = 8$, тогда по (7) будем иметь $\lambda_n = 8$.

Полученное число наружных сторон между двумя выходами может иметь три распределения

$$2+6, \quad (3.1)$$

$$3+5, \quad (3.2)$$

$$4+4, \quad (3.3)$$

по которым построены три группы нулевой подвижности (рисунок 6).

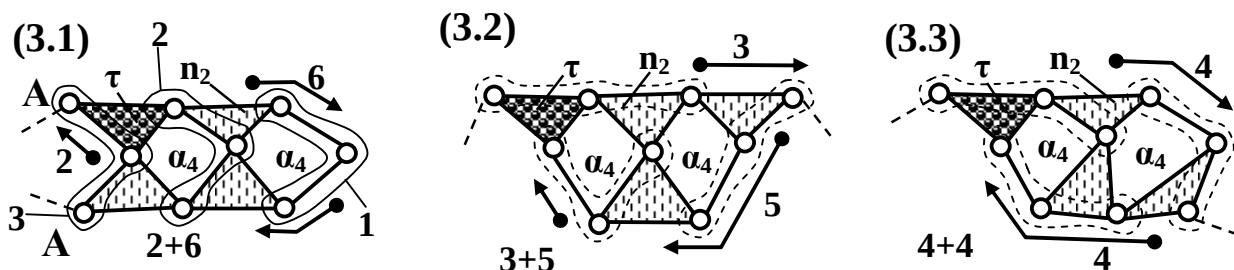


Рисунок 6 – Шестизвенные группы нулевой подвижности с $\delta = 3$ с двумя замкнутыми контурами α_4

Первая их построенных групп распадается на диады. Группы же (3.2) и (3.3) являются неделимыми, хотя они формально легко разделяются на диады.

4. В случае если в цепи создаются два иных замкнутых контура, а именно $\alpha_4 + \alpha_5$, т.е. с $\lambda_g = 9$, то число наружных сторон $\lambda_n = 7$. Между двумя выходами таких цепей наружное число сторон может распределиться как

$$2+5, \quad (4.1)$$

$$3+4. \quad (4.2)$$

По этим решениям можно построить всего две цепи, показанных на рисунке 7.



Рисунок 7 – Шестизвенные группы нулевой подвижности с $\delta = 3$ с двумя замкнутыми контурами α_4 и α_5

Первая из них распадается на неделимую четырехзвенную группу и на диаду и может быть встроена в механизм посредством двух свободных пар А. Вторая группа (4.2) является неделимой хотя формально делится на три диады.

Таким образом, всего шестизвенных ГНП с наиболее сложным – трёхугольным ($\tau = 3$) базисным звеном 27 структур. Все структуры, где присутствует дистанция в две стороны, а их 16, могут быть использованы в двух вариантах – когда ведущее звено присоединяется к одному из двух звеньев, дающих дистанцию 2. Так схема механизма

из группы 1 может быть использована в вариантах, показанных на рисунке 8.



Рисунок 8 – Механизмы, построенные из ГНП с двумя выходами

Оба они диадные. Что касается структуры (4.1), то в силу её симметричности можно получить из неё всего одну структуру механизма.

Из 16 структур с дистанцией в две стороны, лишь структуры (2.7)-2 и (4.1) составлены из четырёхзвенной группы и диады. В структуре (1.2)-2 крайние справа звенья образуют четырехзвенную группу нулевой подвижности, которая на диады не распадается.

Групп, которые начинаются с дистанции в три стороны, всего 10. Это группы (1.4), (1.5)-1, (1.5)-2, (2.8), (2.9), (2.12)-1, (2.12)-2, (2.14), (3.2) и (4.2). И одна группа начинается с дистанции в четыре стороны. Это группа (3.3).

Из первых десяти диадной является группа (1.5)-2, две группы (1.4) и (2.12)-2 содержат в своём составе диаду и четырёхзвенную группу, остальные (1.5)-1, (2.8), (2.9), (2.12)-1, (2.14), (3.2) и (4.2) являются нераспадающимися.

Приведенные выше рассуждения и построения кинематических схем групп нулевой подвижности позволяют сделать следующие, по мнению авторов, новые и важные выводы.

Все группы звеньев, обладающие нулевой подвижностью вполне объективно делятся на три вида

- простые группы нулевой подвижности (ПГНП),
- делимые группы нулевой подвижности (ДГНП),
- неделимые группы нулевой подвижности (НГНП).

К простым группам относятся все нераспадающиеся группы, которые Ассур Л.В. называл нормальными, их ряд (рисунок 9) предельно очевиден. Это группы без изменяемых замкнутых контуров и оканчивающиеся поводками.

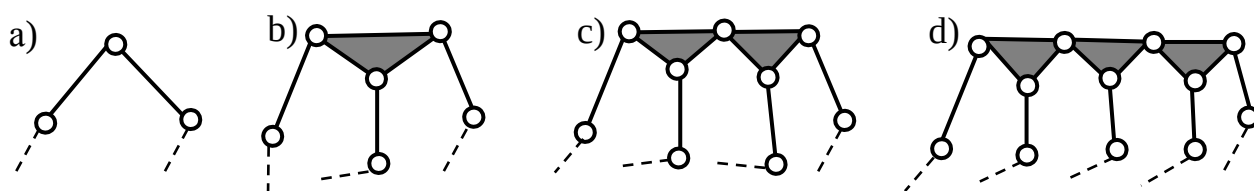


Рисунок 9 – Простые группы нулевой подвижности

Первая в этом ряду стоит двухзвенная группа – диада, второй – трёхповодковое звено Бурместера, третьей – четырёхповодковая группа Грюблера, четвёртой – пятиповодковая группа Ассура и т.д. Отметим особо, что такие поводковые группы могут быть построены лишь с использованием трёхугольного базисного звена ($\tau = 3$). Уже при $\tau = 4$ и более простые нераспадающиеся группы нулевой подвижности построены быть не могут.

К делимым группам нулевой подвижности будем относить такие, которые будучи разделены на простые группы не теряют своей кинематической разрешимости. Например, группа 2.13 (рисунок 5) разделенная так как это показано на рисунке 10, является вполне разрешимой кинематически.

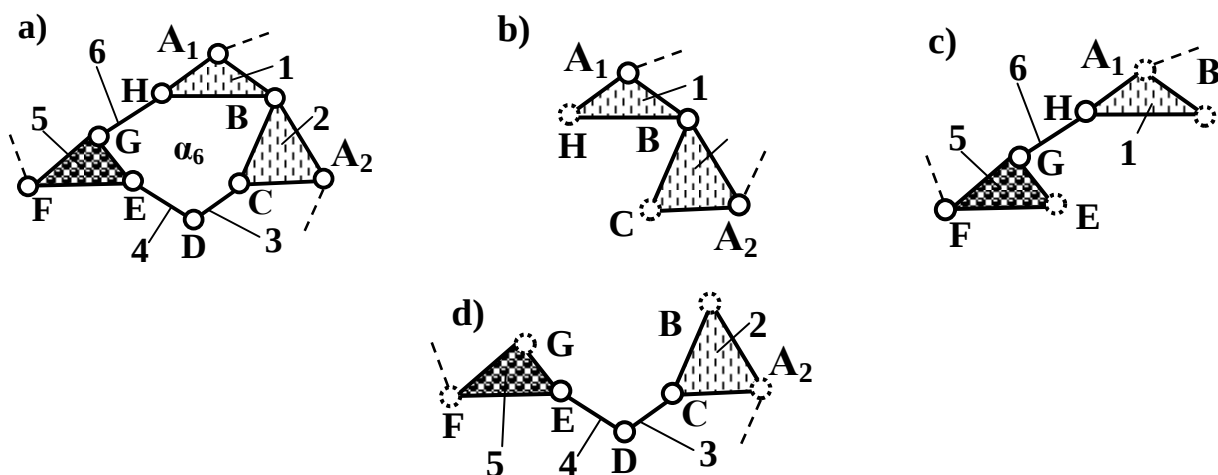


Рисунок 10 – Делимые группы нулевой подвижности

Здесь известным скоростями являются скорости свободных шарниров A_1 , A_2 , и F . Из первой диады (рисунок 10, b) легко находится скорость точки B , а затем точек C и H , из второй диады (рисунок 10, c) по известным скоростям точек F и H , находим скорость точки G , а далее – точки E , из третьей диады (рисунок 10, d) по известным найденным скоростям точек E и C находится скорость точки D , т.е. эти сложные шестизвенные группы решаются как диадные без каких-либо осложнений.

К неделимым группам будем относить такие группы, которые могут быть формально структурно разделены на простые группы, но не могут быть решены кинематически по частям, они требуют решения совместного, т.е. без разделения на простые.

Так группа, приведенная на рисунке 11 – четырёхзвенная группа с четырёхугольным замкнутым контуром, которая формально образуется двумя диадами **AFE** и **BCD**, при известных скоростях точек **A** и **D** она не может быть кинематически разрешена по частям,

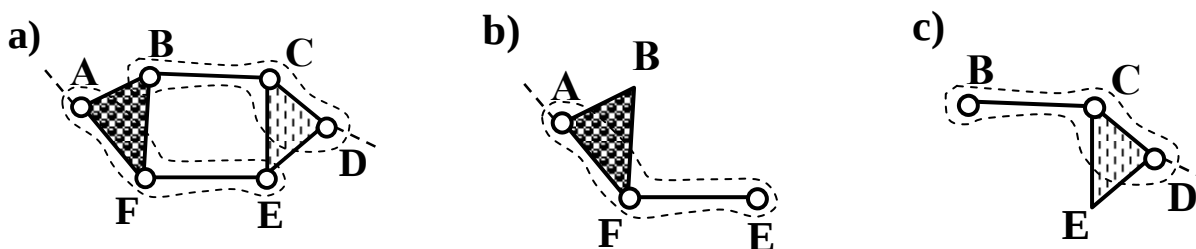


Рисунок 11– Неделимые группы нулевой подвижности

скорость точки **F** нельзя найти из диады **AFE**, т.к. не известна скорость точки **E**; и скорость точки **C** не может быть найдена из диады **BCD** при известной скорости лишь точки **D**. Такими группами (неделимыми) из приведённых выше являются группы (2.8), (2.9), (2.12)-1, (2.14), (3.2), (3.3), (4.2).

Литература

1. Ассур Л.В. Исследование плоских стержневых механизмов с точки зрения их структуры и классификации. – М.: Изд. АН СССР, 1952. – 529 с.
2. Дворников Л.Т. Начала теории структуры механизмов. – Новокузнецк: СибГГМА, 1994. – 102 с.
3. Дворников Л.Т., Гудимова Л.Н. Обоснование взаимозависимостей между параметрами, определяющими структуру плоских шарнирных кинематических цепей // Вестник Кузбасского государственного технического университета. – Кемерово. – 2009. – №1(64). – С. 44-48.

КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ШЕСТИЗВЕННОЙ ГРУППЫ АССУРА С ДВУМЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНЫМИ ЗАМКНУТЫМИ ИЗМЕНЯЕМЫМИ КОНТУРАМИ ГРАФО-АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Доронин В.И., Дворников Л.Т., Стариков С.П.

Кинематическая цепь исследуемой шестизвенной группы приведена на рисунке 1.

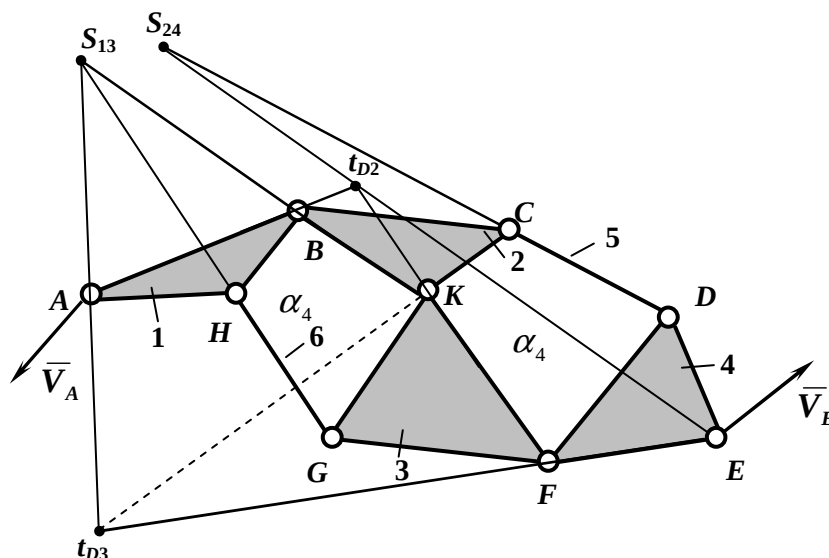


Рисунок 1 – Шестизвенная группа Ассур с двумя четырехугольными замкнутыми изменяемыми контурами α_4 и дистанцией между выходами(4-4)

Особенность этой группы заключается в том, что она построена с двумя замкнутыми подвижными контурами **HBKG** и **KCDF**, имеет два выхода (открытых кинематических пар) **A** и **E** и, при этом между выходами группы располагается по четыре звена 1, 2, 5, 4 и 4, 3, 6, 1. Последнее обстоятельство существенно усложняет кинематическое исследование, т.к. по заданным скоростям $\bar{V}_A$ и $\bar{V}_E$ обычным образом нет возможности найти кинематические параметры каких-либо из точек других звеньев группы. В изложенном ниже решении был использован метод одного из авторов настоящей статьи профессора В.И. Доронина, заключающийся в поиске особых точек и особых направлений в группе, обладающих кинематической разрешимостью. Особыми точками исследуемой группы являются точки S_{13} и S_{24} . По существу, эти точки есть точки Ассур, принадлежащие звеньям 1 и 3

и звеньям 2 и 4. Последнее легко доказывается на основании известной теоремы теоретической механики о равенстве проекций скоростей точек твердого тела на соединяющие их направления. Совершенно очевидно, что проекции скоростей точек **H** и **G**, а также **B** и **K** на направления **HG** и **BK** одинаковы и, если эти проекции перенести далее до точки **S₁₃**, то по ним легко может быть найдена скорость точки **S₁₃**, откуда следует, что эта точка принадлежит звеньям 1 и 3. Аналогично можно доказать, что точка **S₂₄** принадлежит звеньям 2 и 4. Однако по имеющимся заданным скоростям $\overline{V}_A$ и $\overline{V}_E$ определить скорость точек **S₁₃** и **S₂₄** невозможно.

Обратимся теперь к особым направлениям, являющимся продолжением линии **EF** звена 4 и линии **AB** звена 1. Эти направления замечательны тем, что все точки на них имеют проекции скоростей, равные проекциям скоростей $\overline{V}_E$ и $\overline{V}_A$. Такие же величины проекций скоростей имеют точка **F** звена 3 и точка **B** звена 2, т.е. по этой причине все точки на этих направлениях принадлежат звеньям 3 и 2. Следовательно, если провести из точки **S₁₃** линию, которая пресечет направление **EF**, то все лежащие на ней точки также как **S₁₃** будут принадлежать звену 3. Однако, чтобы воспользоваться известной скоростью точки **A** ($\overline{V}_A$) проведем линию от **S₁₃** именно через точку **A**, тогда пересечение этой линии с направлением **EF** даст особую точку **t_{D3}**, принадлежащую звену 3, скорость которой легко может быть найдена по известным скоростям точек **A** и **E**.

Впервые на возможность отыскания такой точки обратил внимание один из авторов настоящей статьи профессор Доронин В.И. На этом основании рассмотренные точки обозначены **t_D**, т.е. точки Доронина.

Аналогично для звена 2 можно найти точку **t_{D2}** на пересечении линий, продолжающих отрезки **AB** и **S₂₄E**.

Скорость этих точек может быть найдена из уравнений

$$\begin{cases} \overline{V}_{t_{D3}} = \overline{V}_A + \overline{V}_{t_{D3}A}, & \overline{V}_{t_{D3}A} \perp S_{13}A, \\ \overline{V}_{t_{D3}} = \overline{V}_E + \overline{V}_{FE} + \overline{V}_{t_{D3}F}, & \overline{V}_{FE} + \overline{V}_{t_{D3}F} \perp EF, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \overline{V}_{t_{D2}} = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA} + \overline{V}_{t_{D2}B}, & \overline{V}_{BA} + \overline{V}_{t_{D2}B} \perp AB, \\ \overline{V}_{t_{D2}} = \overline{V}_E + \overline{V}_{t_{D2}E}, & \overline{V}_{t_{D2}E} \perp S_{24}E. \end{cases} \quad (2)$$

Выбор звеньев 3 и 2 определился тем, что они имеют одну общую точку K , скорость которой теперь может быть найдена по известным скоростям точек t_{D3} и t_{D2} из уравнений

$$\begin{cases} \overline{V_K} = \overline{V_{t_{D3}}} + \overline{V_{Kt_{D3}}}, & \overline{V_{Kt_{D3}}} \perp Kt_{D3}, \\ \overline{V_K} = \overline{V_{t_{D2}}} + \overline{V_{Kt_{D2}}}, & \overline{V_{Kt_{D2}}} \perp Kt_{D2}. \end{cases} \quad (3)$$

Дальнейшее решение основывается на следующих зависимостях:

$$\begin{cases} \overline{V_B} = \overline{V_A} + \overline{V_{BA}}, & \overline{V_{BA}} \perp AB, \\ \overline{V_B} = \overline{V_K} + \overline{V_{BK}}, & \overline{V_{BK}} \perp BK, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \overline{V_C} = \overline{V_B} + \overline{V_{CB}}, & \overline{V_{CB}} \perp CB, \\ \overline{V_C} = \overline{V_K} + \overline{V_{CK}}, & \overline{V_{CK}} \perp CK, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \overline{V_D} = \overline{V_E} + \overline{V_{DE}}, & \overline{V_{DE}} \perp DE, \\ \overline{V_D} = \overline{V_C} + \overline{V_{DC}}, & \overline{V_{DC}} \perp DC, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \overline{V_F} = \overline{V_E} + \overline{V_{FE}}, & \overline{V_{FE}} \perp EF, \\ \overline{V_F} = \overline{V_D} + \overline{V_{FD}}, & \overline{V_{FD}} \perp FD, \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \overline{V_G} = \overline{V_K} + \overline{V_{GK}}, & \overline{V_{GK}} \perp GK, \\ \overline{V_G} = \overline{V_F} + \overline{V_{GF}}, & \overline{V_{GF}} \perp GF, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \overline{V_H} = \overline{V_B} + \overline{V_{HB}}, & \overline{V_{HB}} \perp HB, \\ \overline{V_H} = \overline{V_G} + \overline{V_{HG}}, & \overline{V_{HG}} \perp HG. \end{cases} \quad (9)$$

План скоростей показан на рисунке 2, где подробно обозначены все направления векторов, позволяющие проследить порядок построения плана.

Последний метод дает полное решение рассматриваемой группы и может быть использован для других кинематически разрешимых цепей.

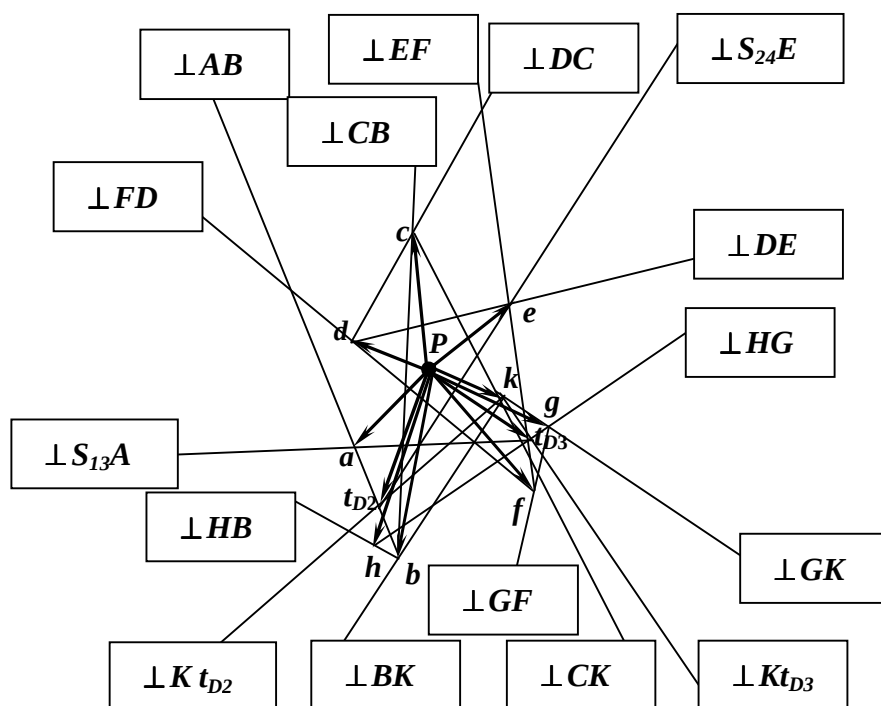


Рисунок 2 – План скоростей группы Ассура с двумя четырехугольными замкнутыми изменяемыми контурами α_4 и дистанцией между выходами (4-4)

С целью проверки найденного решения покажем дополнительно использование так называемого метода «ложных скоростей», который применительно четырехзвенной группе четвертого класса был показан Н.И. Левитским в [1]. Этот метод основывается на задании нескольких ложных значений относительных скоростей точек звеньев, нахождении закономерности их изменения и определении истинных значений скоростей.

Покажем применение метода к шестизвенной группе (рисунок 1) в виде следующего алгоритма.

1) Выбираем расположение полюса плана (рисунок 3), наносим на план известные вектора скоростей $\overline{pa}$ и $\overline{pe}$ точек A и E в масштабе μv .

2) На продолжении звеньев CD и KF , а также HG и BK фиксируем точки S_{24} и S_{13} , соответственно. Из доказанного ранее следует, что точка S_{24} принадлежит одновременно звену 2 и звену 4, а точка S_{13} – звеньям 1 и 5. Исходя из этого положения можно записать векторные уравнения

$$\begin{aligned}\overline{V}_{S_{24}} &= \overline{V}_E + \overline{V}_{S_{24}E}, \overline{V}_{S_{24}E} \perp S_{24}E, \\ \overline{V}_{S_{13}} &= \overline{V}_A + \overline{V}_{S_{13}A}, \overline{V}_{S_{13}A} \perp S_{13}A,\end{aligned}$$

3) Фиксируем на направлении $\perp S_{24}E$ некоторое ложное положение точки $\overline{s'_{24}}$ (т.е. задаем ей ложную скорость $\overline{Ps'_{24}}$).

$$\begin{aligned}\bar{V}_{B'} &= \bar{V}_A + \bar{V}_{B'A}, \bar{V}_{B'A} \perp BA, \\ \bar{V}_{B'} &= \bar{V}_{S'_{24}} + \bar{V}_{B'S'_{24}}, \bar{V}_{B'S'_{24}} \perp BS_{24}.\end{aligned}$$

40

6) На пересечении направлений $\perp S_{24}F$ и $\perp S_{13}F$ находим точку f' по уравнениям

$$\overline{V}_{F'} = \overline{V}_{S_{24}'} + \overline{V}_{F'S_{24}'}, \overline{V}_{F'S_{24}'} \perp S_{24}F,$$

$$\overline{V}_{F'} = \overline{V}_{S_{13}'} + \overline{V}_{F'S_{13}'}, \overline{V}_{F'S_{13}'} \perp S_{13}F.$$

7) Повторяя аналогичные построения получаем несколько ложных положений точки f (f'' и f''').

8) Проводя через точки f' , f'' и f''' линию до пересечения ее с линией $\perp EF$, исходящей из точки e плана, находим истинную скорость точки F (Pf).

9) Из найденной точки f обратным построением находим истинные положения точек s_{24} и s_{13} на плане и скорости этих точек.

Дальнейшее решение основывается на следующих зависимостях:

$$\begin{cases} \overline{V}_D = \overline{V}_F + \overline{V}_{DF}, & \overline{V}_{DF} \perp DF, \\ \overline{V}_D = \overline{V}_E + \overline{V}_{DE}, & \overline{V}_{DE} \perp DE, \\ \overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}, & \overline{V}_{BA} \perp AB, \\ \overline{V}_B = \overline{V}_{S_1} + \overline{V}_{BS_1}, & \overline{V}_{BS_1} \perp BS_1, \\ \overline{V}_C = \overline{V}_B + \overline{V}_{CB}, & \overline{V}_{CB} \perp CB, \\ \overline{V}_C = \overline{V}_D + \overline{V}_{CD}, & \overline{V}_{CD} \perp CD, \\ \overline{V}_K = \overline{V}_B + \overline{V}_{KB}, & \overline{V}_{KB} \perp BS_1, \\ \overline{V}_K = \overline{V}_C + \overline{V}_{KC}, & \overline{V}_{KC} \perp KC, \\ \overline{V}_H = \overline{V}_A + \overline{V}_{HA}, & \overline{V}_{HA} \perp HA, \\ \overline{V}_H = \overline{V}_B + \overline{V}_{HB}, & \overline{V}_{HB} \perp HB, \\ \overline{V}_G = \overline{V}_K + \overline{V}_{GK}, & \overline{V}_{GK} \perp GK, \\ \overline{V}_G = \overline{V}_H + \overline{V}_{GH}, & \overline{V}_{GH} \perp GH. \end{cases}$$

Использование метода ложных скоростей, подтвердило правильность решения, полученного с использованием особых точек t_{D3} и t_{D2} .

Литература

1. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин / Н.И. Левитский. – М.: Наука, 1990. – 592 с.

К ВОПРОСУ О СТРУКТУРНОМ СИНТЕЗЕ ТРЕХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

Попугаев М.Г., Дворников Л.Т.

Формула Малышева А.П. для самоустанавливающихся пространственных кинематических цепей, выведенная им в 1923г. [1], была записана в виде

$$6(n-1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = W, \quad (1)$$

где под n понималось общее число звеньев рассматриваемой системы, включая неподвижное звено (стойку), через p_5 , p_4 , p_3 , p_2 и p_1 , обозначались кинематические пары пятого (одноподвижные), четвертого (двухподвижные), третьего (трехподвижные), второго (четыреподвижные) и первого (пятиподвижные) классов, а W – определяло подвижность цепи (Малышев обозначал этот параметр буквой q).

Рассмотрим с учетом формулы (1) вопрос о существовании наиболее простых по числу звеньев механизмов ($W = 1$).

Под механизмом будем понимать такую кинематическую цепь, в которой присутствуют входное и выходное звенья (т.е. механизм является цепью, замкнутой на стойку) и которая обладает определенностью движения.

Если в (1) подставить $n = 1$, то первый член уравнения обратится в нуль, и тогда получим

$$5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 = -1.$$

Удовлетворить этому условию невозможно, т.к. числа кинематических пар всех классов могут быть лишь целыми и положительными. Таким образом, однозвенные по Малышеву А.П. механизмы созданы быть не могут.

Обратимся к случаю когда $n = 2$. При этом из (1) получим

$$5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 = 6 - W, \quad (2)$$

откуда следует, что подвижность цепи W может принимать значения от 0 до 6.

При $W = 0$ в результате решения (2) можно найти 9 соединений: три двухпарных ($p_5 = 1, p_1 = 1; p_4 = 1, p_2 = 1; p_3 = 2$); два трехпарных ($p_4 = 1, p_1 = 2; p_3 = 1, p_2 = 1, p_1 = 1$) два четырехпарных ($p_3 = 1, p_1 = 3; p_2 = 2, p_1 = 2$) одно пятипарное ($p_2 = 1, p_1 = 4$) и одно шестипарное $p_1 = 6$. Все эти соединения являются неподвиж-

ными соединениями звена со стойкой, а потому могут применяться в технике по назначению, т.е. при неподвижном соединении деталей машин. Таким же образом создаются неподвижные соединения и в живой природе. Например, поверхностный слой кости 2, 3 как бы вставляется непосредственно в саму кость 1 (рисунок 1) [2], при этом любое движение в этом соединении исключается.

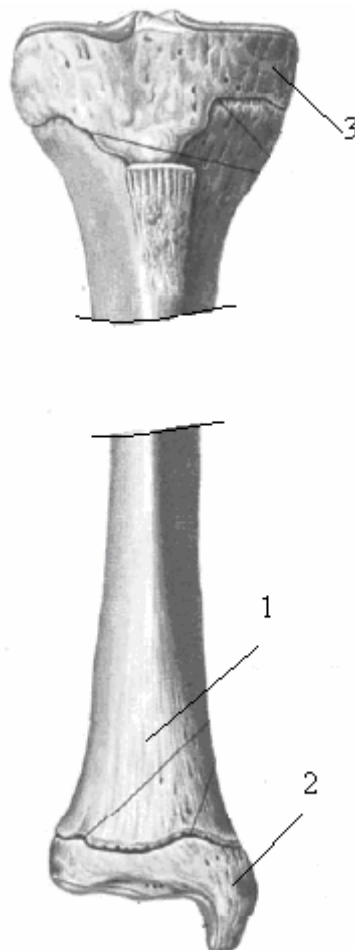


Рисунок 1 – Большеберцовая кость

Зададимся значением $W = 1$ и получим

$$5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 = 5.$$

Это уравнение имеет семь целочисленных положительных решений, а именно $p_5 = 1$; $p_4 = 1$, $p_1 = 1$; $p_3 = 1$, $p_1 = 2$; $p_3 = 1$, $p_2 = 1$; $p_2 = 2$, $p_1 = 1$; $p_2 = 1$, $p_1 = 3$; $p_1 = 5$.

Во всех перечисленных случаях речь может идти о соединении двух звеньев, одно из которых является неподвижным, т.е. стойкой. Все соединения имеют лишь входное (относительно стойки) подвижное звено, а потому они не являются механизмами.

Подвижное соединение двух звеньев называют кинематической парой. Таким образом, все семь полученных решений описывают двухзвенные кинематические цепи, являющиеся одноподвижными кинематическими парами от одноконтактной до пятиконтактной.

Отметим, что через одноконтактные одноподвижные кинематические пары p_5 могут создаваться входные звенья механизмов, которые Ассур Л.В. относил к простейшим механизмам I класса и различал два их вида вращательный (кривошип) и поступательный (ползун).

Таким образом, создать двухзвенные механизмы, удовлетворяющие условию замкнутости кинематической цепи, невозможно.

Если задаться значением $W = 2$ то из уравнения (2) получим 5 решений, согласно которым могут быть образованы двухподвижные кинематические пары: одна одноконтактная ($p_4 = 1$), две двухконтактные ($p_3 = 1, p_1 = 1; p_2 = 2$) и по одной трех и четырехконтактные пары ($p_2 = 1, p_1 = 2$ и $p_1 = 4$).

При $W = 3$ уравнение (2) имеет три решения, которые описывают трехподвижные кинематические пары от одноконтактной до трехконтактной, а именно: $p_3 = 1; p_2 = 1, p_1 = 1$ и $p_1 = 3$.

При $W = 4$ уравнение (2) дает два решения, описывающие четырехподвижные кинематические пары – одноконтактную ($p_2 = 1$) и двухконтактную ($p_1 = 2$), а при $W = 5$ из уравнения (2) находится одно решение, описывающее пятиподвижную кинематическую пару ($p_1 = 1$).

Итак, всего одноподвижных кинематических пар ($W=1$) семь: $p_5 = 1; p_4 = 1, p_1 = 1; p_3 = 1, p_1 = 2; p_3 = 1, p_2 = 1; p_2 = 2, p_1 = 1; p_2 = 1, p_1 = 3; p_1 = 5$.

Двухподвижных кинематических пар ($W=2$) пять: $p_4 = 1; p_3 = 1, p_1 = 1; p_2 = 2; p_2 = 1, p_1 = 2$ и $p_1 = 4$.

Трехподвижных кинематических пар ($W=3$) три: $p_3 = 1; p_2 = 1, p_1 = 1$ и $p_1 = 3$.

Четырехподвижных кинематических пар ($W=4$) две: $p_2 = 1$ и $p_1 = 2$.

Пятиподвижная кинематическая пара ($W=5$) $p_1 = 1$.

В случае, когда принимаемся $W = 6$, правая часть уравнения (2) обращается в нуль, т.е. двухзвенных цепей с такой подвижностью

создать невозможно. При $W = 7$ и выше из (2) нельзя получить целочисленных положительных решений.

При задании W отрицательных значений от -1 и менее, получаемые соединения окажутся неподвижными и статически неопределимыми.

Все рассмотренные цепи не могут быть замкнуты в этом случае на стойку, т.е. механизмами не являются.

Зададимся теперь $n = 3$. Из (1), в этом случае, получим

$$5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 = 12 - W. \quad (3)$$

Три звена, одно из которых неподвижное, при условии относительной подвижности двух других и при минимальном числе кинематических пар p можно соединить одним из двух способов, (рисунок 2, а, б), а именно, в две и в три кинематические пары. Показанные на рисунке 1 кинематические пары могут быть различных классов.

По первому способу (рисунок 2, а) образуются разомкнутые кинематические цепи. Назовем их трехзвенными кинематическими соединениями (трекс). Такое соединение показано на рисунке 3.

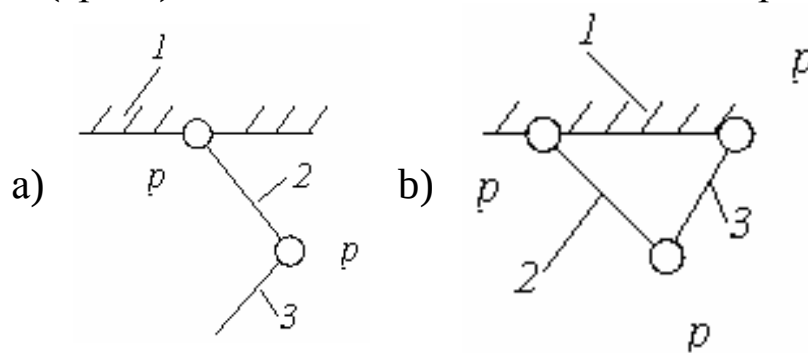


Рисунок 2 – Возможные соединения трех звеньев, одно из которых неподвижно

На рисунке 3 показан «шар» 1, соединенный по внутренней сферической поверхности с «шаром» 2, лежащим на неподвижной плоскости 3. Согласно (3) это соединение при двух парах p_1 имеет подвижность $W = 12 - p_1 = 10$, т.е. оно позволяет, между звеньями 1 и 3 иметь 10 относительных движений, чего не обеспечивает ни одна из кинематических пар.

Трекс, показанный на рисунке 2, а, при использовании в нем двух кинематических пар p_5 дает подвижность $W = 12 - 10 = 2$. Задаваясь разными по классам парами можно создавать также трексы с W

от 3 до 9. Отметим, что трексы не являются механизмами, т.к. эти цепи не замкнуты на стойку.

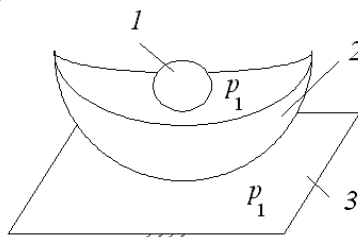


Рисунок 3 – Трехзвенное кинематическое соединение с двумя парами p_1

Второй способ соединения трех звеньев – в три кинематические пары (рисунок 2, б), позволяет получать замкнутую на стойку цепь, обладающую определенным движением, т.е. механизмы.

На этом основании сделаем важный вывод – простейшим по числу звеньев механизмом, является трехзвенный.

Во всех рассмотренных соединениях могут использоваться кинематические пары не только различных классов, но и различных видов одного класса. Известно [3], что полный состав одноконттактных кинематических пар включает в себя 14 разновидностей. Все они приведены в таблице 1. Среди них одна пара первого класса (p_1), три пары второго класса (p_2), пять пар третьего класса (p_3), три пары четвертого класса (p_4) и две пары пятого класса (p_5).

Отличия пар заключаются в их обозначениях через буквы В и П, которые указывают на разрешенные движения относительно осей декартовой системы координат. Так, пара $p_{2(1)}$ ВПВВ допускает три вращательных движения звена относительно всех трех осей координат и одно поступательное движение вдоль одной из осей. Виды пар одного класса различаются вторыми индексами, например, индекс $p_{2(2)}$ означает, что пара второго класса и второго вида.

Используя различные приведенные на рисунке 1 виды кинематических пар разных классов, по приведенным выше решениям можно найти полные составы неодноконттактных кинематических пар и трексов.

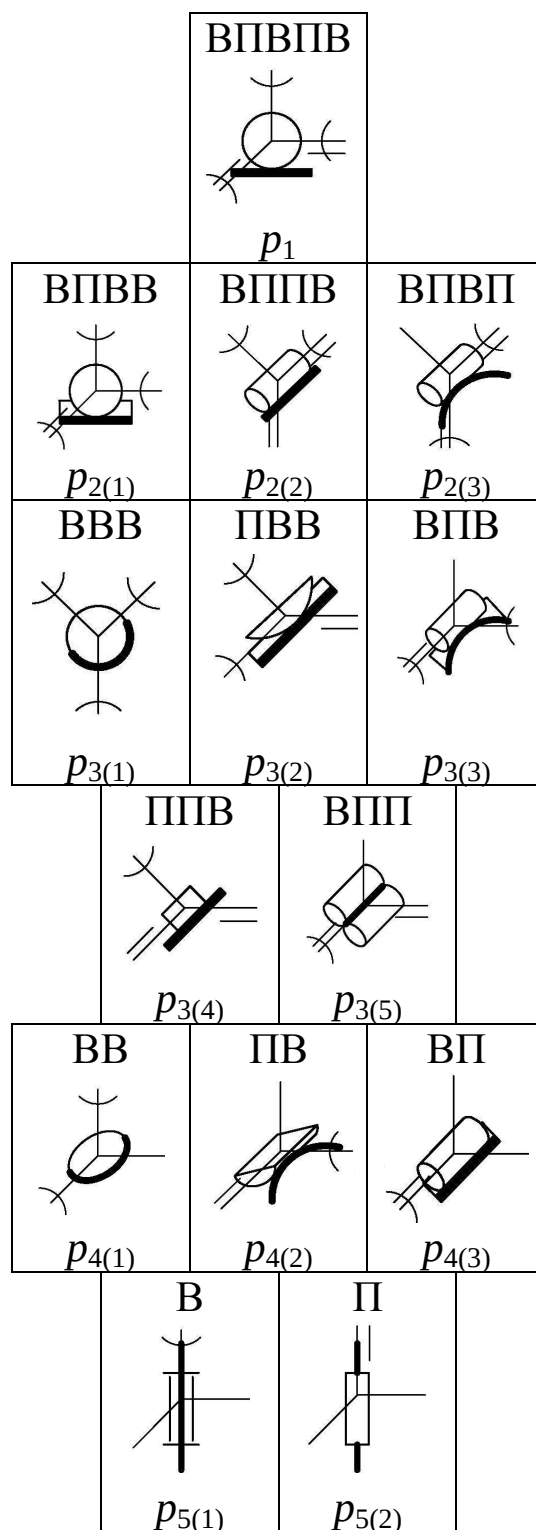


Рисунок 1 – Полный состав одноконтных кинематических пар
всех пяти классов

Структурно все механизмы, в том числе трехзвенные, описываются универсальной формулой Добровольского В.В.[4], имеющей вид

$$W_m = (6 - m)n - \sum_{k=m+1}^5 (k - m)p_k, \quad (4)$$

в которой под n понимается число подвижных звеньев, а под m – число общих связей, накладываемых на всю кинематическую цепь. В зависимости от m различают пять семейств механизмов: $m = 0$ – нулевое, $m = 1$ – первое, $m = 2$ – второе, $m = 3$ – третье, $m = 4$ – четвертое семейство.

Внутри семейств механизмы делятся на подсемейства [5]. Их отличия определяются числом и набором классов кинематических пар. Так, в третьем семействе можно различить три подсемейства

$$\begin{aligned} W_{3(0)} &= 3n - 2p_5 - p_4, \\ W_{3(1)} &= 3n - 2p_5, \\ W_{3(2)} &= 3n - p_4 \end{aligned} \quad (5)$$

и эти подсемейства по структуре являются существенно различными.

Всего подсемейств механизмов 57 из них нулевого семейства – 31, первого – 15, второго – 7, третьего – 3 и четвертого – 1.

Чтобы приступить к поиску всего многообразия трехзвенных механизмов, необходимо установить, в каких подсемействах такие механизмы существуют. Структурная формула механизмов ($W_m = 1$) нулевого семейства, нулевого подсемейства, для которых $n = 2$, а третье звено есть стойка, относительно которой рассматривается движение, имеет вид

$$5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 = 11. \quad (6)$$

В подсемействах, в которых сумма коэффициентов левой части при кинематических парах превышает число 11 или при использовании коэффициентов левой части невозможно обеспечить число 11, трехзвенные механизмы построить нельзя. Так, согласно формуле (6) сумма коэффициентов левой части дает число 15, т.е. более чем 11, откуда следует, что создать трехзвенный механизм нулевого семейства, нулевого подсемейства невозможно. В седьмом подсемействе нулевого семейства ($W_{0(7)} = 5p_5 + 4p_4$) сумма коэффициентов левой части дает число 9, что меньше 11, однако и путем добавления к числу 9 чисел 5 или 4 (это коэффициенты при парах p_5 и p_4) получить 11 нельзя, откуда также следует, что создать трехзвенный механизм нулевого семейства седьмого подсемейства невозможно.

Анализ всего многообразия подсемейств показывает, что в нулевом семействе трехзвенные механизмы могут быть созданы в следующих подсемействах [5]:

$$W_{0(5)} = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 2p_2,$$

$$W_{0(6)} = 6n - 5p_5 - 4p_4 - p_1,$$

$$W_{0(8)} = 6n - 5p_5 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

$$W_{0(10)} = 6n - 5p_5 - 3p_3 - p_1,$$

$$W_{0(11)} = 6n - 5p_5 - 3p_3,$$

$$W_{0(12)} = 6n - 5p_5 - 2p_2 - p_1,$$

$$W_{0(13)} = 6n - 5p_5 - 2p_2,$$

$$W_{0(14)} = 6n - 5p_5 - p_1,$$

$$W_{0(16)} = 6n - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

$$W_{0(17)} = 6n - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2,$$

$$W_{0(18)} = 6n - 4p_4 - 3p_3 - p_1,$$

$$W_{0(19)} = 6n - 4p_4 - 3p_3,$$

$$W_{0(20)} = 6n - 4p_4 - 2p_2 - p_1,$$

$$W_{0(22)} = 6n - 4p_4 - p_1,$$

$$W_{0(24)} = 6n - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

$$W_{0(25)} = 6n - 3p_3 - 2p_2,$$

$$W_{0(26)} = 6n - 3p_3 - p_1,$$

$$W_{0(28)} = 6n - 2p_2 - p_1,$$

$$W_{0(30)} = 6n - p_1.$$

Задаваясь значением $m = 1$ и произведя подобный анализ, легко доказать, что можно создать трехзвенные механизмы в подсемействах:

$$W_{1(1)} = 5n - 4p_5 - 3p_4 - 2p_3,$$

$$W_{1(2)} = 5n - 4p_5 - 3p_4 - p_2,$$

$$W_{1(4)} = 5n - 4p_5 - 2p_3 - p_2,$$

$$W_{1(6)} = 5n - 4p_5 - p_2,$$

$$W_{1(8)} = 5n - 3p_4 - 2p_3 - p_2,$$

$$W_{1(9)} = 5n - 3p_4 - 2p_3,$$

$$W_{1(10)} = 5n - 3p_4 - p_2,$$

$$W_{1(11)} = 5n - 3p_4,$$

$$W_{1(12)} = 5n - 2p_3 - p_2,$$

$$W_{1(14)} = 5n - p_2.$$

По тем же причинам можно создать трехзвенники во втором, третьем и четвертом семействе в подсемействах

$$W_{2(0)} = 4n - 3p_5 - 2p_4 - p_3,$$

$$W_{2(1)} = 4n - 3p_5 - 2p_4,$$

$$W_{2(2)} = 4n - 3p_5 - p_3,$$

$$W_{2(4)} = 4n - 2p_4 - p_3,$$

$$W_{2(6)} = 4n - p_3,$$

$$W_{3(0)} = 3n - 2p_5 - p_4,$$

$$W_{3(2)} = 3n - p_4,$$

$$W_4 = 2n - p_5.$$

Таким образом, трехзвенные механизмы могут существовать в 37 подсемействах из них в нулевом семействе в 19 из 31, в первом в 10 из 15, во втором в 5 из 7, в третьем в 2 из 3 и одно в четвертом семействе.

Учитывая все изложенное выше, можно утверждать, что число простейших, а именно трехзвенных механизмов, с учетом возможных к применению в них классов и видов кинематических пар, а также всех подсемейств, в которых механизмы могут быть организованы, поддается однозначному определению и может быть реализовано в практике.

Приведем пример трехзвенного пространственного механизма [6] девятнадцатого подсемейства (рисунок 4), который был заявлен авторами в 2006 году. В нем два подвижных звена (3 и 6) и три кинематические пары (две пары четвертого класса ВП (5 и 7) и пара третьего класса ВВВ (10)), что удовлетворяет приведенному выше условию существования трехзвенных механизмов.

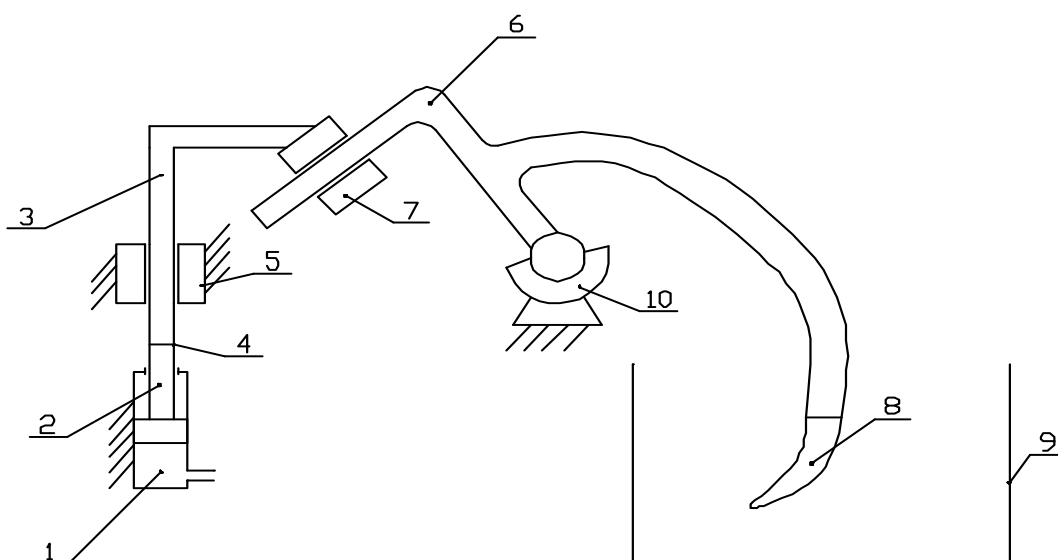


Рисунок 4 – Трехзвенный пространственный механизм девятнадцатого подсемейства

Литература

1. Малышев А.П. Анализ и синтез механизмов с точки зрения их структуры / А.П. Малышев. – Томск. Известия Томского техн. Института, 1923. – 80 с.
2. Сидельников Р.Д., Сидельников Я.Р. Атлас анатомии человека: Учеб. пособие. – 2-е изд., стереотипное. – В 4 томах. Т. 1.: Учение о костях, соединении костей и мышцах. – М.: Медицина, 1996. – 344 с.: ил.
3. Дворников Л.Т. Основы теории кинематических пар: Моногр. / Л.Т. Дворников, Э.Я. Живаго. – Новокузнецк: СибГИУ, 2005. – 128 с.
4. Добровольский В.В. Основные принципы рациональной классификации механизмов // Добровольский В.В., Артоболевский И.И. Структура и классификация механизмов. М.-Л. Издательство АН СССР, 1939. – С. 5-48.
5. Дворников Л.Т. К развитию идей Добровольского В.В. и Артоболевского И.И. о делении многообразия механизмов на семейства // Материалы восемнадцатой научно-практической конференции по проблемам механики и машиностроения. Новокузнецк, 2008. – С. 3-17.
6. Пат. №2305406 С1 РФ МПК А21С 1/00, А21С 1/14. Пространственный тестомесильный механизм / Дворников Л.Т., Попугаев М.Г. – № 2006107074; заяв. 06.03.2006; опубл. 10.09.2007., Бюл. №25.

СИНТЕЗ ТРЁХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ НУЛЕВОГО СЕМЕЙСТВА

Гудимова Л.Н., Попугаев М.Г.

Одной из актуальных задач современного машиностроения является задача создания механизмов без избыточных связей, т.е. таких, которые возникают в механических системах в результате неизбежной принудительной сборки, когда число звеньев, число и классы используемых кинематических пар не соответствуют самоустанавливающейся системе.

Рассмотрим в данной работе создание малозвенных, а именно, трёхзвенных, безизбыточных механизмов, используя Ассуров метод синтеза. В таких механизмах число подвижных звеньев $n = 2$, (третьим звеном является стойка). Ведущее звено (кривошип либо ползун) всегда имеет подвижность $W = 1$, следовательно, присоединяемая группа звеньев или, как в нашем случае, звено, должна иметь нулевую подвижность. Обратимся к работе [1], в которой показан метод синтеза безизбыточных кинематических цепей любой сложности, основанный на применении универсальной структурной системы (УСС), имеющей вид

$$\begin{cases} p = \tau + (\tau - 1)n_{\tau-1} + \dots + in_i + \dots + 2n_2 + n_1, \\ n = 1 + n_{\tau-1} + \dots + n_i + \dots + n_2 + n_1, \\ W = (6 - m)n - \sum_5^{k-m} (k - m)p_k, \end{cases} \quad (1)$$

где τ – базисное звено (τ – угольник), $\sum p_k$ общее число кинематических пар различного класса ($k = 1, 2, 3, 4, 5$), n – число подвижных звеньев, n_i – число звеньев, добавляющих при присоединении к цепи по i кинематических пар, m – число общих наложенных на механическую цепь связей (по Добровольскому В.В.), W подвижность кинематической цепи.

Приступим к решению поставленной задачи. Запишем систему уравнений (1) при условии, что к ведущему звену присоединяется только одно подвижное звено, т.е. $n = 1$, которое должно иметь подвижность $W = 0$, а так как механизм должен быть безизбыточным, то $m = 0$

$$\begin{cases} p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = \tau + (\tau - 1)n_{\tau-1} + \dots + n_i + \dots + 2n_2 + n_1, \\ 1 = 1 + n_{\tau-1} + \dots + n_i + \dots + n_2 + n_1, \\ 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 = 6. \end{cases} \quad (2)$$

Из второго уравнения системы (2) следует, что

$$n_{\tau-1} = n_i = n_2 = n_1 = 0.$$

Тогда первое уравнение системы (1) примет вид

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = \tau.$$

Выразим из этой зависимости число кинематических пар первого класса

$$p_1 = \tau - p_2 - p_3 - p_4 - p_5 \quad (3)$$

и подставим в третье уравнение системы (2). После преобразования получим

$$4p_5 + 3p_4 + 2p_3 + p_2 = 6 - \tau, \quad (4)$$

так как решениями могут быть только целые и положительные числа, то базисное звено может иметь значения $\tau = 2, 3, 4, 5$ и 6 .

Продолжим решение задачи, начиная последовательное исследование с $\tau = 2$. Выразим число пар p_5 из уравнения (4) и представим его так

$$p_5 = \frac{(6 - \tau) - 3p_4 - 2p_3 - p_2}{4} \quad (5)$$

$$p_5 = \frac{4 - 3p_4 - 2p_3 - p_2}{4}.$$

Из (5) следует, что p_5 может принимать два значения $p_5 = 1$ и $p_5 = 0$. При $p_5 = 1$ из уравнения (5) получим $3p_4 + 2p_3 + p_2 = 0$, отсюда следует, что решение в этом случае с учетом (3) должно быть таким: $p_5 = 1, p_4 = 0, p_3 = 0, p_2 = 0, p_1 = 1$.

В работе [2] проф. Дворников Л.Т. показал, что деление механизмов на пять семейств, предложенное Артоболевским И.И., является не полным, так как приводит к чрезмерному многообразию решений, существенно отличающихся друг от друга и трудно реализуемых, и предложил дифференцировать (разделять) семейства на подсемейства.

В нулевом подсемействе, к которому относится рассматриваемый в работе механизм, получается самое большее количество подсемейств, а именно тридцать одно. Анализ полученного решения

подтверждает существование предложенных подсемейств, т.к. формула подвижности для одного из подсемейств имеет вид

$$W_{0(15)} = 6n - 5p_5 - p_1, \quad (6)$$

где первый подстрочный индекс означает номер семейства, а второй – подсемейства. Уравнение (6) при числе подвижных звеньев ($n=1$), принятом в рассматриваемой задаче, доказывает существование механизмов нулевого семейства пятнадцатого подсемейства.

При $p_5 = 0$ уравнение (5) примет вид: $3p_4 + 2p_3 + p_2 = 4$, откуда можно сделать вывод, что в этом случае возможны только два решения. Первое

$$p_5 = 0, p_4 = 1, p_3 = 0, p_2 = 1, p_1 = 0.$$

и второе

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 2, p_2 = 0, p_1 = 0$$

Полученные решения описываются двадцать вторым и двадцать восьмым уравнениями подсемейств нулевого семейства [2]

$$W_{0(22)} = 6n - 4p_4 - 2p_2,$$

$$W_{0(28)} = 6n - 3p_3.$$

На рисунке 1 приведены три варианта возможных трёхзвенных пространственных механизмов

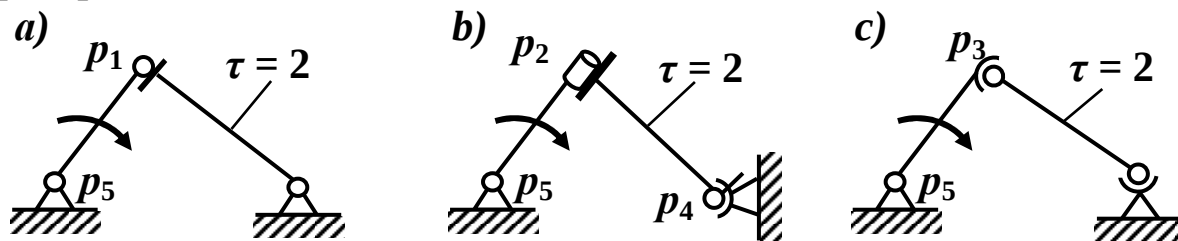


Рисунок 1 – Трёхзвенные безызбыточные механизмы нулевого семейства, пятнадцатого (a), двадцать второго (b) и двадцать восьмого (c) подсемейств

Известно [3], что одноконтактных пар p_1 – одна, это пара со следующими относительными движениями: **ВППВ**, p_2 (**ВПВВ**, **ВППВ**, **ВППП**) и p_4 (**ВВ**, **ПВ**, **ВП**) – по три, p_3 – пять (**ВВВ**, **ПВВ**, **ВПВ**, **ППВ**, **ВПП**), а p_5 (**В** и **П**) – две, учитывая это, нетрудно подсчитать, что всего приведенных на рисунке 1 безызбыточных механизмов с различными сочетаниями кинематических пар, будет пятьдесят два (26 механизмов с вращательной парой ведущего звена и 26 – с поступательной).

Найдем решения при $\tau = 3$, в этом случае уравнение (5) примет вид

$$p_5 = \frac{3 - 3p_4 - 2p_3 - p_2}{4}. \quad (7)$$

Из (7) видно, что число кинематических пар $p_5 = 0$, тогда

$$3p_4 + 2p_3 + p_2 = 3. \quad (8)$$

Учитывая (8) и зависимость, определяемую уравнением (3), получаем три различных решения

$$p_5 = 0, p_4 = 1, p_3 = 0, p_2 = 0, p_1 = 2,$$

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 1, p_2 = 1, p_1 = 1,$$

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 0, p_2 = 3, p_1 = 0.$$

Полученные решения по [2] описываются следующим уравнением

$$\begin{aligned} W_{0(23)} &= 6n - 4p_4 - p_1, \\ W_{0(25)} &= 6n - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \\ W_{0(30)} &= 6n - 2p_2, \end{aligned}$$

т.е. при рассматриваемых условиях, могут существовать механизмы указанных подсемейств.

На рисунке 2 показаны три варианта существования механизмов без избыточных связей с базовым трёхпарным звеном двадцать третьего подсемейства (a), двадцать пятого (b) и тридцатого (c).

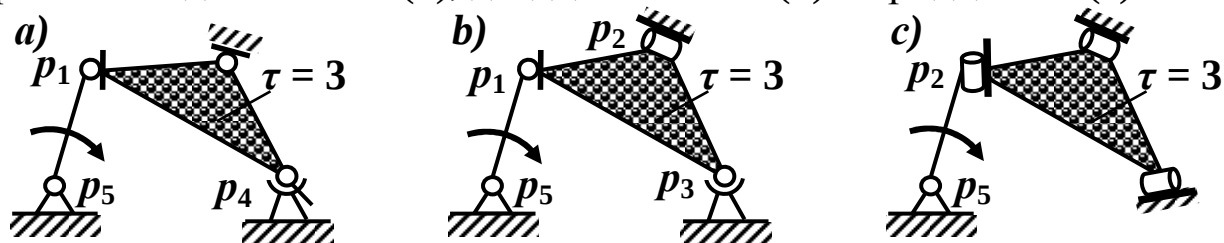


Рисунок 2 – Трёхзвенные безизбыточные механизмы нулевого семейства с $\tau = 3$

Исходя из выше приведенного количества различных вариантов кинематических пар [3] первого, второго, третьего, четвертого и пятого классов, легко определить, что всего безизбыточных механизмов с $\tau = 3$ может быть 56 (с учетом того, что ведущее звено может быть представлено либо поступательной, либо вращательной парой).

При $\tau = 4$ уравнение (5) запишется так

$$p_5 = \frac{2 - 3p_4 - 2p_3 - p_2}{4}. \quad (9)$$

Очевидно, что единственным решением уравнения (9) относительно пар пятого класса является решение, при котором $p_5 = 0$. С учетом зависимости (3) получаем следующие решения для рассматриваемого значения базисного звена

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 1, p_2 = 0, p_1 = 3, \quad (10)$$

$$p_5 = 0, p_4 = 0, p_3 = 0, p_2 = 2, p_1 = 2. \quad (11)$$

Эти решения удовлетворяют формулам подвижности для адаптированных механизмов и относятся к 27 и 29 подсемейству нулевого семейства

$$W_{0(27)} = 6n - 3p_3 - p_1,$$

$$W_{0(29)} = 6n - 2p_2 - p_1.$$

Всего с четырехпарным базисным звеном можно создать 34 механизма отличающихся друг от друга видами используемых кинематических пар [3].

Результаты решения по приведенным выше формулам (3) и (5) для случаев, когда $\tau = 5$ и $\tau = 6$, приведем в таблице 1. В последней колонке, которой поместим формулы подвижности подсемейств, для механизмов нулевого семейства [2], соответствующие полученным решениям.

Таблица 1 – Результаты решения синтеза трехзвенных механизмов нулевого семейства при $\tau = 5$ и 6

Базисное звено	Число пар p_5	Решение	Формула W подсемейства
$\tau = 5$	$p_5 = \frac{1 - 3p_4 - 2p_3 - p_2}{4}$	$p_5 = 0,$ $p_4 = 0,$ $p_3 = 0,$ $p_2 = 1,$ $p_1 = 4.$	$W_{0(29)} = 6n - 2p_2 - p_1$
$\tau = 6$	$p_5 = \frac{3p_4 - 2p_3 - p_2}{4}$	$p_5 = 0,$ $p_4 = 0,$ $p_3 = 0,$ $p_2 = 0,$ $p_1 = 6.$	$W_{0(31)} = 6n - p_1$

На рисунке 3 приведены безызбыточные механизмы с четырех, пяти и шестизвенными базисными звеньями, соответственно, двадцать седьмого, двадцать девятого и тридцать первого подсемейств.

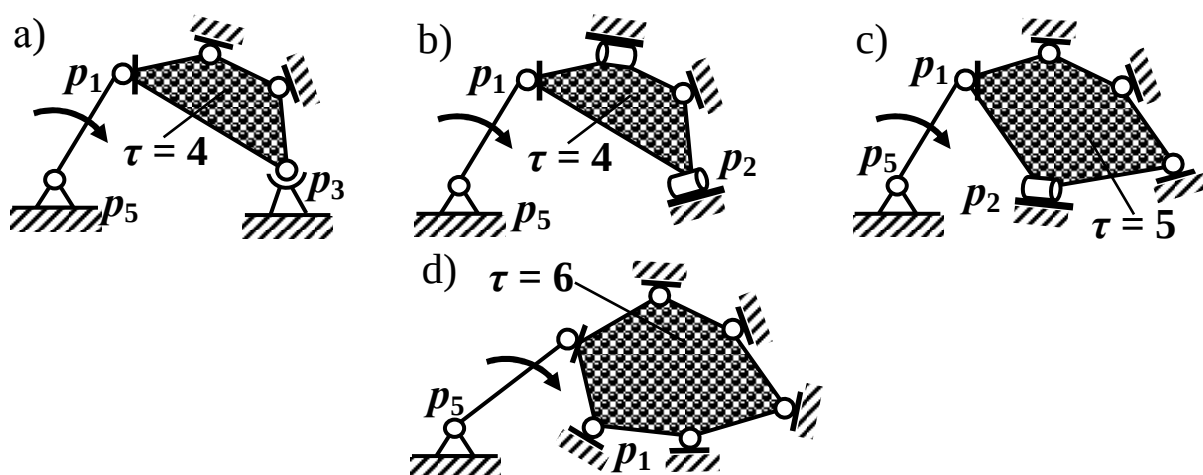


Рисунок 3 – Трехзвенные безызбыточные механизмы нулевого семейства с $\tau = 4$ (а и б), $\tau = 5$ (с), и $\tau = 6$ (д)

Механизмы, изображенные на рисунке 3, а соответствует решению, полученному по формуле (10), на рисунке 3, б – по формуле (11).

С учетом выше изложенного, если за базисное звено принять пятизвенное звено, то можно получить шесть механизмов с различным сочетанием кинематических пар, а с $\tau = 6$ – только два. Таким образом, из приведенного решения видно, что во – первых, чем сложнее базисное звено, тем больше кинематических пар более высоких классов должен содержать механизм, во – вторых, полученные результаты подтверждают правильность, предложенной в [2] дополнительной классификации семейств на подсемейства и, наконец, полный состав адаптированных трехзвенных механизмов с возможными базисными звеньями, определенными в приведенном решении, будет представлен 150 различными вариантами.

Литература

1. Дворников Л.Т. Начала теории структуры механизмов. Учебное пособие. Новокузнецк, 1994. – С. 102.
2. Дворников Л.Т. К развитию идей Добровольского В.В. и Артоболовского И.И. о делении многообразия механизмов на семейства // Материалы восемнадцатой научно-практической конференции по проблемам механики и машиностроения. Под редакцией профессора Дворникова Л.Т. и профессора Живаго Э.Я. – Новокузнецк, СибГИУ, 2008. – 3-17 с.
3. Дворников Л.Т., Живаго Э.Я. Кинематические пары в механических системах. Препринт. – Новокузнецк, СибГИУ, 2004.

АНАЛИЗ КИНЕМАТИЧЕСКИХ СХЕМ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ВИНТОВЫХ МЕХАНИЗМОВ ЧЕТВЕРТОГО СЕМЕЙСТВА

Гнездилов В.К., Дворников Л.Т.

Винтовые механизмы оказались одними из первых, использованных человеком для реального применения. Например, хорошо известен так называемый винт Архимеда, изобретенный им в III веке до н.э.

Все механизмы, в которых используется винтовое движение, относятся к пространственным. В плоском исполнении они вырождаются в клиновые механизмы. Пространственные винтовые механизмы (ПВМ) к настоящему времени имеют весьма широкое применение на практике. Как и плоские клиновые, ПВМ относятся к механизмам четвертого семейства по Артоблеву И.И, т.е. они описываются структурной формулой Добровольского В.П.

$$W=2n-p_5. \quad (1)$$

В таких механизмах могут использоваться три вида кинематических пар пятого класса, допускающих единственное независимое относительное движение: винтовое (Вт), поступательное (Пс) и поворотное (Пв). Поясним различие между названными парами.

Если рассмотреть винтовое движение развернутым на плоскость, то между параметрами, определяющими это движение, существует зависимость

$$\varphi r = \operatorname{tg} \beta \cdot S, \quad (2)$$

где S есть линейное смещение гайки вдоль оси X ; φr – перемещение точки гайки, расположенной на радиусе r , при ее повороте на угол φ ; β – угол подъема винтовой линии. На рисунке 1 показаны варианты смещения гайки в координатах φr – S . Собственно винтовая пара описывается связью между φr и S , показанной на рисунке 1,а.

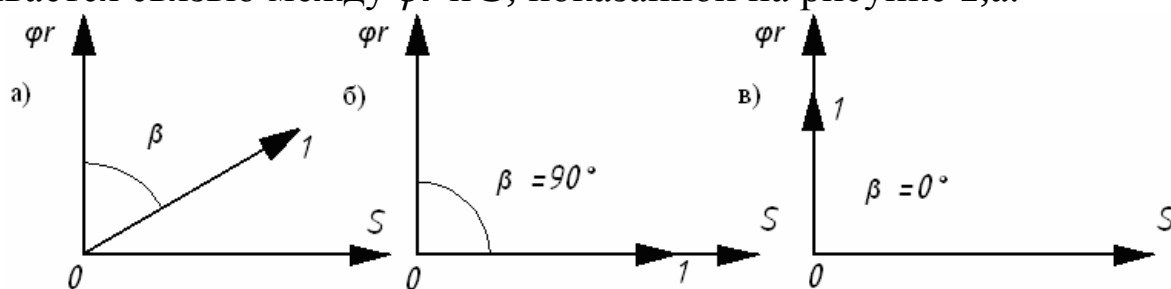


Рисунок 1 – Варианты движения гайки на винте

Если угол β довести до значения 90° , то φr по (1) при любых значениях S будет равно нулю и винтовая пара вырождается в пару поступательную (рисунок 1,б). Если же угол β в винтовой паре уменьшить до нуля, то по (1) при любых значениях φ смещение S будет оставаться равным нулю ($S=0$). Таким образом, поворот подвижного звена на любой угол φ не приведет к смещению вдоль оси S , т.е. винтовая пара в этом случае также выродится, но в пару другого вида, а именно, в поворотную (рисунок 1,в).

Рассмотрим ситуацию $\beta=0^\circ$ подробнее. Хотя в этом случае движение подвижного звена относительно неподвижного вращательное, пару эту нельзя назвать вращательной в полном смысле этого слова.

Дело в том, что любое винтовое движение не может быть бесконечным, оно ограничивается длиной используемого резьбового участка. Все винтовые механизмы, как и клиновые, имеют возвратное движение. В отличие от вращательной, поворотная пара обеспечивает лишь заданный максимальный угол поворота в одну или в другую сторону. Даже проектироваться такая пара должна по иным требованиям, чем вращательная.

Необходимо учитывать, что винтовые механизмы есть механизмы, в которых геометрические оси движения всех звеньев совпадают. Такие механизмы – соосны. При этом, имеются в виду оси как поступательного движения, так и поворотного. Геометрическая ось поворота гайки совпадает с осью поступательного движения, у любого кривошипа, входящего во вращательную пару со стойкой, поступательные движения всех его точек лежат в плоскости, перпендикулярной оси вращения кривошипа.

Именно на этом основании кинематическую пару винтового механизма, которая позволяет звеньям поворачиваться относительно стойки без осевого смещения, следует называть поворотной парой.

Это уточнение является существенным. Оно позволяет отличать пары, обеспечивающие относительное поворотное (возвратно-поворотное) движение в механизмах четвертого семейства (поворотная пара), от пар, используемых во всех других семействах (вращательная пара).

Простейший трехзвенный пространственный винтовой механизм состоит из двух подвижных звеньев, соединенных между собой и со стойкой в три кинематические пары (рисунок 2).

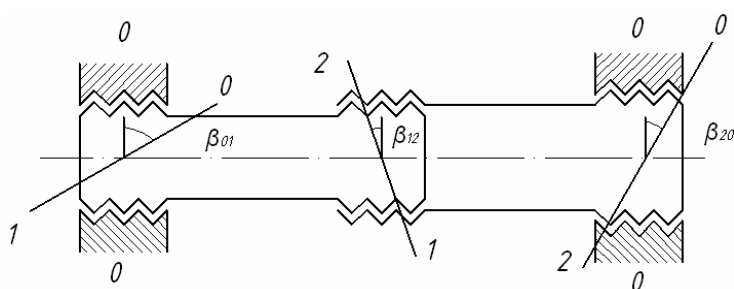


Рисунок 2 – Трехзвенный механизм

В ПВМ возможно применение кинематических пар трех видов, а именно Вт, Пс и Пв, найдем все возможные варианты механизма, которые комбинации этих пар.

Групп нулевой подвижности всего шесть:

а) Вт-Вт, б) Вт-Пс, в) Вт-Пв, г) Пс-Пв, д) Пс-Пс, е) Пв-Пв

Условию $W=0$ удовлетворяют : а), б), в) и г); а д) и е) $W=1$, их мы рассматривать не будем, поскольку они вырождают механизм. Из них один из вариантов а)-г) симметричен: Вт-Вт, б)-г) несимметричны, следовательно к ведущему звену могут присоединяться двояким образом.

Поскольку ведущим звеном могут быть три различные пары, то путем присоединения к ним групп нулевой подвижности получим 21 вариант (аблица 1).

Таблица 1 – Варианты групп нулевой подвижности

Ведущее звено	Виды групп нулевой подвижности						
	Вт-Вт	Вт-Пс	Пс-Вт	Вт-Пв	Пв-Вт	Пс-Пв	Пв-Пс
Вт	Вт-Вт-Вт	Вт-Вт-Пс	Вт-Пс-Вт	Вт-Вт-Пв	Вт-Пв-Вт	Вт-Пс-Пв	Вт-Пв-Пс
Пв	Пв-Вт-Вт	Пв-Вт-Пс	Пв-Пс-Вт	Пв-Вт-Пв	Пв-Пв-Вт	Пв-Пс-Пв	Пв-Пв-Пс
Пс	Пс-Вт-Вт	Пс-Вт-Пс	Пс-Пс-Вт	Пс-Вт-Пв	Пс-Пв-Вт	Пс-Пс-Пв	Пс-Пв-Пс

Ни одно из звеньев простейшего ПВМ не должно иметь обе пары Пв или Пс, при этом следует учитывать, что к стойке, т.е. неподвижному звену, высказанное условие относится аналогично подвижным звеньям. Отбраковываем такие механизмы, в итоге получим 13 работоспособных механизмов (таблица 2).

Таблица 2 – Работоспособные механизмы

Ведущее звено	Виды групп нулевой подвижности						
	ВТ-ВТ	ВТ-Пс	Пс-ВТ	ВТ-Пв	Пв-ВТ	Пс-Пв	Пв-Пс
ВТ	ВТ-ВТ-ВТ	ВТ-ВТ-Пс	ВТ-Пс-ВТ	ВТ-ВТ-Пв	ВТ-Пв-ВТ	ВТ-Пс-Пв	ВТ-Пв-Пс
Пв	Пв-ВТ-ВТ	Пв-ВТ-Пс	Пв-Пс-ВТ	Пв-ВТ-Пв	Пв-Пв-ВТ	Пв-Пс-Пв	Пв-Пв-Пс
Пс	Пс-ВТ-ВТ	Пс-ВТ-Пс	Пс-Пс-ВТ	Пс-ВТ-Пв	Пс-Пв-ВТ	Пс-Пс-Пв	Пс-Пв-Пс

Полученные механизмы можно объединить в четыре группы:

1) механизм содержащий в своем составе три винтовые КП, к этой группе относится лишь один механизм: ВТ-ВТ-ВТ;

2) одна из пар механизма будет поступательной, эта группа содержит 3 варианта чередования пар: Пс-ВТ-ВТ, ВТ-Пс-ВТ и ВТ-ВТ-Пс;

3) одна из пар механизма будет поворотной, аналогично второй группе, третья включает в себя 3 варианта: Пв-ВТ-ВТ, ВТ-Пв-ВТ и ВТ-ВТ-Пв;

4) в ПВМ присутствуют три вида кинематических пар: ВТ, Пв и Пс, данная группа включает в себя 6 вариантов: ВТ-Пс-Пв, ВТ-Пв-Пс, Пв-ВТ-Пс, Пв-Пс-ВТ, Пс-ВТ-Пв и Пс-Пв-ВТ.

Все описанные трехзвенные механизмы достаточно хорошо известны и применяются в технике в различных вариантах. Планы смещений для этих групп показаны на рисунке 3

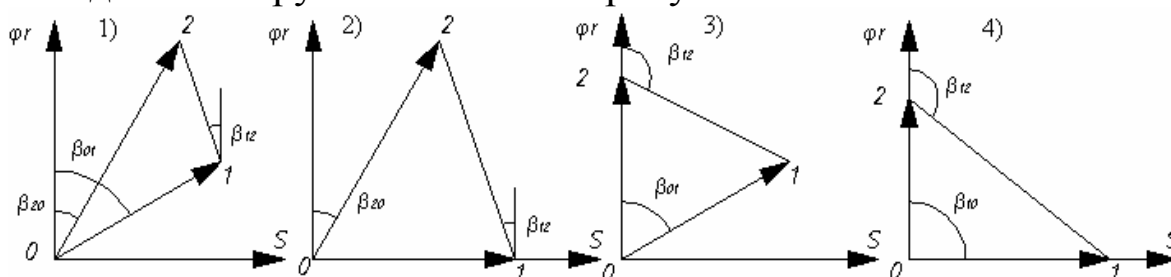


Рисунок 3 – Планы перемещений для трехзвенных ПВМ

Рассмотрим более сложный, четырехзвенный пространственный винтовой механизм, в котором звено 4 – есть стойка (рисунок 4). Такой механизм может быть назван редуктором винтового движения, т.к. углы поворота входного и выходного звена в нем различны и тем самым обеспечивают редукцию движения, а оси перпендикулярны плоскости поворота и совпадают между собой.

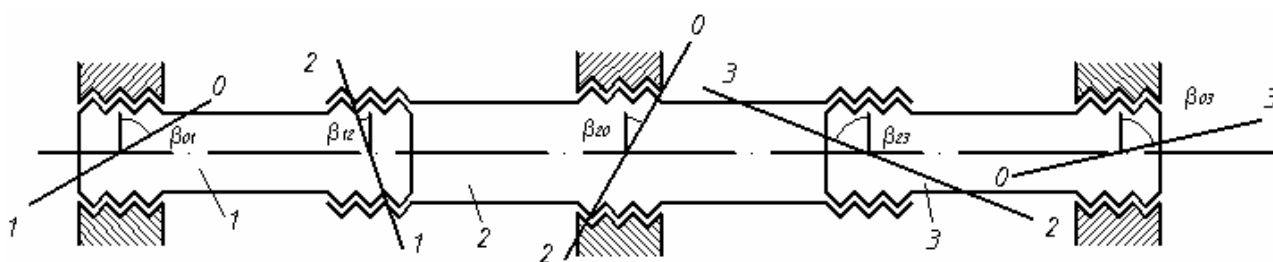


Рисунок 4 – Четырехзвенный ПМВ

Работает этот редуктор следующим образом. Если ведущему звену 1 придать поворот относительно центральной оси механизма, то звено 2 придет в движение через винтовую кинематическую пару 1-2. Само же звено 2 будет совершать винтовое движение по резьбовой нарезке относительно стойки 2-0, обусловленное винтовым движением ведущего звена, в результате чего через винтовую кинематическую пару 2-3 это звено, взаимодействуя с ведомым звеном 3, принудит последнее к винтовому движению.

Задачу об относительном смещении S_3 и S_1 можно решить графоаналитическим методом. Сущность метода заключается в построении плана смещений в координатах $\varphi r-S$. Можно рассматривать прямую и обратную, задачи кинематики. Прямая задача, или задача анализа, решается в том случае, когда для известного ПМВ составляется план перемещений, задается передаточное отношение и находятся необходимые углы наклона резьбовых соединений, а при решении обратной задачи – задачи синтеза, создается план перемещений, по заданным углам наклона резьб и относительных смещений звеньев, по которым и строится синтезируемый механизм.

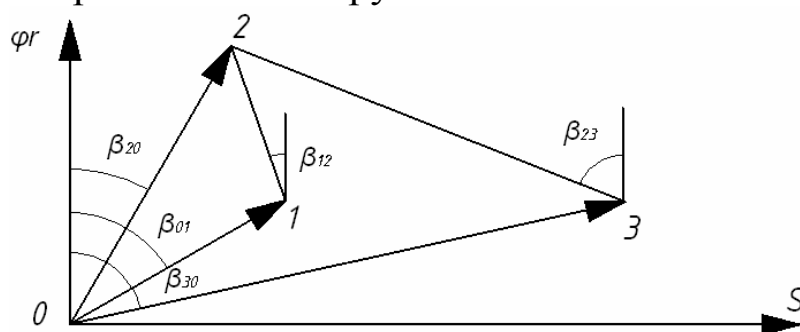


Рисунок 5 – План перемещений винтового механизма

При решении обратной задачи точки 0, 1, 2 и 3 в координатных осях $\varphi r-S$ будут показывать, насколько они сместятся после перемещения ведущего звена. Тогда, если смещение $S_1=0$, то все точки окажутся в положении 0 – первоначальном положении. Линия, соеди-

няющая две точки, например точки 2 и 3, показывает траекторию движения одного звена относительно другого.

Условимся, что на рисунке 5 все обозначенные точки есть аналоги звеньев, а линии, соединяющие точки-звенья, являются аналогами кинематических пар.

Следует отметить, что реально ведущее звено не должно иметь винтовую кинематическую пару со стойкой, т.к. для придания смещения этому звену, необходимо вводить дополнительные устройства, обеспечивающие это заданное винтовое движения в паре Вт, что неизбежно приведет к усложнению механизма. При создании реальных ПВМ за ведущие принимаются те звенья, которые входят со стойкой в Пс или Пв пары.

Из приведенного выше сделаем вывод.

Схемы перемещений для любых ПВМ или клиновых механизмов являются их аналогами. Можно составить структурные схемы механизмов четвертого семейства по углам наклонов резьб и заданным смещениям звеньев.

СЛОЖНЫЕ ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ, КАК АНАЛОГИ ПЛОСКИХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ВЫСШИМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМИ

Дмитриев В.В.

Зубчатыми называются механизмы, в состав которых входят зубчатые звенья – колеса и рейки. В зубчатых механизмах любые звенья соединяются только во вращательные, поступательные и зубчатые кинематические пары. Звенья, образующие вращательную пару, совершают независимо от ее конструкции относительное вращательное движение вокруг оси, связанной со звеном, условно принятым за неподвижное. Следовательно, вращательная пара в относительном движении оставляет каждому из соединяемых звеньев простое движение, определяемое одной степенью свободы. Так как свободное звено имеет шесть степеней свободы, то на относительное движение звеньев, образующих вращательную пару, накладываются пять условий связи (число которых определяет принадлежность пары к пятому классу).

При увеличении диаметра зубчатого колеса до бесконечно большой величины оно превратится в рейку, совершающую прямолинейно-поступательное движение. При таком преобразовании зубчатого механизма вращательная пара, представляющая собой соединение стойки и зубчатого колеса, превращается в поступательную пару. В относительном движении такая пара обеспечивает подвижному звену простое движение, определяемое одной степенью свободы, и накладывает пять условий связи. Поэтому поступательная пара, также как вращательная, относится к парам пятого класса.

Зубчатая кинематическая пара позволяет одному из соединяемых звеньев относительно другого совершать сложное движение, состоящее из двух вращательных движений. Таким образом, зубчатая пара оставляет в относительном движении соединяемым звеньям две степени свободы и накладывает четыре условия связи. Следовательно, такая пара является парой четвертого класса. Отметим, что описанные выше кинематические пары пятого класса относятся к низшим парам, а пара четвертого класса – к высшим.

Структурную формулу зубчатых механизмов можно получить, исходя из следующих рассуждений. Любое свободное звено, не со-

единенное с другими звеньями, обладает шестью степенями свободы. Следовательно, движение n подвижных звеньев определяется $6n$ степенями свободы. Соединение звеньев в кинематические пары приводит к наложению условий связи, которые определяются числом пар и их классом. Для определения числа степеней свободы (подвижности) механизма W необходимо из общего числа степеней свободы всех подвижных, но еще не соединенных звеньев вычесть число условий связи, наложенных всеми кинематическими парами

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4,$$

где n – число подвижных звеньев,

p_4 и p_5 – число пар четвертого и пятого классов.

Ограничения на движения соединенных звеньев накладываются не только используемыми кинематическими парами, но и общими для всего механизма условиями связи. Такие условия накладываются одновременно на движение всех звеньев механизма и определяются набором применяемых кинематических пар и особенностями их расположения. Для обозначения числа общих или родовых условий связи, накладываемых на механизм в целом, проф. Добровольский В.В. вводит параметр m . При этом структурная формула зубчатых механизмов получает вид

$$W = (6 - m)n - (5 - m)p_5 - (4 - m)p_4.$$

Определим значение параметра m для зубчатых механизмов. Рассмотрим простой трехзвенный зубчатый механизм с цилиндрическими колесами, приведенный на рис. 1, *а*. В нем два подвижных звена 1 и 2 совершают относительно стойки 3 вращательные движения. Если к этому механизму применить инверсию, т.е. выбрать в качестве стойки другое подвижное звено (например, звено 1), тогда звено 3 будет совершать простое вращательное движение вокруг оси звена 1. При этом звено 2 станет совершать сложное плоское движение, состоящее из вращательного движения вокруг оси звена 1 и вращательного движения вокруг собственной оси. Если принять звено 2 свободным, тогда его движение будет определяться тремя независимыми параметрами. Два из них представляют собой линейные перемещения вдоль двух взаимно перпендикулярных осей, расположенных в плоскости движения звена 2. Третьим параметром станет угол поворота вокруг оси, перпендикулярной плоскости движения. Следовательно, на зубчатые механизмы с цилиндрическими колесами наложено три общих условия связи, т.е. параметр $m = 3$. Так как все точки звеньев

этих механизмов описывают траектории, лежащие в нескольких параллельных плоскостях, то такие механизмы получили название плоские.

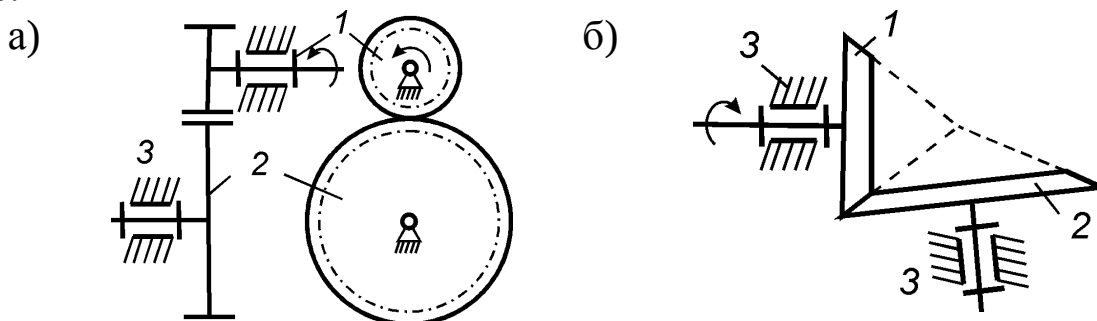


Рисунок 1 – Схема трехзвенного зубчатого механизма:
а) с цилиндрическими колесами, б) с коническими колесами

Также тремя параметрами определяется свободное движение конического зубчатого колеса. Рассмотрим трехзвенный зубчатый механизм с коническими колесами, схема которого показана на рисунке 1, б. Применим к механизму инверсию, приняв в качестве стойки подвижное звено 2, тогда звено 1 будет совершать сложное движение, состоящее из вращательного движения вокруг собственной оси и вращательного движения вокруг оси неподвижного звена 2. Свободное движение звена 1 в рассматриваемом случае будет представлять собой движение вокруг неподвижной точки, являющейся точкой пересечения двух указанных осей. Такое движение определяется тремя независимыми параметрами, представляющими собой три угла Эйлера. Таким образом, и на зубчатые механизмы с коническими колесами наложено три общих условия связи, т.е. параметр $m = 3$. Так как все точки звеньев этих механизмов описывают траектории, лежащие по нескольким поверхностям концентрически расположенных сфер, то такие механизмы называют сферическими.

Аналогичным образом можно установить, что и в гиперболоидных зубчатых передачах движение подвижных звеньев определяется тремя независимыми параметрами. Такие передачи имеют в своем составе винтовые, гипоидные и червячные зубчатые колеса, которые представляют собой развитие цилиндрических и конических зубчатых колес. Следовательно, сделанные нами выводы относятся и к этому виду зубчатых механизмов. В результате структурная формула для рассматриваемых зубчатых механизмов будет иметь вид

$$W = 3n - 2p_5 - p_4.$$

Точно такую же структурную формулу имеют плоские кинематические цепи с высшими кинематическими парами. В таких цепях, также как и в зубчатых механизмах, звенья могут образовывать только пары четвертого и пятого классов. Данная аналогия позволяет использовать плоские кинематические цепи, как модели зубчатых механизмов при их структурном анализе и синтезе. Как и любая модель, плоские кинематические цепи отражают только «одну сторону» реальных объектов: только некоторые существенные свойства зубчатых механизмов – их структурные признаки. По [1], структурными признаками называют такие свойства механизма, которые характеризуют их составные части и связи между ними: определяют число и сложность звеньев, их взаиморасположение и вид взаимных сочленений (вид кинематических пар), а также возможность выделения в механизме отдельных групп звеньев. Использование структурной модели позволяет абстрагироваться от множества «лишних» (с точки зрения структуры) свойств зубчатых механизмов: вида зубчатых колес (цилиндрических, конических и др.), вида зубчатого зацепления (внутреннего или внешнего), взаимного расположения плоскостей или поверхностей, в которых происходит движение звеньев и т.п.

При структурном анализе очевидно, что использование плоских кинематических цепей с высшими парами в качестве аналогов зубчатых механизмов особенно необходимо при изучении структур сложных механизмов (например, планетарных и дифференциальных зубчатых механизмов). Такая замена позволяет получить более наглядное и простое представление о структуре сложного зубчатого механизма, внимательнее проследить установленные связи между звеньями и упростить выделение структурных групп.

Рассмотрим простейший пример – трехзвенные зубчатые механизмы с цилиндрическими и коническими колесами (рисунок 1). По причинам указанным выше, для этих механизмов можно получить одну и ту же схему плоской кинематической цепи с высшими парами. Указав на схеме такой цепи условно неподвижное звено (стойку) и звенья с заданным относительно стойки движением – входные (ведущие) звенья, получим схему плоского стержневого механизма с кинематическими парами четвертого и пятого классов, приведенную на рисунке 2. Из структурного анализа представленной схемы следует, что рассматриваемые механизмы (рисунок 1) состоят из начального звена и однозвенной группы Ассура с парами четвертого и пятого классов, выделенной на схеме пунктирной линией.

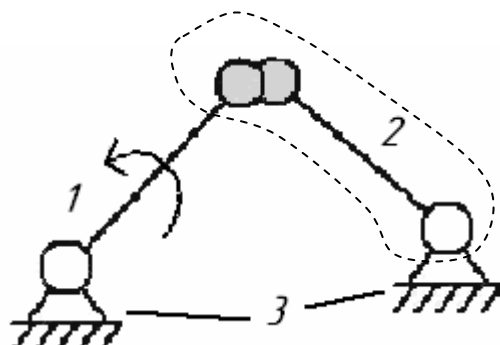


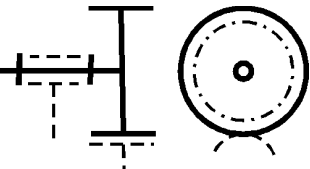
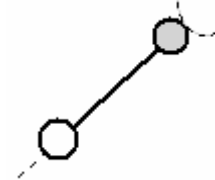
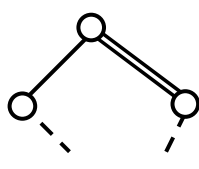
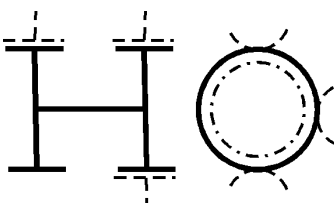
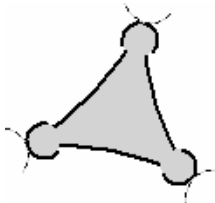
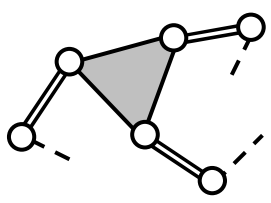
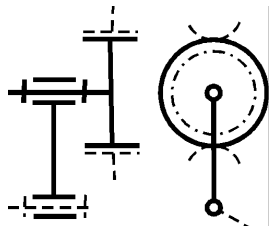
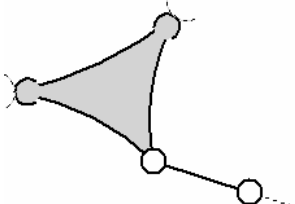
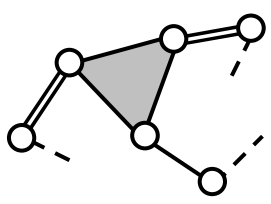
Рисунок 2 – Схема плоского стрержневого механизма с высшими парами аналога зубчатого механизма

В качестве структурных моделей зубчатых механизмов также возможно использование плоских кинематических цепей с низшими парами. В [2] с целью анализа сложных по своей структуре зубчатых механизмов предлагается использовать схемы плоских шарнирных механизмов, построение которых осуществляется следующим образом: одна пара зацепления преобразуется в поводок с двумя вращательными парами. На схемах плоских цепей или механизмов такие поводки, заменяющие пары зацепления, условно проведены в виде двух линий. Чтобы сравнить структурные модели зубчатых механизмов в виде плоских стрержневых механизмов и в виде плоских шарнирных механизмов, сопоставим несколько схем зубчатых механизмов, представленных в виде соответствующих им схем плоских механизмов.

Начнем сравнение с плоских структурных групп нулевой подвижности с высшими кинематическими парами, которые в дальнейшем будем называть плоскими группами Ассура с высшими парами. В таблице 1 приведены группы Ассура представленные в трех вариантах: в виде набора зубчатых звеньев, плоских цепей с низшими парами и в виде плоских цепей с высшими парами. Первая в таблице группа Ассура в зубчатом механизме реализуется одним зубчатым колесом, образующим с двумя другими звеньями вращательную и зубчатую пару. Схема модели этой группы в виде плоской цепи с высшими парами также содержит одно звено-поводок с парами четвертого и пятого классов. На схеме плоской шарнирной цепи пара зацепления заменена поводком с двумя вращательными парами, в результате однозвенная «зубчатая» группа в этой модели представлена двухзвенной группой Ассура – диадой. Также отметим различие структурных формул исходной группы Ассура и ее модели в виде

плоской цепи с низшими парами. Аналогичные выводы можно сделать из рассмотрения оставшихся в таблице групп Ассура.

Таблица 1 – Группы Ассура в различном представлении

№ п/п	Представление группы Ассура с высшими парами в виде ...		
	набора зубчатых звеньев	плоской цепи с высшими парами	плоской цепи с низшими парами
1	 $W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 0$	 $W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 0$	 $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$
2	 $W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 1 \cdot 3 = 0$	 $W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 1 \cdot 3 = 0$	 $W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0$
3	 $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = 0$	 $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = 0$	 $W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0$

Вторая и третья группы Ассура из таблицы 1, представленные в виде плоской цепи с низшими парами, содержат по четыре подвижных звена и шесть вращательных кинематических пар, а также имеют одинаковую структурную формулу, в то время как эти группы в зубчатом виде состоят, соответственно, из одного и двух звеньев и имеют существенно отличающиеся структурные схемы. Отметим, что модели рассматриваемых групп Ассура в виде плоской цепи с высшими парами таких дефектов не имеют.

В качестве примера структурного анализа с использованием рассматриваемых моделей разберем структуру трехступенчатого дифференциального зубчатого механизма, схема которого изображена на рисунке 3. Схемы структурных моделей этого механизма приведены на рисунках 4 и 5.

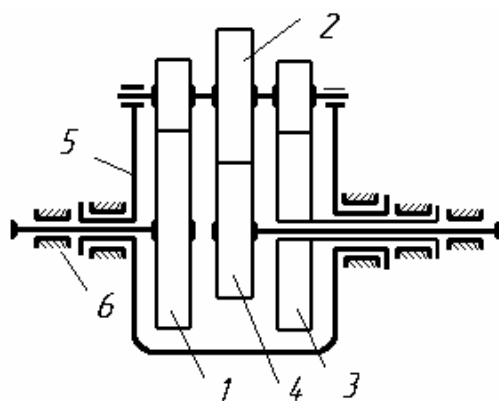


Рисунок 3 – Схема трехступенчатого дифференциального зубчатого механизма

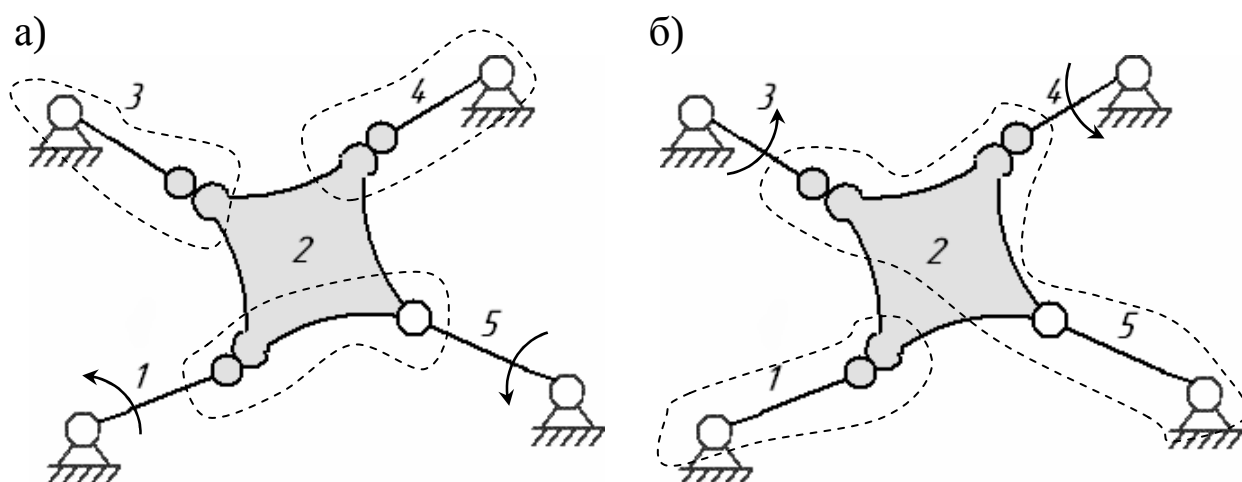


Рисунок 4 – Схема плоского стрержневого механизма с высшими кинематическими парами аналога зубчатого механизма:

а) с начальными звеньями 1 и 5, б) с начальными звеньями 3 и 4

Из анализа схем структурных моделей следует, что при двух начальных звеньях механизм содержит три группы, если начальными звеньями являются водило 5 и какое-либо одно из центральных колес. Например, пусть таким колесом будет звено 1. Тогда к двум начальным механизмам (звенья 5, 6 и 1, 6) присоединим сателлит 2, представляющий собою однозвенную «зубчатую» группу Ассура, соответствующую рычажной группе первого класса. На схеме структурной модели в виде плоского стрержневого механизма (рисунок 4,а) такая группа изображена одним звеном 2 с парой четвертого и пятого классов, а на схеме в виде плоского шарнирного механизма (рисунок 5) – двумя звеньями 1-2 и 2 и имеет три пары пятого класса. Затем к полученному механизму присоединены центральные колеса 3 и 4, представляющие собой также однозвенные «зубчатые» группы Ассура.

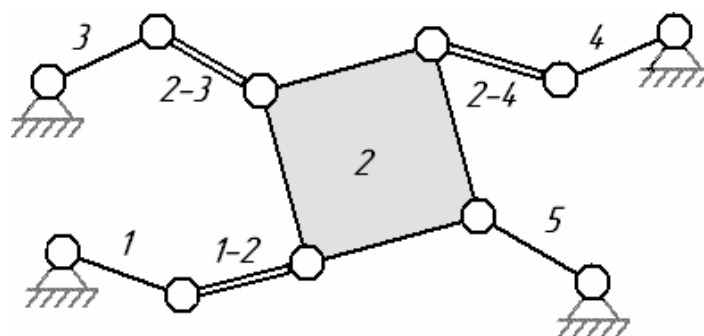


Рисунок 5 – Схема плоского шарнирного механизма аналога зубчатого

Если же в качестве начальных звеньев приняты любые два центральных колеса, тогда рассматриваемый дифференциальный механизм будет состоять из двухзвенной и однозвенной групп Ассура. Примем, например, в качестве начальных звеньев центральные колеса 3 и 4 (рисунок 3). В этом случае к двум начальным механизмам (звенья 3, 6 и 4, 6) следует присоединить двухзвенную «зубчатую» группу Ассура, состоящую из сателлита 2 и водила 5. На схеме структурной модели в виде плоского стержневого механизма (рисунок 4,б) такая группа изображена двумя звеньями 2 и 5, а на рисунке 5 – шарнирной трехповодковой группой (звенья 2-3, 2-4, 2 и 5). Далее к полученному механизму присоединено центральное колесо 1, являющееся однозвенной группой Ассура. Эта группа на рисунках 4,б и 5 представлена соответственно звеном 1 с парами четвертого и пятого классов и диадой (звенья 1-2 и 1).

Следовательно, результаты анализа не зависят от выбранной структурной модели зубчатого механизма. Но модель зубчатых механизмов в виде плоских цепей с низшими парами имеет ряд недостатков: во-первых, искажение числа звеньев и кинематических пар, во-вторых, представление пары зацепления поводком с вращательными парами затрудняет структурный анализ и требует использования дополнительных изобразительных средств, в-третьих, соответствие совершенно различным зубчатым механизмам (группам) одной и той же плоской шарнирной цепи, в-четвертых, отличие структурной формулы модели от формулы исходного механизма. Подобные недостатки затрудняют использование плоских кинематических цепей с низшими парами для решения задач структурного синтеза зубчатых механизмов.

Перечисленных выше недостатков не имеет другая модель зубчатых механизмов – плоские цепи с высшими парами. Поэтому ис-

пользование таких цепей в качестве структурных моделей зубчатых механизмов возможно не только для структурного анализа, но и для решения задач структурного синтеза последних. Суть такого подхода (впервые предложенного в [3]) в том, что первоначально по заданным структурным параметрам проектируемого зубчатого механизма осуществляется синтез полного многообразия схем плоских стержневых механизмов с высшими парами. Затем полученные схемы преобразуются в общепринятые схемы зубчатых механизмов. Существенное преимущество такого подхода по сравнению с непосредственным синтезом зубчатых механизмов заключается в возможности широкого использования существующих, более развитых и проработанных, но в тоже время более простых методов синтеза плоских кинематических цепей, в том числе с использованием компьютера (например, [4] и [5]).

Литература

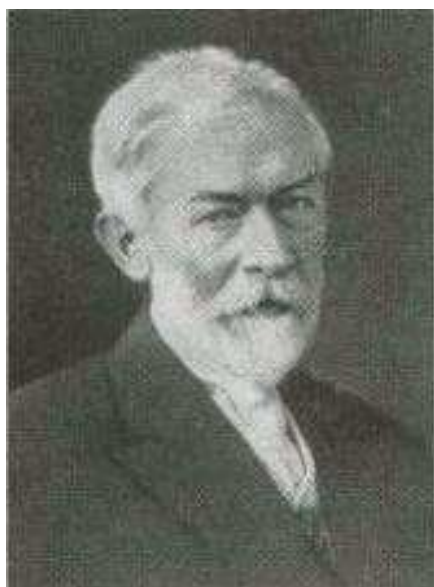
1. Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1987. – 560 с.: ил.
2. Семенов М.В. Структура механизмов. – М.: Физматгиз, 1959. – 284 с.
3. Дворников Л.Т. Новые подходы к решению задач структурного синтеза зубчатых механизмов // Материалы десятой научно-практической конференции по проблемам машиностроения и горных машин. Под ред. проф. Дворникова Л.Т. – Новокузнецк, 2000. – 186 с. – С. 3-17.
4. Дворников Л.Т. Начала теории структуры механизмов. Учеб. пособие, Сибирская государственная горно-металлургическая академия. – Новокузнецк, 1994. – 102 с.
5. Степанов А.В. Компьютерный синтез структур механизмов. Плоские цепи с парами пятого класса / А.В. Степанов, Л.Т. Дворников. – Кемерово: Кузбассвуиздат, 2007. – 164 с.

АДАПТИРОВАННЫЙ ПЕРЕВОД С НЕМЕЦКОГО ЯЗЫКА СТАТЬИ:

Martin Grübler

«Allgemeine Eigenschaften der zwangläufigen ebenen kinematischen Ketten», изданной в Лейпциге в 1883г.

Дворников Л.Т., Жуковский Н.С.



Со времени публикации приведенной ниже на русском языке работы Мартина Грюблера (1883г.) прошло ровно 125 лет. Вполне уместным, казалось бы, является вопрос – не устарел ли этот материал по своей актуальности и содержанию с позиций современной изученности проблемы структуры (строения) плоских кинематических цепей? Авторы перевода считают, что на поднятый вопрос следует ответить отрицательно – нет, не устарел, руководствуясь, по крайней мере, тремя основаниями.

Во-первых, изложенный в работе метод синтеза структур – метод Грюблера до настоящего времени широко используется исследователями, особенно в Европе. По сути своей, этот метод является единственным общепринятым методом, позволяющим решать вполне конкретные задачи при создании машин.

Во-вторых, отсутствие до настоящего времени полного перевода статьи Грюблера на русский язык приводит к тому, что и в российской инженерной практике, и в вузовском учебном процессе существует заметный пробел, отрицательно влияющий на качество обучения будущих инженеров.

А в-третьих, любые научные исследования, касающиеся важных проблем, в частности строения кинематических цепей, должны быть известны современным исследователям уже хотя бы для того, чтобы быть в курсе истории и логики процесса познания. В настоящем сборнике публикуется лишь первая часть перевода, вторая часть планируется к изданию в 2010 году.

Приведем некоторые данные, касающиеся биографии М. Грюблера.

Немецкий механик Грюблер Мартин Фюрхтегот родился в 1851г. Учился он в Лейпцигском и Дрезденском университетах (1870-1880гг.). В 1880-1885 работал в Цюрихском политехникуме, с 1886 по 1896 был профессором Рижского политехнического института, с 1886 по 1890 – в Высшей технической школе (Берлин-Шарлоттенбург), а с 1890 – профессор Высшей технической школы в Дрездене.

Исследования Грюблера относятся к теории структуры механизмов, в которой он развил идею П.Л. Чебышева о критерии существования механизмов, и к кинематике механизмов. Ряд работ посвящен сопротивлению материалов. В последние годы жизни работал над уточнением терминологии механики в целях устранения некоторых исторически сложившихся неопределенностей. Умер М. Грюблер в 1935г.

ОБЩИЕ СВОЙСТВА ЗАМКНУТЫХ ПЛОСКИХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПРИНУДИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ*

Мартин Грюблер, приват-доцент г. Цюрих

Настоящая работа содержит вывод и изложение ряда общих свойств замкнутых плоских кинематических цепей, а именно, таких свойств, которые основаны на очевидных соотношениях между количеством способных двигаться друг относительно друга звеньев и количеством их соединений, которые определяются путем несложного подсчета. Отправной точкой рассматриваемой проблемы является вывод простых соотношений, которые оказываются необходимыми и достаточными критериями замкнутых плоских кинематических це-

* Необходимо отметить, что название статьи Грюблера со времени ее публикации с немецкого языка на русский переводилось как «Общие свойства принудительных плоских кинематических цепей». В этом названии слово «принудительных» не давало четкого объяснения сущности изучаемых цепей. Оно не было понятным и осталось таким до настоящего времени. По-видимому, употребив в статье слово «zwangläufigen», М. Грюблер имел в виду нечто более определенное, характеризующее кинематическую цепь. Слово «zwangläufigen» на русский переводится как: 1. неизбежный, принудительный; 2. в принудительном порядке; неизбежно.

Изучая кинематические цепи, Грюблер рассматривал их с точки зрения подвижности, т.е. движения звеньев цепи относительно друг друга. Учитывая это, авторы настоящего перевода вместо слов «принудительные цепи» употребили слова «замкнутые цепи» с пояснением «принудительного движения».

пей. К этим соотношениям приводят рассуждения о том, что сущность кинематических цепей, вообще говоря, не связана ни с размерами звеньев, ни с расположением звеньев относительно друг друга, а определяется, всего лишь, количествами звеньев цепи и их соединений (кинематических пар).

Основанием к этим исследованиям явился основополагающий труд Бурместера¹⁾, в котором рассмотрены различные кинематические цепи с общей точки зрения, а именно, относительно определения моментных центров. Особенно соприкасаются с данной работой два положения этого труда. Я скажу об этом ниже. Так как я заимствовал из цитируемой работы не только целый ряд примеров, но и придерживаюсь принятого в ней способа описания цепей, а также обозначений звеньев и их соединений, то я считаю необходимым это особо отметить.

Что касается названий и определений, то я в основном пользовался названиями и определениями, введенными Рело (Теоретическая кинематика, Брауншвейг, 1875), а также и некоторыми данными Грасгофа (Теория машин, Лейпциг, 1877, 2 том, стр. 6 и 7).

Чтобы избежать повторений, я не буду приводить здесь все определения, а укажу лишь на те, которые взяты мною из названных работ и которые постоянно будут использоваться в дальнейшем изложении.

Под кинематической^{**} парой понимается любое соединение двух постоянно соприкасающихся звеньев, вследствие которого ограничивается подвижность этих тел друг относительно друга. Соприкасающиеся части звеньев назовем их элементами. Мы называем кинематическую пару принудительной, если точки элемента одного звена принуждены двигаться относительно элемента другого звена по определенным кривым²⁾. Под кинематической цепью понимается такое соединение звеньев посредством кинематических пар, вследствие которого ограничивается подвижность всех звеньев в их относительном движении. Цепь называется замкнутой, если каждое её звено находится в непосредственном соединении по меньшей мере с двумя дру-

¹⁾ «Изучение мгновенного движения плоских кинематических цепей» Civilingeniur. 1880. S. 247.

^{**} В оригинале статьи, автор (Грюблер) употреблял название «элементная пара», которое позже получило общепринятое название «кинематическая пара».

²⁾ Так как способ, который определяет принудительность кинематических пар, далее не разъясняется, то считаю достаточным сослаться на классификации различных видов кинематических пар в трудах Рело и Грасгофа.

гими звеньями цепи через кинематические пары. Цепь называется принудительной, если точки одного звена движутся относительно другого звена по определенным кривым. Цепь называется плоской, если траектории точек всех звеньев лежат в параллельных плоскостях, или, если оси относительных движений звеньев постоянно параллельны между собой. В зависимости от числа элементов звеньев, при их непосредственном соединении с элементами других звеньев в кинематические пары, при двух элементах будем называть звенья двухпарными, при трех элементах трехпарными, при четырех элементах четырехпарными и т.д.

Наконец, отметим, что цепи могут различаться в зависимости от видов использованных в них кинематических пар.

Далее речь будет идти лишь о замкнутых плоских цепях, но не только потому, что они наиболее просты по исполнению и по исследованию, но прежде всего потому, что они являются наиболее часто применяемыми в практике. Далее предполагается, что кинематические пары используются только принудительные (удерживающие)*. Хотя возможно, в принципе, применение и не принудительных пар.

Свои исследования я разделил на три статьи, из которых данная (первая) посвящена плоским цепям подвижных звеньев, соединение которых осуществляется с помощью принудительных (удерживающих) пар – шарниров. Следующая за ней – вторая статья будет охватывать цепи с поступательными (призматическими) парами, а также с принудительно замкнутыми вращательными кинематическими парами. Задача третьей статьи будет состоять в том, чтобы разыскать и охарактеризовать те особые цепи, которые можно рассматривать как исключительные случаи**.

I.

В основу наших исследований положена замкнутая плоская цепь подвижных звеньев, в которой передача движения между звеньями осуществляется исключительно вследствие принудительно замкнутых пар подвижных тел. Вместо названия «принудительно замкнутая пара подвижных тел» будем использовать далее слово «шарнир», прежде всего из-за его краткости и потому, что в словосочетании

* Авторы перевода посчитали важным отметить, что речь здесь идет именно об удерживающих связях, позволяющих обеспечивать движение «туда и обратно».

** Насколько известно авторам перевода, вторая и третья статьи из перечисленного списка написаны Грюблером не были.

«пара подвижных тел» подразумевается соединение только двух звеньев или их элементов, в то время как всеобщность следующих рассуждений требует введения понятия, которое включает в себя соединения любого количества звеньев. Таким образом, под «шарниром» мы будем понимать такое соединение любого количества жестких звеньев, вследствие которого звенья принудительно вращаются вокруг общей оси, или, как нам хотелось бы выразиться, соединение любого количества элементов вращающихся тел с общей осью вращения. Мы хотим далее называть шарнир двойным, тройным, четверным и т.д., в зависимости от того, что посредством этого шарнира объединяется 2, 3, 4 и т.д. звена, или что он составляется из 2, 3, 4 и т.д. элементов^{*}.

С учетом изложенного введем следующие обозначения: пусть p есть количество всех шарниров, которые содержатся в цепи, p_2 – количество двойных шарниров, p_3 – количество тройных шарниров, в общем пусть p_i будет количеством i -кратных шарниров, посредством которых соединяются i -звеньев цепи. В соответствии с этим значения p_i являются целыми положительными числами, которые, в частности, могут быть и нулем, и которые удовлетворяют следующему отношению

$$p_2 + p_3 + \dots + p_i + \dots = p.$$

Для краткости можно записать:

$$p_2 + p_3 + \dots + p_i + \dots = \sum(p_i),$$

или

$$p = \sum(p_i). \quad (1)$$

Это же число можно получить иначе. Обозначим буквой n количество всех звеньев, из которых состоит цепь. Пусть n_2 – количество двухпарных звеньев, n_3 – количество трехпарных звеньев и т.д., и вообще n_i – количество звеньев, которые содержат по i элементов или посредством i шарниров связаны с другими звеньями цепи. При этом n_i также являются целыми положительными числами, которые могут иметь значения от 0 до n . Если эти значения удовлетворяют отношению

^{*} Авторы перевода считают нужным отметить, что, называя шарниры двойными, тройными, четверными и т.д., Грюблер имел в виду, что в них одновременно собираются одна, две, три и т.д. кинематические пары.

$$n_2 + n_3 + \dots + n_i + \dots = n$$

то, применив аналогичное к ранее использованному сокращению, получим

$$n = \sum(n_i). \quad (2)$$

Между величинами p_i и n_i существует для всех кинематических цепей простое отношение, которое можно получить путем подсчета.

Если сумме чисел элементов, которые содержат различные звенья цепи, придать выражение

$$\sum(in_i) = 2n_2 + 3n_3 + \dots + in_i + \dots,$$

то видно, что в нем все шарниры, которые связывают по два звена считались дважды, а именно в количествах элементов обоих соединенных звеньев; таким же образом тройные шарниры трижды и т.д., то есть шарниры, связывающие i звеньев считались по i раз. Следовательно, сумма

$$2p_2 + 3p_3 + \dots + ip_i + \dots = \sum(ip_i)$$

должна совпадать с предыдущей, потому что она представляет сумму тех же элементов, содержащихся в цепи. Благодаря этому, становится очевидным, что для всех плоских цепей подвижных звеньев между числами n_i и p_i существует соотношение

$$\sum(in_i) = \sum(ip_i). \quad (3)$$

Чтобы получить соотношение между количеством звеньев и шарниров замкнутых плоских подвижных цепей, будем исходить из того обстоятельства, что единственное условие, которое существует для всех — и не только принудительных кинематических цепей, заключается в определенности соединений всех тех элементов, которые содержатся в каждой кинематической цепи, или в неизменности взаимного положения всех осей координат, которые относятся к цепи. Так как положения всех осей координат полностью определяют положения точек пересечения перпендикулярных осей с плоскостью, то упомянутые условия определенности положения можно выразить аналитически в виде уравнений, отображающих точки шарниров через координаты (x, y) относительно двух осей координат, находящихся в плоскости и расположенных перпендикулярно друг к другу.

Для более краткого выражения, учитывая то обстоятельство, что точки пересечения осей шарниров с плоскостью можно считать относящимися к шарнирам, будем понимать под шарниром не только сам

шарнир, но и одновременно точку пересечения его оси с плоскостью осей координат. Следовательно, если говорить о координатах шарнира и соответственно траекториях шарнира, то следует понимать под этим координаты точек на плоскости и их траектории.

Если обозначить как x_a, y_a и x_b, y_b координаты двух точек a и b любых шарниров, находящихся в системе xOy , которые связывают систему со звеньями, то уравнение

$$(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 = l_{ab}^2 \quad (A)$$

определит расстояние l_{ab} , соединяющее эти шарниры. Известно, что таких независимых уравнений всего необходимо и достаточно $(2i - 3)$, чтобы утверждать, что все шарниры цепи во время движения будут оставаться в неизменном расположении относительно друг друга. Так как цепь состоит из n_i звеньев, каждое из которых содержит i шарниров, то между $2in_i$ координатами шарниров этих цепей, можно составить $(2i - 3)n$ уравнений (A). Следовательно, для координат всех имеющихся в цепи шарниров

$$n_2 + 3n_3 + 5n_4 + \dots + (2i - 3)n_i + \dots = \sum (2i - 3)n_i$$

можно составить такие уравнения, которые являются аналитическим выражением того, что шарниры, находящиеся в каждой из цепей, или, что элементы, содержащиеся в каждом звене, остаются в жестком соединении друг с другом во время движения цепи.

Следует отметить, что уравнения (A), составленные для всех звеньев цепи, при определенных обстоятельствах могут быть независимыми друг от друга, хотя это не относится к связанным цепям. Если все же это происходит, то количество необходимых и достаточных условий связи таких цепей очевидно менее количества имеющихся уравнений, т.е. менее суммы $\sum (2i - 3)n_i$, составленной для всех звеньев цепи, так как отдельные из уравнений будут тождественны остальным. К этому частному случаю мы еще вернемся, а пока исключим такого рода специальные цепи из рассмотрения и будем рассматривать только такие, у которых выражение $\sum (2i - 3)n_i$ соответствует количеству необходимых и достаточных уравнений связи. При принятом ограничении уравнения (A) представляют именно те условия, которым должны удовлетворять координаты шарниров изучаемых цепей.

II.

Принудительные плоские цепи звеньев отличаются от непринудительных цепей тем, что в них количество необходимых и достаточ-

ных условий связи всегда соответствует числу шарниров, соединяющих звенья. Эту взаимосвязь можно установить следующим образом.

Из определения принудительности кинематической цепи вытекает, что все шарниры такой цепи описывают вполне определенные траектории относительно принятой за неподвижную систему координат цепи, как только любому из звеньев цепи придается движение. Отсюда следует, что, если приводимой в движение цепи придается бесконечно малое изменение положения, то вариации элементов траекторий δ_s , которые описывают шарниры при заданном движении, становятся известными по направлению и величине вследствие принудительной связи звеньев цепи и наличия в цепи заданного движения элемента. Если мысленно спроецировать пути δ_s всех шарниров на оси координат шарниров, то проекции представят собой изменения δ_x и δ_y координат шарниров, которые получают они вследствие движения, и легко можно заметить, что все величины δ_x и δ_y , а значит и сами элементы траектории шарниров, не относящиеся к неподвижной системе, могут быть полностью определены посредством данных о некоторых из вариаций δ_x и δ_y . Если, далее, принять во внимание, что, вообще говоря, необходимо и достаточно привести к нулю изменения трех из четырех координат двух любых точек или, соответственно, шарниров одной и той же цепи, чтобы можно было аналитическим путем показать, что вся эта цепь находится в покое, потому что $2i - 3$ независимых друг от друга уравнений связи не дают изменения остальным координатам шарниров цепи, то есть видно, что путем принятия 4 этих величин могут быть определены остальные $2p - 4$, так как имеются налицо $2p$ вариаций δ_x и δ_y .

Определение неизвестных $2p - 4$ вариаций δ_x , δ_y аналитическим путем можно произвести при использовании уравнений (А), которым должны удовлетворять координаты шарниров цепи.

Из них вытекают путем варьирования соответствующие уравнения для величин δ_x и δ_y , а именно, в общей форме

$$(x_a - x_b)(\delta_{xa} - \delta_{xb}) + (y_a - y_b)(\delta_{ya} - \delta_{yb}) = 0, \quad (B)$$

в которых a и b должны быть различными между собой. Для этих уравнений являющихся единственными, существующими между изменениями координат шарниров, является характерным то, что они являются независимыми друг от друга, т.к. предполагается, что урав-

нения (А) должны иметь одинаковые свойства. Если располагать четырьмя из появляющихся в них $2p$ вариаций δ_x и δ_y , то вышеуказанное уравнение полностью определяет остальные $2p - 4$ вариации³⁾, для чего необходимо, чтобы число этих уравнений составляло $2p - 4$. Но так как количество уравнений (В) равно числу уравнений условий связи, из которых они произведены и количество которых составило $\sum (2i - 3)n_i$, то очевидно, что последнее число должно совпадать с $(2p - 4)$ или, что для принудительной плоской цепи должно быть выполнено условие

$$(2p - 4) = \sum (2i - 3)n_i. \quad (4)$$

Это отношение является основной и исходной позицией всех последующих рассуждений.

Записанное условие означает, что любая плоская цепь подвижных звеньев, для которых удовлетворяется уравнение (4), является принудительной. Так как для любой цепи количество необходимых и достаточных условий связи составляет $\sum (2i - 3)n$, т.е. $2p$ координат шарниров удовлетворяют $\sum (2i - 3)n$, то, согласно соотношению (4)

$$2p - 4$$

независимых друг от друга уравнений формы (А) вполне определяют координаты шарниров в виде алгебраических функций переменных x и y . Если учесть, что путем выбора трех координат системы, ее положение вообще полностью определено, потому что из условия связи $2i - 3$ можно вычислить все остальные координаты шарниров, то при наличии трех из четырех произвольных переменных каждое из звеньев цепи можно охарактеризовать как неподвижное, если придать трем координатам этой системы постоянные значения. В этом случае, все координаты шарниров неподвижной системы получают также постоянные значения, а остальные координаты шарниров будут зависеть лишь от одной переменной величины.

Если в качестве последней выбрать координату шарнира звена, которое непосредственно связано с неподвижным звеном, или, точки

³⁾ В некоторых цепях звенья могут располагаться по отношению друг к другу так, что вариации смещений δ_x и δ_y оказываются неопределяемыми. Такие положения звеньев, названные Рело (см. Рело, «Теоретическая кинематика», стр.186) переменными положениями или точками изменения движения, характеризующиеся тем, что в них цепь может переходить в другое положение с совершенно иным законом движения. Мы пока не будем рассматривать цепи, обладающие такими положениями, однако позднее покажем, что наличие переменных положений не оказывает принудительного влияния на принудительность движения цепей.

которой описывают концентрические окружности относительно неподвижного звена, то это звено получает определенное движение, если абсцисса какого-либо шарнира этого звена проходит все значения между двумя произвольными пределами. Итак, в силу того, что координаты всех остальных шарниров, которые не принадлежат неподвижному звену, можно выразить как функции этой абсциссы, обуславливается движение шарниров по кривым определенного уравнения, откуда следует, что в результате движения, приданного звеньям цепи, все шарниры проходят по определенным траекториям относительно неподвижного звена. Это и является свойством, которое было определено как свойство принудительной кинематической цепи. Итак, оно подтвердилось.

Если принять, что уравнения (А) являются независимыми друг от друга и если размеры и, соответственно, координаты центров шарниров в цепи произвольны, то, цепь в целом также становится независимой и, как следует из предыдущих рассуждений становится очевидным, что для такой плоской цепи подвижных звеньев уравнение (4) становится необходимым и достаточным критерием ее принудительности.

III.

Если кинематическая цепь не удовлетворяет условиям уравнения (4), то возможны только два случая. Либо случай, когда

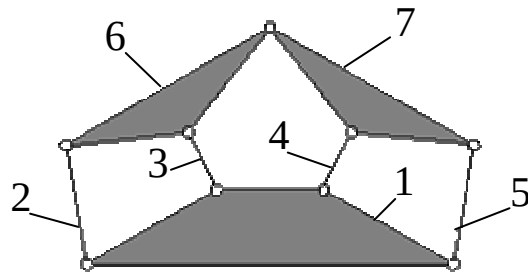
$$\sum (2i - 3)n_i > 2p - 4,$$

что представляет цепь как неподвижное целое, т.к. уже $2p - 3$ независимых друг от друга условий связи достаточны, чтобы получить точки шарниров p относительно друг друга в неизменном положении; либо случай

$$\sum (2i - 3)n_i < 2p - 4,$$

откуда следует, что не все звенья цепи принудительно связаны друг с другом.

Так, например, для семизвенной цепи, представленной на фигуре 1,



Фигура 1

$n_2 = 4$ (звенья 2, 3, 4, 5), $n_3 = 2$ (звенья 6 и 7), $n_4 = 1$ (звено 1),
 $n_5 = n_6 = \dots = 0$, $p = 9$ и тогда получим, что

$$\sum (2i - 3)n_i = 15,$$

$$2p - 4 = 14.$$

В этом случае

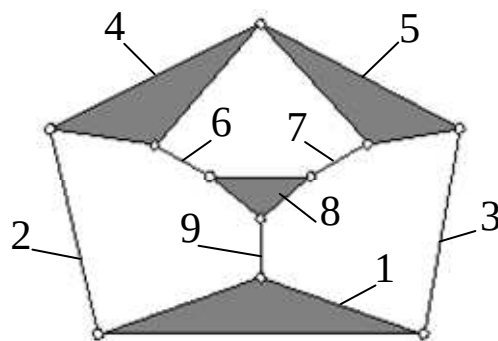
$$\sum (2i - 3)n_i > 2p - 4,$$

тогда как необходимо, чтобы

$$\sum (2i - 3)n_i = 2p - 4.$$

Из полученного следует, что эта цепь, вне зависимости от размеров звеньев оказывается неподвижной.

Для девятизвенной цепи, приведенной на фигуре 2, где $n_2 = 5$ (звенья 2, 3, 6, 7, 9), $n_3 = 4$ (звенья 1, 4, 5, 8), $n_4 = n_5 = \dots = 0$ и $p = 11$,



Фигура 2

получим, что

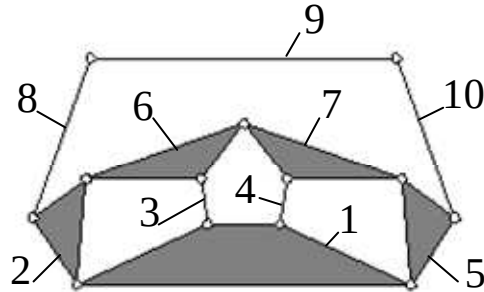
$$\sum (2i - 3)n_i = 17,$$

$$2p - 4 = 18, \text{ т.е.}$$

$$\sum (2i - 3)n_i < 2p - 4.$$

Этот результат позволяет заметить, что цепь не представляет собой принудительное соединение подвижных звеньев.

Особого упоминания заслуживает случай, когда часть звеньев цепи уже образуют неподвижное целое, как например, в десятизвенной цепи, приведенной на фигуре 3.



Фигура 3

Звенья от 1 до 7 составляют жесткую (неподвижную) систему, которая повторяет систему, представленную на фигуре 1. Тогда в целом эта цепь (фигура 3) состоит лишь из 4 звеньев, движущихся относительно друг друга. Хотя, вроде бы, в цепи $n_2 = 5$, $n_3 = 4$, $n_4 = 1$, $n_5 = n_6 = \dots = 0$, $p = 13$ и

$$\sum (2i - 3)n_i = 2p - 4 = 22$$

Этот же результат можно получить из уравнения (4) для принудительной цепи, в которой присутствует группа жестко соединенных звеньев. Определим это следующим образом.

Если обозначить n'_i – количество звеньев, которые соединены в единое целое, а p' – число шарниров, содержащихся в этом жестком целом, и пусть далее n''_i и p'' – числа остальных звеньев и остальных шарниров, то получим

$$n'_i + n''_i = n_i$$

и

$$p' + p'' = p.$$

Если i'' обозначает количество шарниров, посредством которых вновь созданная жесткая система соединена с остальной цепью, то вся цепь, должна, удовлетворить отношению

$$2(p'' + i'') - 4 = \sum (2i - 3)n''_i + 2i'' - 3,$$

или, упростив, получим

$$2p'' - 1 = \sum (2i - 3)n''_i.$$

Если теперь прибавить сюда отношение, действительное для вновь образованной жесткой системы

$$(2p' - 3) = \sum (2i - 3)n_i$$

то получим

$$2(p' + p'') - 4 = \sum (2i - 3)(n'_i + n''_i);$$

откуда следует

$$2p - 4 = \sum (2i - 3)n_i,$$

что и требовалось доказать.

С помощью таких же действий, только в обратной последовательности, можно показать, что любая плоская цепь подвижных звеньев, в которой часть звеньев образует неподвижное (жесткое) целое, является принудительной, если она удовлетворяет уравнению (4).

Отсюда очевидно, что отношение (4) хотя и представляет критерий принудительности вообще плоских цепей подвижных звеньев во всех возможных случаях, но оно не дает ответа на вопрос, является ли количество подвижных звеньев равным $n = \sum (n_i)$. Однако такой ответ можно получить, если применить уравнение (4) к имеющимся в цепи отдельным группам звеньев и их соединений, т.к. для каждой такого рода группы, образующей неподвижное целое, справедливым было бы отношение

$$\sum (2i - 3)n'_i = 2p' - 3.$$

Если рассматриваемая цепь $n = \sum (n_i)$ содержит принудительно движущиеся звенья, то она должна удовлетворять не только отношению (4), но и выражению

$$\sum (2i - 3)n'_i \leq 2p' - 4$$

для всех групп звеньев, соединяющихся в шарниры.

Как следует из вышеизложенного, нет сложностей устанавливать, содержатся ли в рассматриваемой кинематической цепи жесткие неподвижные системы, как его части, и это обстоятельство потому важно, что дает простое средство обнаруживать и исключать те цепи, для которых уравнение (4) не представляет необходимого и достаточного критерия принудительности.

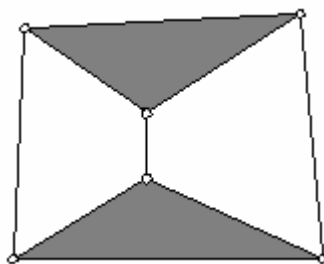
Исключение из описанных результатов может иметь место лишь тогда, когда жесткое соединение звеньев теряет свойство жесткости вследствие специально выбранных размеров или расстояний между шарнирами. Не ограничивая диапазона действительности прежних и будущих результатов, будем считать отдельные звенья цепи не

имеющими возможности относительного движения, и тогда станет ясным, что упомянутый исключительный случай может иметь место только тогда, когда в цепи находятся жесткие соединения нескольких или всех звеньев, для которых правомочно отношение

$$\sum (2i - 3)n_i' \geq 2p' - 3.$$

Итак, только у таких цепей возможно исключение и оно фактически имеет место, для которых уравнения (А) становятся зависимыми друг от друга. В этом случае детерминанта функции системы становится одинаковой, т.е. одну из переменных можно исключить из всех соотношений.

Цепи, которые составляют исключение, являются особыми, в них размеры и расстояния между шарнирами, должны удовлетворять особым уравнениям, из которых вытекает, что названная детерминанта функции может быть исключена. Выше уже указывалось, о том, что исключительные случаи будут подробно рассмотрены в особой статье. Здесь приведем лишь один пример. Цепь, на фигуре 4

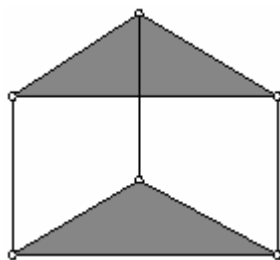


Фигура 4

представляет собой соединение пяти звеньев посредством шести шарниров и является жесткой (неподвижной) системой потому, что она соответствует выражению

$$\sum (2i - 3)n_i = 2p - 3 = 9.$$

Если теперь в трех шарнирных четырехугольниках, которые составляют цепь, принять противоположные стороны за равные и параллельные, вследствие чего цепь примет форму, показанную на фигуре 5,



Фигура 5

то она, как это хорошо видно, будет представлять собой принудительное подвижное соединение, хотя посредством используемых преобразований звеньев не производилось изменений в числах n_i и p , и соотношение

$$\sum (2i - 3)n_i = 2p - 3$$

осталось действительным для преобразованной цепи.

Так как для названного исключительного случая уравнение (4) теряет значение, которое оно имеет для общих цепей, то далее должны быть исключены из рассмотрения все плоские цепи подвижных звеньев такого рода, а учитывать необходимо лишь произвольные расстояния между шарнирами, которые обеспечивают частичное или полное жесткое соединение звеньев.

Поэтому, если далее будет идти речь о принудительных плоских цепях подвижных звеньев, следует иметь в виду такие, в которых для каждой любой группы звеньев и соединяющих их шарниров существует отношение

$$\sum (2i - 3)n'_i \leq 2p' - 4.$$

Другими словами – для таких цепей, в которых имеют движения относительно друг друга все звенья

$$n = \sum (n_i).$$

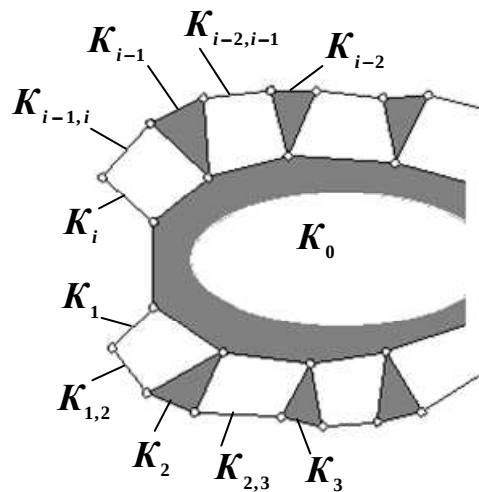
При упомянутом ограничении, совершенно очевидно, что уравнение (4) представляет необходимый и достаточный критерий принудительности не только для общих плоских цепей подвижных звеньев, но и для всех специальных цепей, которые получаются вследствие какой-либо специализации размеров и расстояний между шарнирами, при условии, что при этой специализации количество звеньев и шарниров не изменятся. Единственное условие заключается в неизменности взаимного расположения всех шарниров. Если это условие выполнено, то все предыдущие выводы сохраняют свою силу, и тогда, уравнение (4) имеет такое же значение для специальных цепей, как и для общих.

Далее очевидно, что отношение (4) имеет силу и значение также для цепей с изменяющимися положениями, т.к. количество звеньев и шарниров не зависит от положения звеньев относительно друг друга. Из этого одновременно следует, что цепь представляет собой принудительное соединение ее звеньев, если она путем неких изменений преобразуется в совершенно другую цепь, в которой отдельные из звеньев остаются в относительном покое, т.е. число звеньев с относительным движением становится меньше, чем в первоначальной цепи, как это имеет место, например, в коленчатой передаче Галловея.

IV.

Прежде чем перейти к более подробному исследованию взаимосвязи между числами звеньев и шарниров принудительной цепи на основе выведенных отношений (1), (2), (3) и (4), необходимо определиться с их верхними пределами. Другими словами, требуется установить, каким максимально большим может быть число i элементов, которые находятся в системе n -членной цепи, а также найти наибольшее число звеньев, могущих быть связанными одним шарниром.

Чтобы определить максимальное количество элементов, содержащихся в одном звене цепи, следует сначала отыскать минимальное число звеньев, которое необходимо, чтобы посредством соединений, содержащих i шарнирных элементов, создать замкнутую цепь. Пусть K_0 – есть звено (см. фигуру 6),



Фигура 6

которое ради простоты считается неподвижным. Далее, пусть звенья, связанные шарнирами со звеном K_0 , обозначаются $K_1, K_2 \dots K_i$. Если одно из этих звеньев (например, K_1) рассматривать как подвижное, то остальные $i - 1$ звеньев должны соединиться через следующее звено с K_1 так, чтобы они могли двигаться посредством последнего звена. Связь (соединение) между звеньями $K_1, K_2 \dots K_i$ можно осуществить так, как показано на фигуре 6, объединяя по два соседних звена, за исключением K_i и K_1 , посредством связок (на фигуре они обозначены как $K_{1,2}, K_{2,3} \dots K_{i-1,i}$) в четырехзвенники. То, что эти цепи являются замкнутыми, вытекает не только из уравнения (4), но и из того, что они образуют последовательность четырехзвенных соединений, которые имеют неподвижную общую опору и подвижные зве-

нья. При этом следует иметь в виду, что соединять подвижные звенья $K_1, K_2 \dots K_i$ можно между собой и со звеном K_1 при наличии менее $(i - 1)$ звеньев, чтобы создать замкнутые их соединения, так как каждое из звеньев $K_2, K_3 \dots K_i$ для их соединения с K_1 требует как минимум одной связки.

Вследствие этого, минимальное число звеньев цепи, как показывает непосредственный подсчет, составляет

$$1 + i + i - 1 = 2i,$$

т.е. для замкнутой принудительной цепи потребно число звеньев

$$\min(n) = 2i.$$

Исключив возможность того, что n может быть менее, чем $2i$, и принимая, что некоторое q является целым положительным числом, можно записать

$$n = 2i + q.$$

При преобразовании этого выражения получим

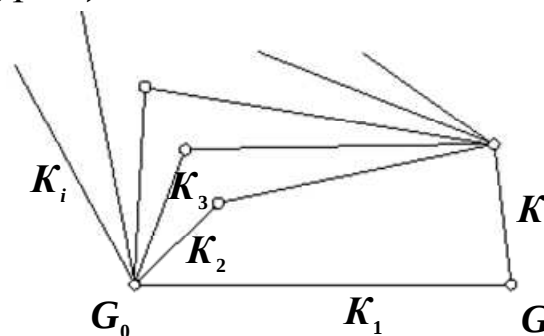
$$i = \frac{n - q}{2},$$

откуда очевидным является, что

$$\max(i) = \frac{n}{2},$$

т.е. число шарниров, посредством которых собирается замкнутая принудительная кинематическая цепь, никогда не может быть больше $\frac{n}{2}$.

Подобным образом можно доказать, что в кинематической цепи из n звеньев не может в одном шарнирном соединении быть более $\frac{n}{2}$ звеньев. Из i звеньев $K_1, K_2 \dots K_i$, которые связываются шарнирным сочленением G_0 (фигура 7),



Фигура 7

вновь образуется принудительная цепь с минимальным числом звеньев, если с принятым за неподвижное звеном K_1 соединять любое звено K , которое считается подвижным, посредством сочленения G_0 , а остальные $i-1$ звенья $K_2, K_3 \dots K_i$ соединять связками с K и K_1 в четырехугольники и если принять во внимание, что звенья $K, K_1, K_2 \dots K_i$ не могут быть связаны принудительно с помощью связей числом менее $i-1$, т.е., что

$$\min(n) = 1 + i + i - 1 = 2i,$$

из чего следует

$$\max(i) = \frac{n}{2}.$$

Используя эти оба результата и учитывая то обстоятельство, что у замкнутых принудительных цепей i должно быть не менее 2, можно записать следующие уравнения

$$p = \sum_{i=2}^{\frac{n}{2}} (p_i), \quad (I)$$

$$n = \sum_{i=2}^{\frac{n}{2}} (n_i), \quad (II)$$

$$\sum_{i=2}^{\frac{n}{2}} (in_i) = \sum_{i=2}^{\frac{n}{2}} (ip_i), \quad (III)$$

$$2p - 4 = \sum_{i=2}^{\frac{n}{2}} (2i - 3)n_i. \quad (IV)$$

Хотя из этих четырех уравнений лишь последнее является определяющим замкнутые принудительные плоские цепи подвижных звеньев, вместе с ним приводятся первые три потому, что они дают возможность преобразовывать уравнение (IV) для большого количества случаев, где решения становятся много проще и дают возможность делать общие заключения об особых свойствах всех принудительных плоских цепей.

V.

Путем соответствующих преобразований уравнений от (I) до (IV) можно получать соотношения, которые позволяют описывать самые общие свойства принудительных плоских цепей подвижных звеньев. Если записать правую часть уравнения (IV) в виде

$$\sum_{i=2}^{\frac{n}{2}} (2i-3)n_i = 2 \sum_{i=2}^{\frac{n}{2}} (in_i) - 3 \sum_{i=2}^{\frac{n}{2}} (n_i)$$

и воспользоваться соотношением (II), то это уравнение после деления на 2 получит вид

$$\sum_{i=2}^{\frac{n}{2}} (in_i) = p + \frac{3}{2}n - 2, \quad (IV^a)$$

из чего обнаруживается взаимосвязь между количеством звеньев n -звенной принудительной цепи и числом ее шарниров. Из него видно, что при условии $\sum (in_i) = \sum (ip_i)$ числа шарниров, как и числа звеньев могут изменяться, достигая наибольших или наименьших значений.

Если учесть, что в вышеприведенном отношении все члены до $\frac{3}{2}n$

являются целыми числами, то также $\frac{3}{2}n$ должно быть целым числом,

т.е. n должно делиться на 2. Отсюда следует положение:

Все принудительные плоские цепи могут создаваться лишь из четного числа звеньев.

Если из уравнения (I) подставить значение p в уравнение (IV) и придать этому выражению вид

$$2p_2 + 2 \sum_{i=3}^{\frac{n}{2}} (p_i) - 4 = n_2 + 3n_3 + 2 \sum_{i=4}^{\frac{n}{2}} (in_i) - 3 \sum_{i=4}^{\frac{n}{2}} (n_i),$$

то путем вычитания его из уравнения (III), после приведения последнего в форму

$$2p_2 + 2 \sum_{i=3}^{\frac{n}{2}} (ip_i) = 2n_2 + 3n_3 + \sum_{i=4}^{\frac{n}{2}} (in_i),$$

можно получить отношение

$$\sum_{i=3}^{\frac{n}{2}} (i-2)p_i + 4 = n_2 - \sum_{i=4}^{\frac{n}{2}} (in_i) + 3 \sum_{i=4}^{\frac{n}{2}} (n_i),$$

из которого вытекает, что

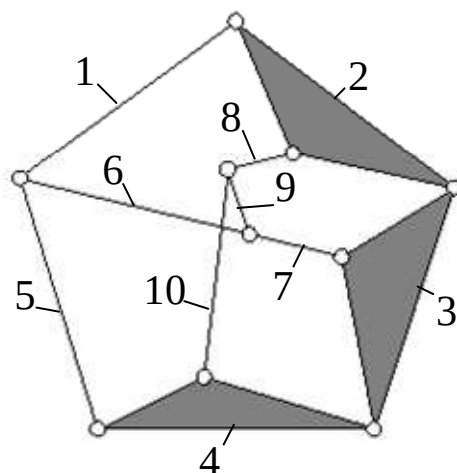
$$n_2 = 4 + \sum_{i=3}^{\frac{n}{2}} (i-2)p_i + \sum_{i=4}^{\frac{n}{2}} (i-3)n_i. \quad (5)$$

Это выражение для n_2 позволяет обнаружить: 1) что n_2 не содержит количества n_3 -трехпарных звеньев и, следовательно, вообще не зависит от n , кроме того в нем отсутствуют пары p_2 ; 2) что n_2 имеет, как минимум, значение 4, потому что отдельные члены в правой части (5) положительны. Из этого вытекает, что количество двухпарных звеньев принудительной плоской кинематической цепи независимо от количества звеньев цепи составляет минимум 4.

С другой стороны, из отмеченного вытекает, что все n_i , кроме n_2 , могут иметь только значения от нуля до $n-4$ включительно. Однако, отметим, что верхний предел для n_i уменьшается по мере того, как увеличивается i , и сокращается он от $\frac{n}{2}$ до 2. Подобное относится и к p_i .

Пока не будем предпринимать попытки делать иные выводы по соотношениям (I) – (IV).

Для представленной на фигуре 8 десятизвенной цепи Бурместер показал



Фигура 8

что эта цепь есть цепь замкнутая принудительная с произвольно выбранными размерами. Для нее $n_2 = 7$, $n_3 = 3$, $n_4 = n_5 = 0$; $p_2 = 7$, $p_3 = 3$, $p_4 = p_5 = 0$ и поэтому в ней

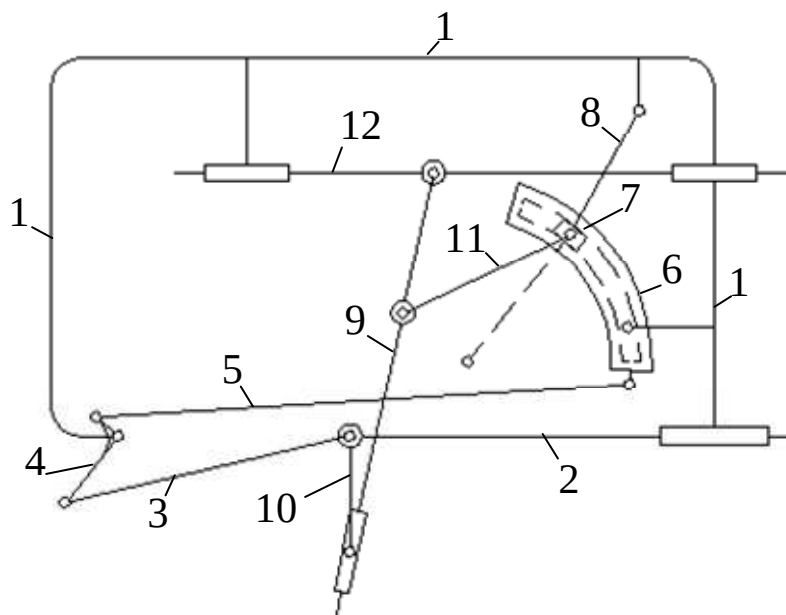
$$\sum_{i=2}^{i=5} (in_i) = \sum_{i=2}^{i=5} (ip_i) = 2 \cdot 7 + 3 \cdot 3 = 23.$$

Уравнение (IV^a) дает точно такой же результат

$$p + \frac{3}{2}n - 2 = 23,$$

так как в цепи $n = 10$, $p = 10$. Этот результат доказывает, что рассматриваемая цепь есть действительно цепь замкнутая принудительная.

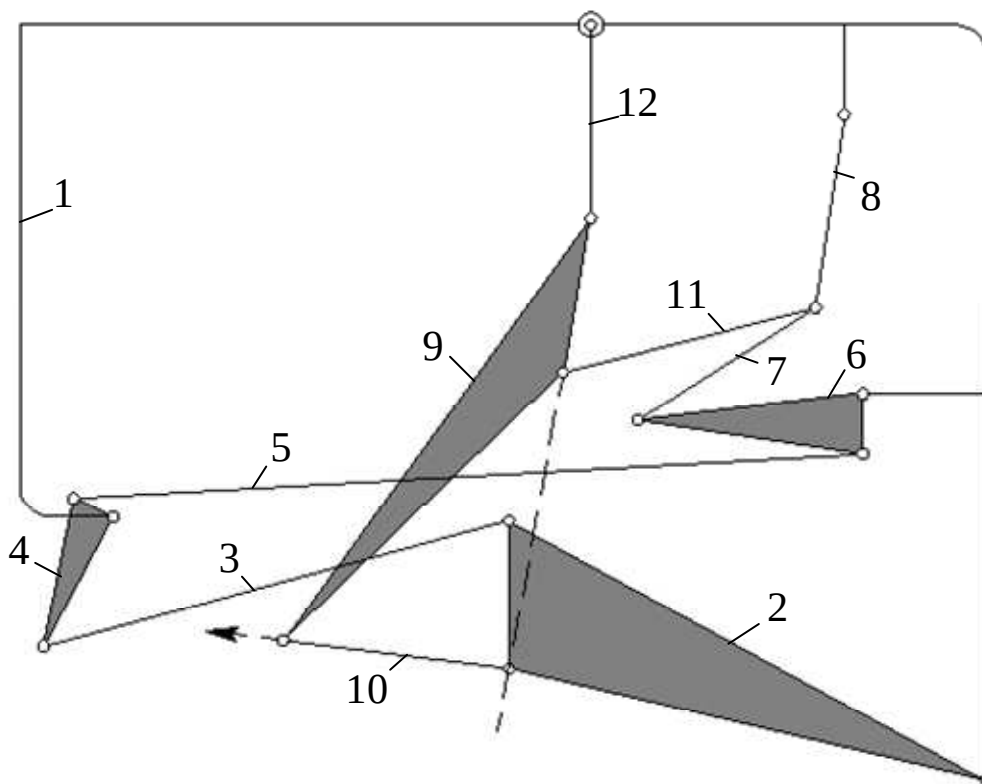
На фигуре 9, представлен механизм реверсирования Хойзингера фон Вальдегга.



Фигура 9

Если в нем заменить* поступательные пары, а также направляющую в кулисе на соответствующие им шарнирные соединения, то получится цепь, приведенная на фигуре 10, для которой Бурместер произвел определение центров кинематических пар.

*Авторы перевода обращают внимание на то, что в соединении звеньев 10 и 9 показан ползун, который, видимо, жестко связан со звеном 10, а не через шарнир как показано на фигуре 9.



Фигура 10

Применим к этой цепи вышеприведенные уравнения.

Для последней цепи путем элементарного расчета получим

$$n_2 = 7 \text{ (3, 5, 7, 8, 10, 11, 12)}, n_3 = 4 \text{ (2, 4, 6, 9)}, n_4 = 0, n_5 = 1 \text{ (1)}, n_6 = 0.$$

И по уравнению (II) найдем, что

$$n = \sum_{i=2}^{i=6} (n_i) = 12.$$

Кроме того

$$\sum_{i=2}^{i=6} (in_i) = 2 \cdot 7 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 1 = 31,$$

и из (IV^a) также получим

$$p + \frac{3}{2}n - 2 = 31,$$

так как $n = 12$, $p = 15$.

Если, наконец учесть, что $p_4 = p_3 = p_6 = 0$, то из уравнений (I) и (III) найдем

$$p_2 = p_3 = p = 15,$$

$$2p_2 + 3p_3 = \sum_{i=2}^{i=6} (in_i) = 31,$$

откуда следует, что $p_2 = 14$, $p_3 = 1$.

Все найденные величины совпадают с числами на рисунке, откуда следует, что эта цепь замкнутая принудительная.

В первоначальной цепи количество имеющихся шарниров (фигура 9) лишь 11; т.к. вместо четырех шарниров появляются четыре поступательных пары, а именно звена 2 относительно звена 1, звена 12 относительно 1, звена 9 относительно звена 10, а также звена 7 относительно 6 по дуге круга. Так как последнее, не производя изменения, можно заменить шарнирным соединением, то первоначальный механизм отличался бы от измененного только появлением трех поступательных пар. Если принять во внимание, что реверс Хойзингера фон Вальдегга образует, принудительную цепь, то можно ожидать, что соотношения от I до IV могут быть применены и к цепям с поступательными парами, если их элементы считать за шарнирные соединения. Так, например, звено 2 содержит элементы двух шарниров 2-3 и 2-10, а также элементы поступательной пары 1-2, т.е. является трехпарным звеном. Это же относится к кулисе 6 и звену 9, в то время как камень 7, гильза (втулка) 10 и стержень (тяга) 11 представляют собой двухпарные звенья. Основанный на этом расчет дает, как и следовало ожидать, аналогичные результаты. В настоящей статье показывается, что, при определенных заменах кинематических пар ранее высказанное суждение правомочно также для цепей, которые содержат в своем составе поступательные кинематические пары*.

* Авторы перевода надеются, что в двадцатом сборнике трудов СибГИУ будет опубликован перевод второй, завершающей части статьи Грюблера.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ С ПОДВИЖНЫМИ ПРИВОДАМИ И ИХ ОСОБЕННОСТИ

Биктимиров Д.Р.

В 1742г. Ломоносов М.В. в книге «Первые основания металлургии или рудных дел» дал сведения о строительстве плотин и водяных колес. Фроловым К.Д. разработана установка для откачки воды из шахт, и в конце XVIII в. стали применять водопроводные сети для передачи энергии на расстояние. Энергия жидкости использовалась для разведения мостов [1].

Оригинальное конструкционное решение – установить гидроцилиндр возвратно-поступательного движения через шарнир в механизм, было впервые реализовано при сооружении разводных мостов Санкт-Петербурга (рисунок 1,б). Где мощный гидропривод поднимает 300-тонную конструкцию моста и удерживает ее продолжительное время. Приводя в движение конструкцию моста, гидроцилиндр одновременно поворачивается и меняет направление линии действия силы. В разных положениях гидроцилиндр оказывает различное воздействие на конструкцию моста [2].

По классификации ТММ такой механизм называется кулисным. В литературе можно встретить их описание как механизмы с внутренними входами [13], с качающимися гидроцилиндрами [8], гидравлические механизмы, механизмы с самонаправляющимися гидропневмо- цилиндрами, с самоустанавливающимися гидродомкратами [3]. Все эти механизмы объединяет то, что гидроцилиндр, установленный в них через шарнир, является подвижным приводом.

При изменении линии действия цилиндра увеличивается или уменьшается эффективное плечо силы и, следовательно, изменяется усилие на цилиндре, что в свою очередь, приводит к колебаниям рабочего давления в процессе работы гидравлической системы. Данные эксплуатации показывают, что подавляющее число разрушений шлангов и трубопроводов системы имеет усталостный характер вследствие динамического характера нагрузок, обусловливаемых одновременным воздействием на трубопроводы механических вибраций, пульсации давления жидкости, возбуждаемой вследствие неравномерности подачи жидкости насосами и гидравлических ударов, возникающих в моменты пуска и торможения [4].

При удалении линии действия цилиндра от оси поворота звена увеличивается требуемая длина хода цилиндра и, следовательно, возрастает величина и усилие продольного изгиба, который преимущественно недопустим для цилиндров в разложенном положении и приводит к нарушению герметичности уплотнений, изгибу, заеданию и поломке штока, трещинам по образующей цилиндра.

С увеличением хода штока цилиндра возникает необходимость увеличения длины самого цилиндра, что приводит к увеличению требуемого расхода рабочей жидкости в гидросистеме и снижает её КПД [2].

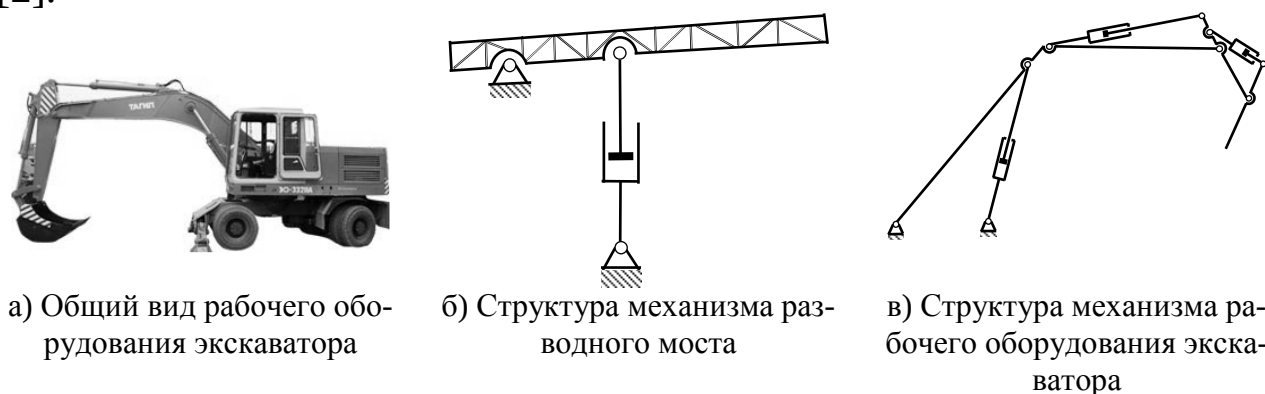


Рисунок 1 – Механизмы с подвижным приводом.

Продольные изгибающие усилия на гидроцилиндр могут увеличиваться при сложности механизма в результате несимметричности распределения нагрузки [5].

Каждый подвижный привод привносит в механизм две составляющие – это движущая сила и изменяемый замкнутый контур, обладающий высокой жесткостью и, вместе с тем, подвижностью. Движение задается относительно подвижного звена [6] и, поэтому, закон движения изменяется вследствие подвижности привода и перемещения сопряженного звена.

В большинстве структур механизмов с подвижными приводами происходит динамическое взаимовлияние друг на друга отдельных перемещений исполнительного звена или звеньев с перемещаемыми грузами, которое может проявляться в ударных нагрузках, в кориолисовых силах инерции, в центробежных силах инерции, в реактивных моментах сложного вращения. С ростом рабочих скоростей динамические взаимовлияния увеличивают износ узлов и оборудования, что приводит к появлению зазоров и отклонению движения от заданной траектории, уменьшению срока службы всего механизма.

Применение подвижных приводов позволяет создавать специфические многофункциональные и универсальные механизмы. Например, рабочее оборудование экскаватора (рисунки 1,а,в), представляет собой механизм с тремя подвижными приводами поворота ковша, рукояти и стрелы. При работе экскаватора может быть получена любая траектория движения режущей кромки рабочего органа в забое, что позволяет эффективно наполнять ковш, производить послойную разработку забоя и селективную выемку полезного ископаемого при сложных условиях залегания, осуществлять планировку рабочей площадки [7]. Выполнять функции среза и сбора стружки грунта, поднятия, перемещения и сброса грунта. Все эти операции могут выполняться в любой точке рабочего участка. Заменив один вид сменного рабочего органа экскаватора – на другой, например, ковш на крановую подвеску, можно выполнять другие операции с иными параметрами силы и скорости [8].

По мнению профессора Дворникова Л.Т. комбинирование механизмов с подвижными приводами с другими видами механизмов позволяет расширить их функциональные возможности. Например, комбинирование кривошипно-ползунного механизма и механизма с одним подвижным приводом позволяет получить множество различных шатунных кривых, которые могут быть использованы для воспроизведения многих важных для техники форм движения, в частности, связанных с профилированием каких-либо сложных изделий [6]. Изменение шатунной кривой можно производить непосредственно во время выполнения технологической операции.

В качестве подвижных приводов в технике применяют гидро-, пневмоприводы. Все они имеют свои удельные показатели, преимущества и недостатки, которые учитываются при проектировании.

Пневмопривод отличается высоким быстродействием. Вследствие высокой сжимаемости используемого в пневмоприводе рабочего тела – воздуха, движение поршня в пневмоцилиндре происходит последовательно от одного жесткого упора до другого. Давление в пневмосистеме обычно не выше 1 МПа . Это ограничивает возможности получения значительных рабочих усилий при приемлемых габаритных размерах пневмоцилиндра и не позволяет применять его в механизмах для воспроизведения сложных траекторий в пространстве и отработки большого множества позиций с высокой точностью.

Слабая сжимаемость рабочей жидкости в принципе обеспечивает хорошую управляемость гидропривода. В нем просто регулируются скорости и усилия, причем независимо друг от друга; считается вполне достижимой жесткость на уровне 1000Н/мм и выше. Гидропривод отличается наивысшими удельными массогабаритными показателями благодаря тому, что давление в гидросистеме обычно составляет не более $6\text{--}10\text{МПа}$ [9]. В настоящее время на рынок предлагаются гидроцилиндры с параметрами рабочего давления $7\text{--}100\text{МПа}$, скоростью хода штока $0,5\text{--}3\text{м/с}$. Гидроцилиндр – исключительный по своей красоте механизм («козырной туз» объемного гидропривода). Конструкция гидроцилиндра отличается предельной простотой и компактностью, облегчающей возможность его встройки в самые разнообразные машины и оборудование [10].

В инженерной практике используются различные методы кинематического анализа механизмов с подвижными приводами.

Самые распространенные из них:

- графические методы – метод кинематических диаграмм, метод планов, метод мгновенных центров скоростей, метод ложных положений и др.;
- аналитические методы, использующие аналитические передаточные функции и их производные, с использованием комплексных чисел, координатные методы, матричные методы и др.;
- компьютерный анализ с помощью программ, предназначенных для исследования динамики многомассовых систем и кинематики рычажных механизмов [11].

У конструкторов возникает большое количество расчетных вариантов и подвариантов механизмов, и для каждого из них требуется выполнить кинематический и силовой расчеты, т.к. только в сравнении можно принять правильное решение. Поэтому выполнять практическое проектирование таких механизмов очень трудоемко. Значительные усилия проектировщиков направляются на то, чтобы определить оптимальную геометрию установки гидроцилиндров. К расчетам параметров механических элементов добавляются расчеты по определению гидравлических параметров [2] и требуется рационально выбрать структуру и определить наиболее оптимальные параметры механизма с учетом особенностей подвижных приводов и для максимального использования их возможностей.

К задачам проектирования можно отнести:

- совершенствование схемы механизма с подвижными приводами, главным образом, для расширения функциональности и технологических возможностей машины, скорости, точности позиционирования, что особенно важно для сравнительно небольших машин, используемых для сокращения объема ручного труда;
- увеличение КПД механизма за счет подвижности привода и оптимального направления линии действия цилиндра для создания необходимого усилия на звено в определенный момент времени и в определенном положении;
- уменьшение непроизводительных затрат энергии в результате подвижности привода и точности направления линии действия цилиндра в течение рабочего цикла;
- уменьшение размеров и массы механизма за счет улучшенной компоновки механизма и подвижных приводов;
- воспроизведение сложных и разнообразных траекторий движения исполнительного звена при контурном (одновременном) управлении двумя и более подвижными приводами с учетом плавности хода штока, упругости жидкости, динамического взаимовлияния;
- синтез механизма с минимальным числом точек функционирования, количеством соединений и зацеплений для уменьшения зазоров и упрощения системы управления и автоматизации, улучшения условий труда и безопасности [12];
- выбор структуры механизма с подвижными приводами с учетом динамических явлений и их, наиболее благоприятных для повышения работоспособности механизма комбинаций. Уменьшение силы трения за счет сил инерции механизма [6].

В настоящее время механизмы с подвижными приводами широко применяются: в строительно-дорожной технике – это рабочее оборудование экскаваторов (рисунок 1,а), бульдозеров, грейдеров; в горно-добывающей технике – это механические крепи, штрековые комбайны и т.д.; в металлургических машинах – это механизм опрокидывания разливочного ковша; в промышленных роботах и автоматах – это различные манипуляторы для захвата и перемещения деталей и т. д. [3, 13].

Разработка и уточнение кинематических, кинетостатических, динамических силовых методов анализа и проектирования механизмов с подвижными приводами с заданными параметрами и с использованием законов гидродинамики, аэродинамики достаточно акту-

альная задача. Исходя из концепции профессора Дворникова Л.Т. – механизмы с подвижными приводами, наряду с совершенствованием конструкций, такие механизмы требуют более глубокого изучения динамических явлений, точных аналитических методов решения и алгоритмов проектирования.

Литература

1. Беркман И.Л., Раннев А.В., Рейш А.К. Одноковшовые гидравлические экскаваторы. Учеб. пособие для проф.-техн. учеб, заведений и подгот. рабочих на производстве. М., «Высш. школа», 1973. 366 с. с ил.
2. Ащеулов А.В. Простые для ТММ механизмы с внутренними входами оказываются сложными при проектировании // Теория механизмов и машин. 2003, №2. С. 76-77.
3. J. Barbe, J.P. Radot, R. Vatant (Clecim) Coulee continue: des idees pour construire et moderniser: La Revue de Metallurgie – CIT, Juillet-Aout 1990, 653-668 p.
4. Волков Д.П., Николаев С.Н. Надежность строительных машин и оборудования: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высш. школа, 1979. – 400 с.
5. Дворников Л.Т., Исходные основания к изучению проворачиваемости и слойности плоских рычажных механизмов // Материалы шестнадцатой научно-практической конференции по проблемам механики и машиностроения / Под редакцией профессора Дворникова Л.Т. и профессора Живаго Э.Я. – Новокузнецк: СибГИУ, 2006. – С. 3-16.
6. Дворников Л.Т., Большаков Н.С. Теория кривошипно-ползунных механизмов: Монография / «НПФ». – Новокузнецк, 2008. – 140 с.
7. Томаков П.И., Манкевич В.В. Открытая разработка угольных и рудных месторождений: Учебное пособие. – 2-е изд. – М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2000. – 611 с.
8. Оренбойм Б.Д., Розенблат А.Я., Ребеко Л.В. Гидравлические одноковшовые навесные неполноповоротные экскаваторы. – М.: Машиностроение, 1966. – 112 с.
9. Гидравлические и пневматические приводы промышленных роботов и автоматических манипуляторов / Г.В. Крейнин, И.Л. Кривц, Е.Я. Винницкий, В.И. Ивлев; Под ред. Г.В. Крейнина. –

- М.: Машиностроение, 1993. – 304 с. ил. – (Автоматические манипуляторы и роботехнические системы).
10. Свешников В.А. Гидрооборудование: Международный справочник. Книга 1. Насосы и гидродвигатели: Номенклатура, параметры, размеры, взаимозаменяемость. Издательский центр «Техинформ» МАИ, 2001. – 360 с. ил.
 11. Митрев Р.П. Компьютерный кинематический анализ шестизвеного механизма для привода рабочих органов строительных и дорожных машин // Теория механизмов и машин. 2008, №1. С. 81-88.
 12. Биктимиров Д.Р. Основные концепции проектирования и модернизации машин непрерывной разливки стали // Наука и молодежь: проблемы, поиски, решения: Труды Всероссийской научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых / Под общей редакцией Л.П. Мышляева. – Вып.12. – Ч. III. Технические науки. – Новокузнецк: СибГИУ, 2008. – С. 196-199.
 13. Семенов Ю.А. Применение машин и механизмов с внутренними входами // Теория механизмов и машин. – 2003. № 1. С. 30-49.

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ В ПЛОСКИХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ

Куклин С.А.

Как будет двигаться на плоскости одно тело произвольной формы по другому телу также произвольной формы? Какие положения будут занимать точки этих тел при простейших видах движения? Даже при простых формах тел траектории точек имеют сложный вид, и решить такие задачи можно только при помощи ЭВМ. Построить алгоритм решения можно на основе следующих соображений.

Кинематическая пара возникает только после введения двух звеньев в контакт. В плоскости ее можно описать двумя соприкасающимися линиями, в пространстве двумя соприкасающимися поверхностями.

В плоскости, с точки зрения кинематики, принципиально различаются два случая соприкосновения линий L_1 и L_2 , принадлежащих звеньям 1 и 2:

- 1) контакт в одной точке (рисунок 1,а);
- 2) контакт в двух точках (рисунок 1,б).

Подключение к контакту большего числа точек меняет лишь картину распределения напряжений.

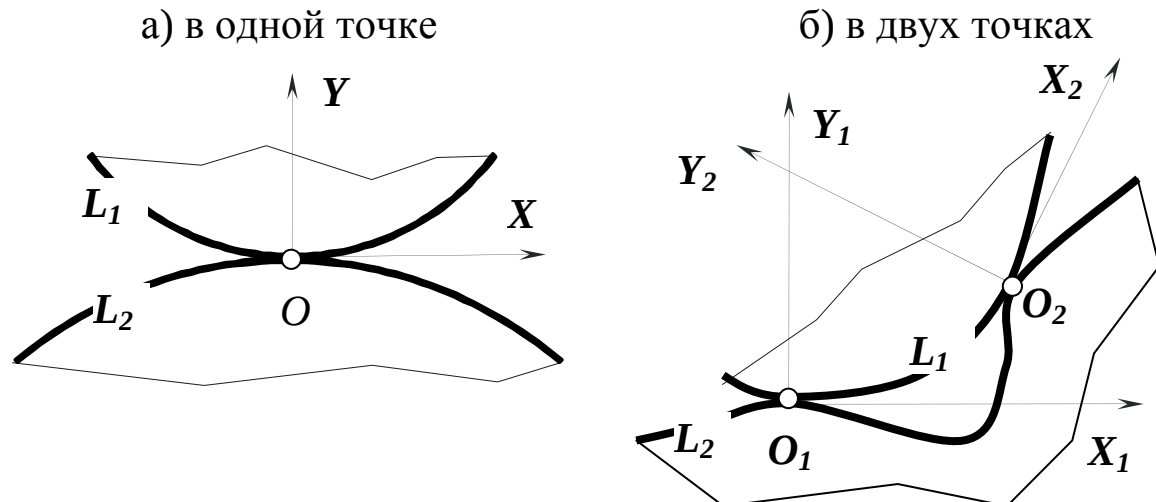


Рисунок 1 – Контакт двух звеньев на плоскости

Рассмотрим первый случай – контакт в одной точке.

Каждую точку кривой можно характеризовать локальной системой координат, начало которой совпадает с точкой контакта, направление оси ординат совпадает с нормалью к кривой в выбранной точ-

ке, ось абсцисс совпадает с касательной в той же точке и направлена в соответствии с правой системой координат.

Для описания движения произвольной линии L необходимо ввести две системы координат:

- 1) O_G – глобальная система координат;
- 2) O_L – локальная система координат линии L .

Глобальная система – система отсчета перемещений. Локальную систему координат O_L удобно помещать в соответствии с уравнением кривой описывающей линию L . Пусть изначально глобальная и локальная системы совпадают. При движении они сдвигаются и поворачиваются друг относительно друга.

Если происходит только поворот на угол Θ (рисунок 2), то точка имеющая координаты x_G, y_G в глобальной системе, в локальной системе будет иметь координаты $x_L = fx(\Theta, x_G, y_G), y_L = fy(\Theta)$, где функции поворота.

$$\begin{aligned} fx(\Theta, x, y) &= x \cdot \cos(\Theta) + y \cdot \sin(\Theta); \\ fy(\Theta, x, y) &= y \cdot \cos(\Theta) - x \cdot \sin(\Theta). \end{aligned} \quad (1)$$

Обратно – глобальная система координат по отношению к локальной системе повернута на угол $\Theta = -\Theta$, тогда

$$x_G = fx(-\Theta, x_L, y_L), \quad y_G = fy(-\Theta, x_L, y_L).$$

Если локальная система одновременно повернута на угол Θ и сдвинута на Ox', Oy' (рисунок 3), то

$$x_L = x_R - Ox_L; \quad y_L = y_R - Oy_L.$$

Координаты точки в повернутой системе координат O_R определяем по формулам (1)

$$x_R = fx(\Theta, x_G, y_G), \quad y_R = fy(\Theta, x_G, y_G).$$

Координаты начала локальной системы координат

$$Ox_L = fx(\Theta, Ox', Oy'), \quad Oy_L = fy(\Theta, Ox', Oy').$$

Данная последовательность действий идентична следующей:

$$x_L = fx(\Theta, x_G - Ox', y_G - Oy'), \quad y_L = fy(\Theta, x_G - Ox', y_G - Oy').$$

Итак, при одновременном повороте локальной системы по отношению к глобальной системе на угол Θ и сдвиге ее на Ox', Oy' координаты точки находятся по следующим формулам.

Переход от глобальной системы к локальной:

$$\begin{aligned} x_L &= (x_G - Ox') \cdot \cos \Theta + (y_G - Oy') \cdot \sin \Theta; \\ y_L &= (y_G - Oy') \cdot \cos \Theta - (x_G - Ox') \cdot \sin \Theta; \\ \Theta_L &= -\Theta \end{aligned} \quad (1)$$

Переход от локальной системы к глобальной:

$$\begin{aligned}x_G &= x_L \cos \Theta - y_L \sin \Theta + O_{x'}; \\y_G &= y_L \cos \Theta + x_L \sin \Theta + O_{y'}; \\ \Theta_G &= \Theta\end{aligned}\quad (2)$$

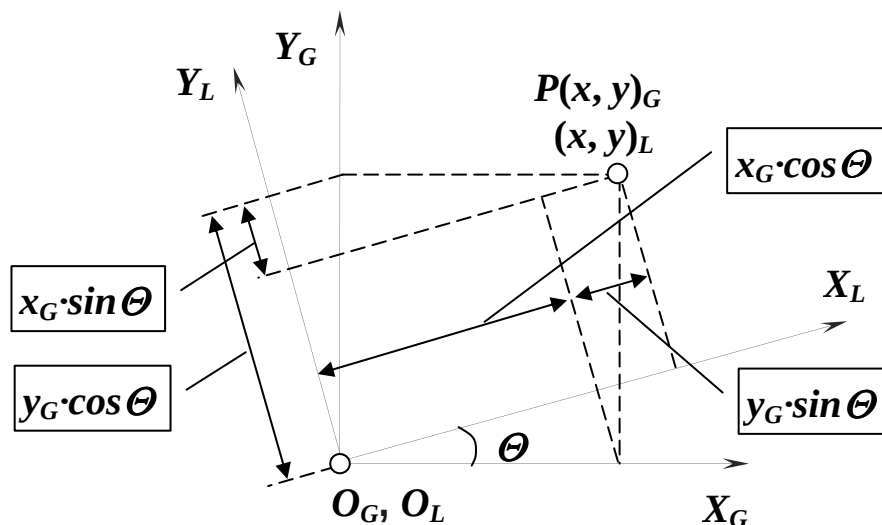


Рисунок 2 – Поворот системы координат

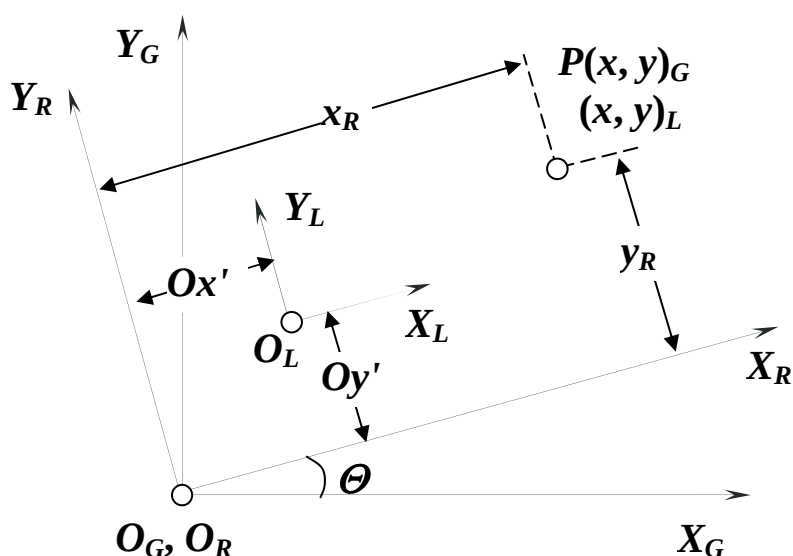


Рисунок 3 – Поворот и сдвиг системы координат

Во время движения одно из звеньев временно является подвижным другое неподвижным. Будем считать звено 1 (линия L_1) подвижным и звено 2 (линия L_2) неподвижным. Возможны три варианта движения звена 1 относительно звена 2:

- 1) буксование (скольжение в точке);
- 2) скольжение вдоль звена 2;
- 3) перекатывание по звену 2.

Аналогично звено 2 может перекачиваться или скользить по звену 1. Например, при перекачивании прямой (звено 1) по окружности (звено 2) точки звена 1 будут описывать эвольвенты, при перекачивании окружности по прямой, точки звена 2 будут описывать циклоиды.

Для описания движения линии L_1 относительно L_2 необходимо ввести цепочку систем координат $O_E \rightarrow O_C \rightarrow O_{L1} \rightarrow P$ (рисунок 4):

- 1) O_E – экранная (пользовательская) система координат;
- 2) O_C – система координат точки контакта;
- 3) O_{L1} – локальная система координат подвижной линии L_1 ;
- 4) O_P – система координат произвольной точки P , принадлежащей линии L_1 ;

Каждая из этих систем временно может являться глобальной по отношению к следующей системе, которую будем называть локальной. При этом, при определении координат точек необходимо последовательно пользоваться предыдущими формулами. Например, если известны глобальные координаты точки P в системе O_E , то при определении локальных координат в системе O_L необходимо по формулам (1) определить локальные координаты точки в системе O_C , затем, рассматривая полученные координаты как глобальные, пользуясь теми же формулами найти конечный результат. При более сложной конструкции, возможно, необходимо вводить более длинные цепочки.

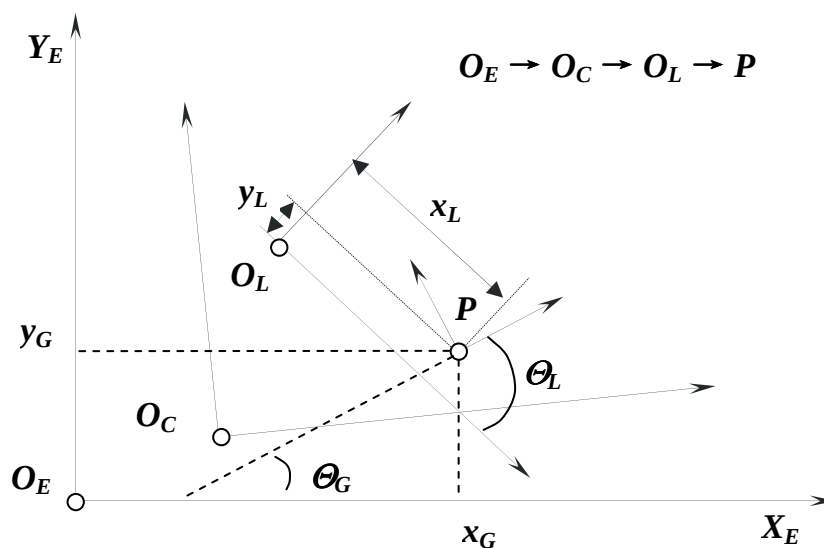


Рисунок 4 – Цепочка систем координат

Для проверки можно рекомендовать замкнутую цепочку (рисунок 5), когда на конечном этапе совпадают O_C и P , O_E и O_L . Результаты представлены в таблице (таблица 1).

Таблица 1– Относительное положение систем координат (рисунок 5)

	Начальные	Глобальные	Предыдущей системы
O_C	$(-1;1;-1,24)_E$	$(-1;1;-1,24)_E$	$(1,27; 0,62;1,24)_C$
O_L	$(1,27; 0,62;1,24)_C$	$(0;0;0)_E$	$(-1;1;-1,24)_L$
P	$(-1;1;-1,24)_L$	$(-1;1;-1,24)_E$	$(1,27; 0,62;1,24)_P$

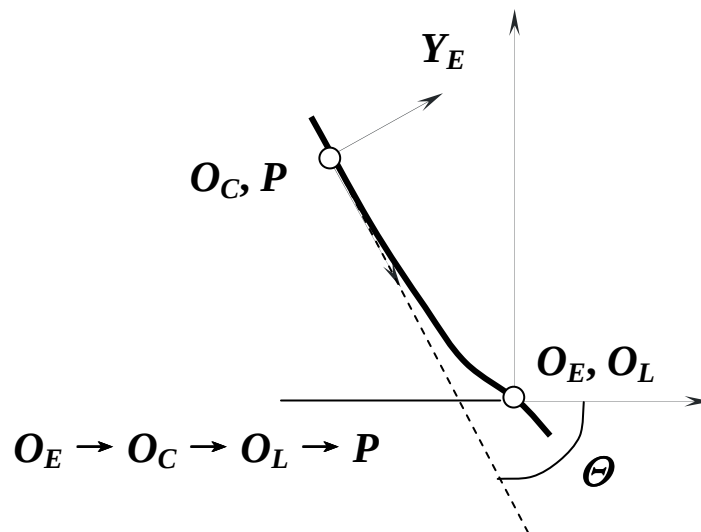


Рисунок 5 – Случай для проверки цепочки систем координат

Пусть изначально все перечисленные системы совпадают и размещаются в точке первоначального контакта линий.

Рассмотрим процесс буксования (рисунок 6).

Назначим глобальной систему O_{L1} и возьмем на линии L_1 произвольную точку $P(x_1, y_1)$. Положение O_{L1} относительно O_P можно определить по формулам (4):

$$\begin{aligned} x_2 &= -fx(\theta, x_1, y_1), \\ y_2 &= -fy(\theta, x_1, y_1). \end{aligned} \quad (3)$$

Другими словами совершается переход от глобальной системы к локальной по формулам (1), где $x_G = 0$, $y_G = 0$, $Ox' = x_1$, $Oy' = y_1$.

При буксовании, точка $P(x_1, y_1)$ переходит в точку контакта, система O_{L1} при этом поворачивается на угол $(-\theta)$ относительно O_C и будет иметь координаты (x_2, y_2) .

После определения положения системы O_{L1} назначаем глобальной систему O_E и строим линию L_1 по формулам (3), преобразуя локальные координаты в глобальные.

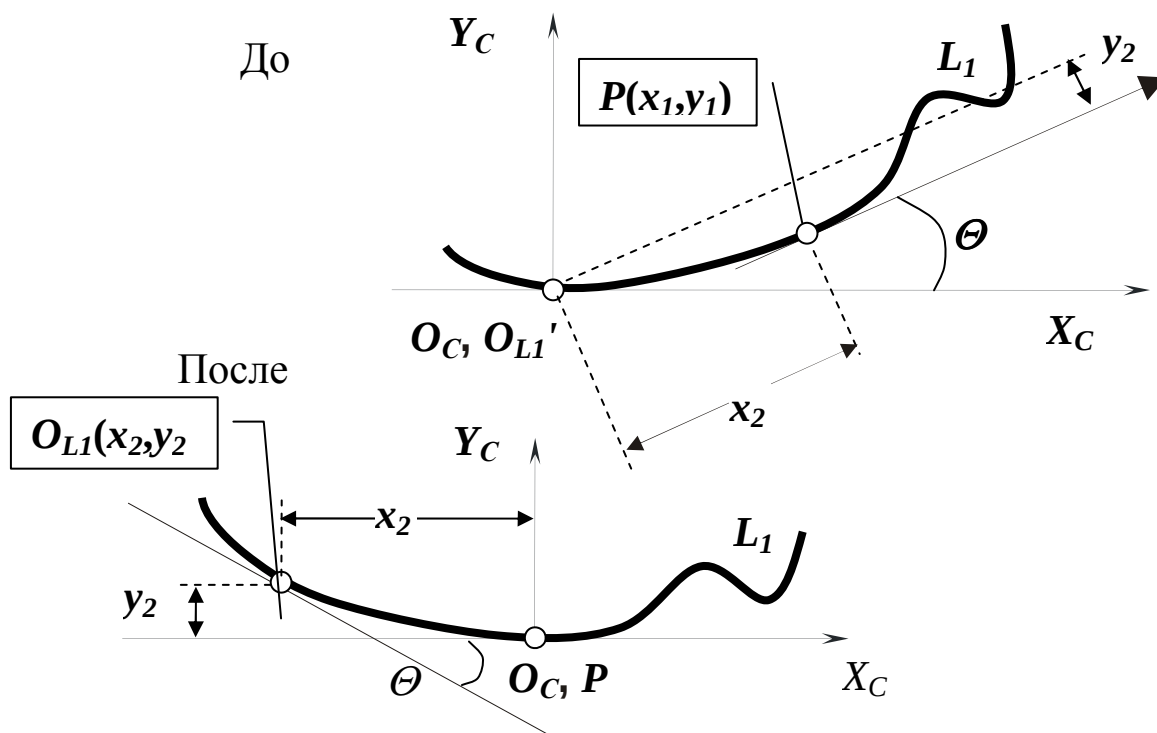


Рисунок 6 – Буксование

Рассмотрим процесс скольжения звена 1 по звену 2 (рисунок 7).

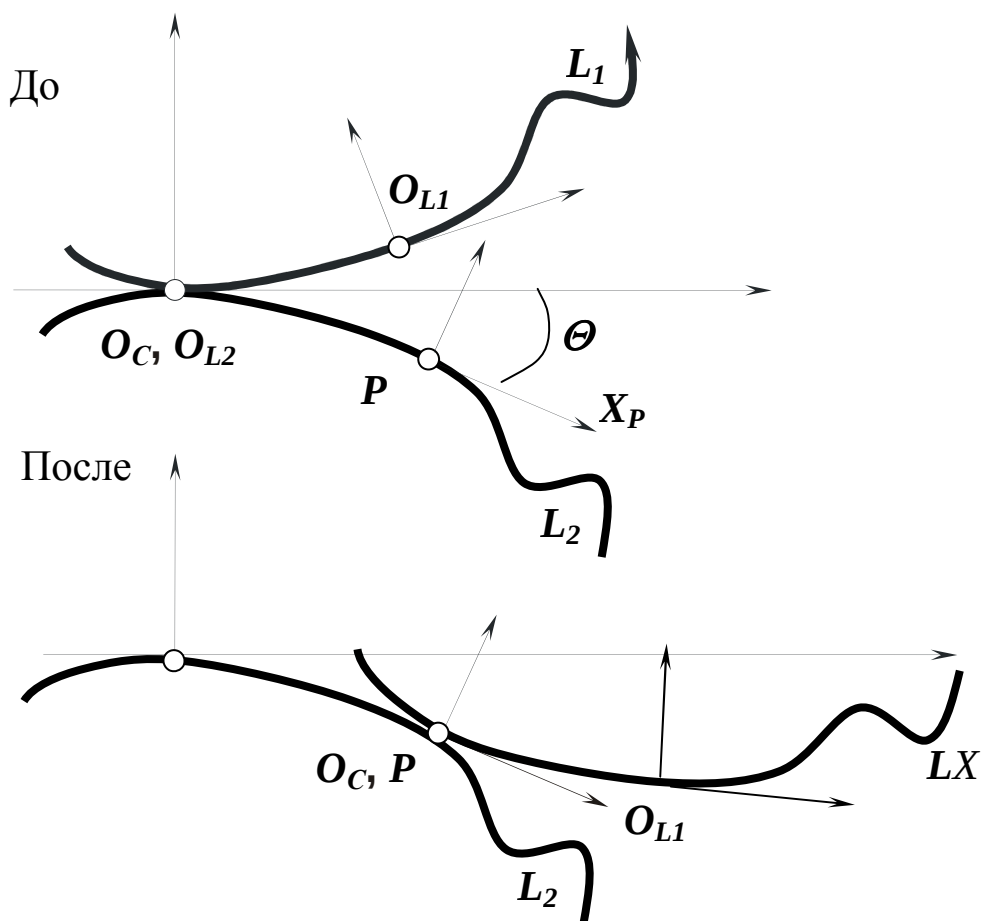


Рисунок 7 – Скольжение

Возьмем на линии L_2 подвижную точку P . При скольжении точка контакта (система O_C) будет совпадать с этой точкой, система O_{L1} при этом будет двигаться синхронно O_C .

Использование всего вышеизложенного позволило создать компьютерную программу по изучению движения различных кривых друг по другу, например движение параболы по гиперболе и движение гиперболы по параболе (рисунок 9). Здесь показаны последовательные положения кривых, причем условно принята "прозрачность" кривых, т.е. отсутствие столкновений. Исходное положение кривых показано на рисунке 8.

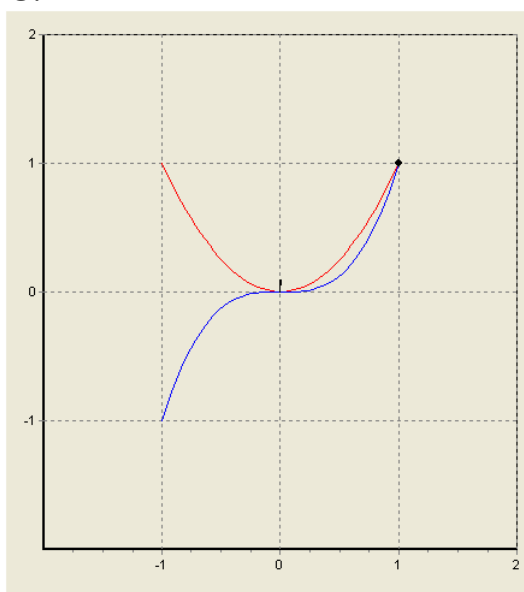


Рисунок 8 – Исходное положение кривых

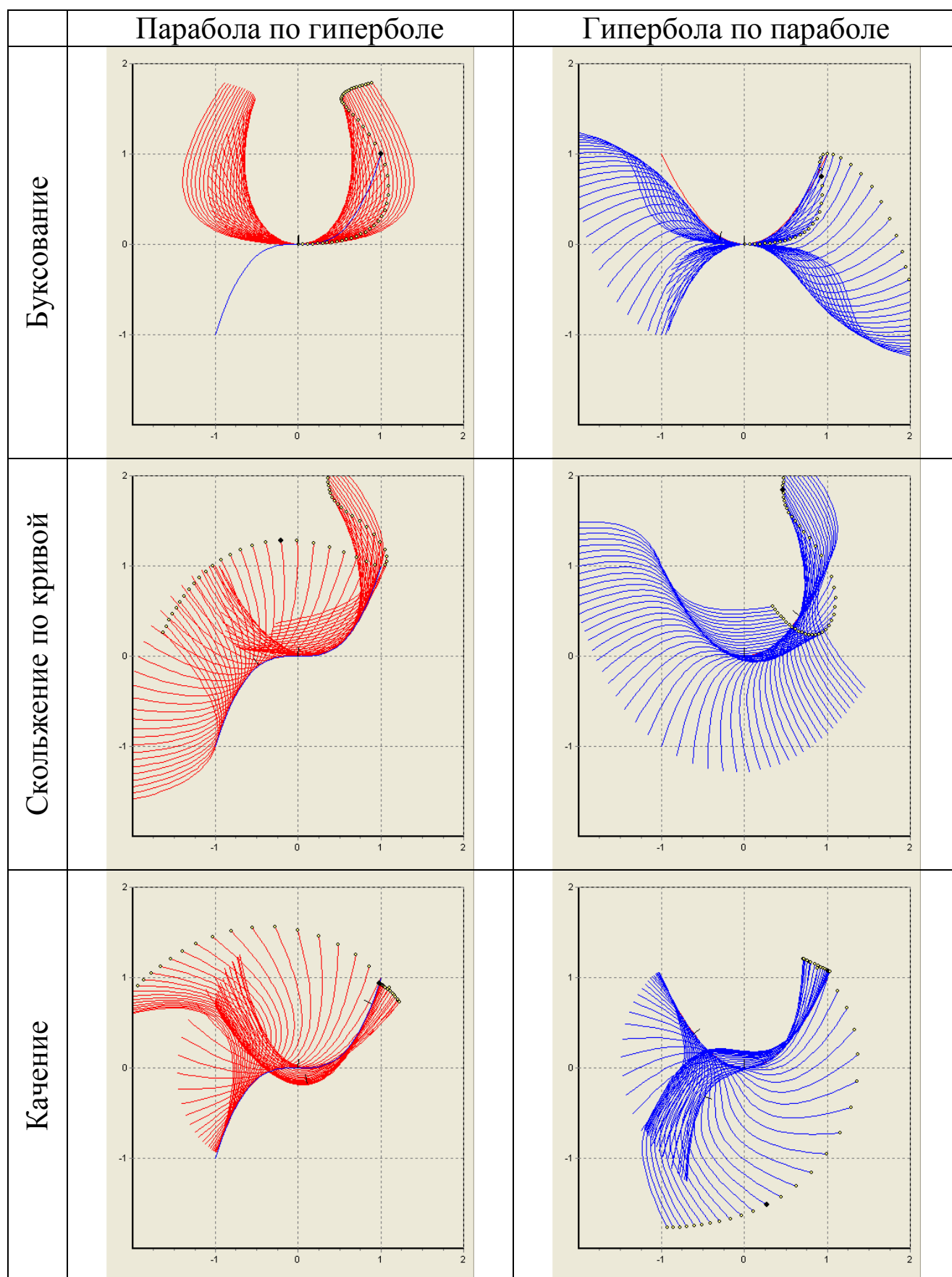


Рисунок 9 – Последовательные положения кривых при различных видах движения

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕКТОРНЫХ ФУНКЦИЙ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК В АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

Ибнояминова С.Л.

Омский государственный технический университет, г. Омск

В современных условиях развития рыночной экономики, промышленности и техники, важное значение имеет конкурентоспособность изделия, которая в свою очередь зависит от быстрой сменяемости и модификации. Требования быстрой сменяемости, вызванной номенклатурными особенностями деталей, развитием методов обработки непосредственно связанных с разработкой новых станков, инструментов, обуславливают постоянное совершенствование методов обработки и соответствующего программного обеспечения.

Фрезерование является одним из производительных методов механической обработки, и его совершенствование осуществляется в первую очередь за счет совершенствования программного обеспечения. Возможность учета разнообразных параметров, использование плоских, объемных и комбинированных моделей в качестве исходных данных, а также многие другие факторы определяют сегодня качество программного инструментария. Однако, остаются еще малоизученные вопросы, ввиду особенностей протекания процессов обработки, процесса фрезерования в частности динамической неуравновешенности [1, 2].

При анализе составляющих силы резания при фрезеровании отсутствует единый теоретический подход. Что приводит к наличию различных методик расчета и не позволяет определять значения сил, входящих в векторную систему, в каждый момент времени. Поэтому вопросы комплексного анализа процесса фрезерования остаются актуальными [3].

Для определения технологических параметров обработки в работе используются дифференциальные характеристики (касательная, нормаль, бинормаль к режущей кромке зуба конической фрезы).

Дифференциальные характеристики тесно связаны с процессом обработки и играют большую роль в вычислениях технологических характеристик, связанных с обработкой в конкретных условиях, они

позволяют рассчитать эквидистанту обработки, вести обработку с постоянной скоростью по контуру и постоянной скоростью резания. Касательная в точке показывает на соотношение скоростей перемещений относительно рассматриваемых осей. Нормаль, восстановленная к рассматриваемой на поверхности точке, определяет положение инструмента при движении по эквидистанте. Бинормаль определяет изменение величин подач по осям [1].

Дифференциальные характеристики к фрезе определяются по векторной функции обрабатываемой поверхности и представляют собой подвижный триэдр.

Например, функция движения по лезвию концевой фрезы имеет вид (рисунок 1)

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} R \cdot \cos F \\ R \cdot \sin F \\ a_3 \cdot F \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где R – радиус фрезы;

F – угол поворота круговой вектор-функции.

Величина a_3 вычисляется как отношение линейной скорости V перемещения по координате OZ к угловой скорости ω

$$a_3 = \frac{V}{\omega}.$$

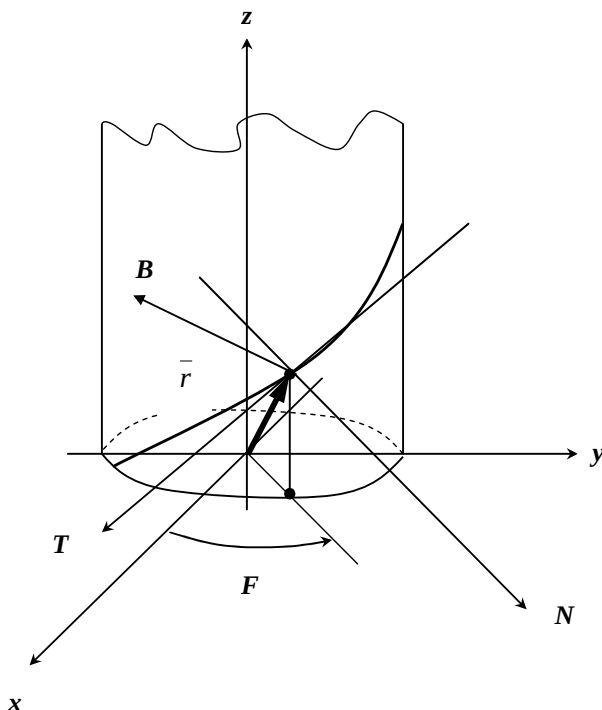


Рисунок 1 – Положение касательной, нормали и бинормали при движении точки по винтовому режущему лезвию фрезы

Касательную определяем следующим образом

$$\bar{T} = \frac{dr}{dF} \bigg/ \left| \frac{dr}{dF} \right|. \quad (2)$$

Продифференцировав по координатам **OX**, **OY**, **OZ** получим

$$\frac{dx}{dF} = -R \cdot \sin F, \quad \frac{dy}{dF} = R \cdot \cos F, \quad \frac{dz}{dF} = a, \quad (3)$$

тогда:

$$\bar{T} = (-R \cdot \sin F \cdot i + R \cos F \cdot j + a \cdot k) \bigg/ \left| \frac{dr}{dF} \right|. \quad (4)$$

Модуль вектора касательной

$$\left| \frac{dr}{dF} \right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dF} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dF} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dF} \right)^2}. \quad (5)$$

После преобразований подстановки модуль вектора преобразуется

$$\frac{dr}{dF} = \sqrt{(-R \cdot \sin F)^2 + (R \cdot \cos F)^2 + a^2} = \sqrt{(R + a)^2}. \quad (6)$$

$$\bar{T} = -\frac{R \cdot \sin F}{\sqrt{R^2 + a^2}} \cdot i + \frac{R \cdot \cos F}{\sqrt{R^2 + a^2}} \cdot j + \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} \cdot k. \quad (7)$$

Важной характеристикой режущей кромке зуба контурной фрезы является ее нормаль в рассматриваемой точке. Нормаль в точке на режущей кромке рассматривается как векторное произведение частных производных по направлениям

$$\bar{N} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial x}{\partial a} & \frac{\partial y}{\partial a} & \frac{\partial z}{\partial a} \\ \frac{\partial x}{\partial F} & \frac{\partial y}{\partial F} & \frac{\partial z}{\partial F} \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Для режущей кромки зуба фрезы, описываем функцией

$$\bar{N} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & a \\ -F \cdot \sin F & F \cdot \cos F & F \end{vmatrix}. \quad (9)$$

$$\bar{N} = (a \cdot F \cdot \cos F) \cdot i + (a \cdot F \cdot \sin F) \cdot j + (0) \cdot k.$$

Если обозначить

$$A = a \cdot F \cdot \cos F, \quad B = a \cdot F \cdot \sin F.$$

Бинормаль находится как векторное произведение касательной и нормали:

$$\bar{B} = \bar{T} \times \bar{N}.$$

После преобразования бинормаль примет вид

$$\bar{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A & B & 0 \\ -F \cdot \sin F & F \cdot \cos F & F \end{vmatrix},$$

$$\bar{B} = (-B \cdot F \cdot \sin F - A \cdot F \cdot \cos F)i - (-A \cdot F \cdot \cos F)j + (-B \cdot F \cdot \sin F + A \cdot F \cdot \cos F)k.$$

Таким образом, с помощью полученных зависимостей, определяются касательная, бинормаль и нормаль к режущей кромке зуба конической фрезы.

Касательная, бинормаль и нормаль к режущей кромке зуба конической фрезы в свою очередь позволяют рассчитывать эквидистанту обработки и проводить обработку с постоянными параметрами (скорость резания и скорость по контуру). Векторные функции формообразования, выраженные в параметрах станочных систем, позволяют описывать различные виды обработки, в том числе и контурной, отслеживать положение формообразующей точки режущего лезвия инструмента, определять путь резания.

Иначе, описание поверхностей детали вектор-функциями, в параметрах станочных систем, и вычисление их дифференциальных характеристик позволяет говорить о системном подходе к решению задач, связанных с автоматизацией процесса модификации математической модели детали в процессе моделирования обработки.

Литература

1. Браилов И.Г. Моделирование формообразования на станках с СПУ / И.Г. Браилов, Б.А. Голоденко, В.П. Смоленцев. – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 1998. 147 с.
2. Бреев С.В. Моделирование силы резания при фрезеровании дисковой и цилиндрической фрезами / Бреев С.В., Щелкунов Е.Б.: Сб. науч. тр. Ч.1. – Комсомольск-на-Амуре: Изд-во КнАГТУ, 2006. – С. 105-106.
3. Гурин В.Д. Измерение и расчет силовых параметров при обработке концевыми фрезами / В.Д. Гурин // СТИН. – 2005. – №9. – С.19-23.

ЭНЕРГИЯ УДАРА ПОРШНЯ ПАРОВОЗДУШНОГО МОЛОТА О ПРЕДОХРАНИТЕЛЬ ПРИ АВАРИЙНОМ РАЗРУШЕНИИ ШТОКА

Воскресенский В.А.

Ранее [1] нами рассматривалась величина давления, возникающая внутри цилиндра предохранителя поршневого типа при его срабатывании в случае аварийного разрушения штока. Штоки часто разрушаются в период выполнения технологической операции. Они работают при больших ударных нагрузках, испытывая при ударе сложное напряженное состояние от продольных сжимающих сил, а также от изгиба при нецентральной ударе, либо от потери устойчивости. Для оценки нагрузок в корпусе и креплении крышки предохранителя, возникающих в момент удара, необходимо рассчитывать максимальную возможную величину энергии удара, которую развивает движущаяся к предохранителю масса. Эта масса может состоять либо из объединения масс обломка штока и поршня, либо только поршня. Максимальная энергия перед соударением проявляется, когда масса разгоняется на максимально возможном расстоянии L (рисунок 1), что является монтажным ходом бабы молота.

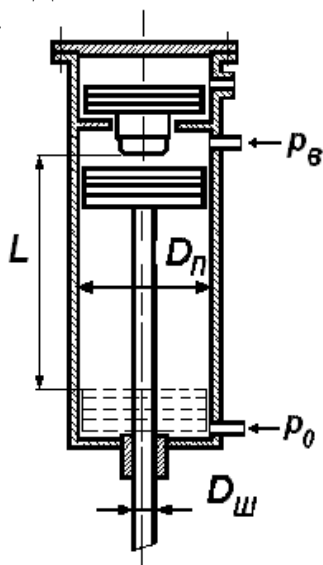


Рисунок 1 – Схема рабочего цилиндра и предохранителя паровоздушного молота

В ряде работ [2-4] излагается расчёт сопротивления при движении на подъём поршня паровоздушного молота при нормальной работе, но расчёта в условиях аварийного движения поршня встретить

не удалось. В тоже время при аварийной ситуации и срабатывании предохранителя, следует учитывать некоторые особенности процесса.

Во-первых, поскольку процесс неуправляемый, следует учитывать, что при аварийной ситуации происходит равноускоренный разгон движущейся массы шток-поршень вплоть до их встречи с плунжером предохранителя.

Во-вторых, движущаяся масса может иметь различную случайную величину. Заранее планировать сечение поломки штока невозможно.

Поэтому, предлагается рассмотреть возможные крайние по массе варианты разрушения штока, которые спровоцируют удар по предохранителю.

Примем первый вариант, когда разрушение штока происходит по сечению непосредственно у бабы молота в месте заделки штока. В этом случае разгоняемая масса будет максимальная. Она суммируется из масс штока $m_{ш}$ и поршня $m_{п}$. Давление p_0 со стороны энергоносителя (пара или сжатого воздуха), приходится на кольцевую площадь рабочего поршня цилиндра, образовавшуюся за вычетом площади сечения штока. Для предельного варианта массы практически вся длина штока L будет участвовать в оценке её величины.

Второй вариант, когда шток разрушается в рабочем цилиндре по сечению у нижней части поршня, причём так, что обломок штока сохраняется внутри поршня, и энергоноситель полным давлением воздействуют на всю нижнюю поверхность поршня, которая включает в себя и площадь штока. В этом случае разгоняемая масса будет определяться только массой поршня. Второй вариант представляет собой случай скорее гипотетический, но исключать его было бы не целесообразно.

Можно предположить, что скорость массы поршня по второму варианту к моменту соударения с предохранителем будет выше, так как сила, создающая разгон, будет больше для разгона только одного поршня. Поскольку проявление энергии в момент соударения зависит от квадрата скорости движущейся массы, то второй возможный вариант проявления энергии удара может оказаться более значимым.

Проведём примерный расчёт величины энергии, которую при ударе будут создавать каждый из рассматриваемых вариантов. Для оценки возможных значений энергий удара используем реальные

данные паровоздушных молотов. В таблице 1 приводятся паспортные данные по некоторым типам молотов.

Таблица 1 – Параметры молотов

Модели молотов	Вес па- дающих частей, <i>кН</i>	Энергия удара у молота, <i>кДж</i>	Ход поршня, <i>мм</i>	Давление энергоносителя, <i>МПа</i>		Диаметр, <i>мм</i>	
				Рабочее, <i>P₀</i>	Выхлопа, <i>P_В</i>	Поршень	Шток
Ковочные							
М132А	10,0	35,3	1000	0,7-0,9	0,15	330	110
М133А	20,0	70,0	1260	0,7-0,9	0,15	430	140
М134	30,0	152,2	1450	0,7-0,9	0,15	550	180
М136	50,0	175,0	1700	0,7-0,9	0,15	630	200
МА136	50,0	175,0	1700	0,7-0,9	0,15	630	200
Штамповочные							
М211	10,0	-	1200	0,7-0,9	0,15	280	120
М212	20,0	-	1200	0,7-0,9	0,15	380	145
Листоштамповочные							
МЛЗ	30,0	33,0	1200	0,4-0,6	0,1-0,15	450	115
МЛ5	50,0	136,0	1500	0,4-0,6	0,1-0,15	700	150

Энергия E , которая создаётся движущейся системой и поглощается предохранителем, составит:

$$E = \int_0^{L_x} P_x dL_x = \int_0^{L_x} S \cdot p_x \cdot dL_x.$$

Для создаваемого усилия P_x примем, в соответствии с данными таблицы 1, допущение, что рабочее давление p_0 энергоносителя, которое по проектной документации находится в диапазоне 0,7-0,9 МПа, для расчёта принято 0,8 МПа для ковочных и штамповочных молотов. Для листоштамповочных прессов давление энергоносителя примем предельное 0,6 МПа. Противодействие выхлопа p_e считаем одинаковым 0,2 МПа для всех типов молотов. Противодействие несколько выше расчётного технологического приводимого в таблице 1. Это объясняется повышенной скоростью перемещения масс после разрушения штока по сравнению с нормальным рабочим процессом. Пропускная способность каналов воздухопровода и золотниковой коробки рассчитываются на нормальный рабочий процесс, для которого

создаётся определённое проходное сечение паро- или воздухопровода. При возрастании скорости движения перемещающихся масс, возникнет увеличение скорости истечения энергоносителя (пара или сжатого воздуха), при котором, для прежнего проходного сечения, следует ожидать возрастающее сопротивление выхлопа.

Потери на трения при движении в направляющей втулке штока и поршня внутри цилиндра составляют [4] около 10% перемещающихся масс. Принято потери на трение в отношении к подводимому усилию равное 0,1, что соответствует коэффициенту полезного действия $\eta = 0,9$.

Рассматриваем вышеназванные варианты возможных разрушений штока. Для первого варианта, когда поломка штока произошло по сечению в месте крепления в бабе молота, усилие P_1 , действующее на подъём системы шток-молот, определится:

$$P_1 = \frac{\pi}{4} [p_0 (D_{II}^2 - D_{III}^2) - p_B \cdot D_{II}^2] \cdot \eta.$$

Для второго варианта, когда разрушение штока возможно внутри цилиндра, усилие P_2 , действующее на разгон только массы поршня m_{II} , составит:

$$P_2 = \frac{\pi}{4} \cdot D_{II}^2 (p_0 - p_B) \cdot \eta.$$

Время равномерно ускоренного разгона массы, движущейся к предохранителю, определяем:

$$t_p = \sqrt{\frac{2 \cdot L \cdot m}{P}}, \quad (1)$$

где L – длина участка разгона (рисунок 1) от верхней точки поршня, находящегося в нижнем положении, до контакта со штоком предохранителя;

m – масса, движущаяся с разгоном;

P – усилие, действующее на разгон движущихся масс к предохранителю.

Для рассматриваемого первого варианта разрушения расчётная масса – это система шток-поршень. Для второго варианта, это только масса поршня.

Для рассматриваемого первого варианта усилие, действующее на разгон системы составит значение $P = P_1$, для второго $P = P_2$.

Скорость, которую движущаяся масса может иметь при встрече с предохранителем:

$$v = \frac{P}{m} \cdot t_p. \quad (2)$$

Кинетическая энергия удара подвижных масс о плунжер предохранителя составит:

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}. \quad (3)$$

Если в расчётное значение кинетической энергии (3) подставить выражение скорости (2), в которой время учесть через формулу (1) и выполнить преобразования, то получим выражение энергии как произведение усилия P , действующее на поршень, умноженное на расстояние его перемещения внутри цилиндра L . По своей сути, это потенциальная энергия E_{II} , движущихся масс:

$$E_{II} = P \cdot L. \quad (4)$$

Используя данные таблицы 1, проведём расчет ожидаемых величин энергий удара для крайних рассматриваемых вариантов. Результаты расчёта представлены в таблице 2.

Некоторое расхождение в итоговых расчётных значениях кинетической и потенциальной энергии для каждого молота объясняется округлением значащих цифр при расчётах кинетической энергии.

Из результатов полученных значений следует, что кинетическая энергия удара только массой поршня (по второму варианту) не всегда превышает такую же энергию удара для системы. Это проявилось на листоштамповочном молоте МЛ5. В этом прессе отношение массы поршня (626кг) к массе штока (205кг) составило 3-кратную величину. Для всех остальных молотов это отношение меняется от 0,38 до 1,76. Можно предположить, что существует некоторая граница соотношений масс, при которых влияние системы в целом, доминирует над влиянием кинетической энергии только поршня.

Таблица 2 – Расчётные значения энергий удара для рассматриваемых молотов

Модели молотов	Движение системы		Движение только поршня	
	Кинетическая энергия перед соударением системы, E_K , кДж	Потенциальная энергия перед соударением системы, E_P , кДж	Кинетическая энергия перед соударением поршня, E_K , кДж	Потенциальная энергия перед соударением поршня, E_P , кДж
Ковочные				
M132A	38,69	39,17	45,71	45,91
M133A	84,46	84,73	97,54	97,97
M134	158,28	158,35	184,02	184,78
M136	245,82	246,07	282,18	283,66
Штамповочные				
M211	29,47	29,71	39,25	39,42
M212	57,98	58,63	70,65	72,78
Листоштамповочные				
МЛЗ	24,78	24,82	68,79	68,06
МЛ5	290,35	290,62	206,06	206,28

Можно принять во внимание, что расчёты потенциальной энергии удара движущихся масс о плунжер предохранителя, соответствуют максимальной, менее трудоёмкие и имеют более простую методику расчёта.

Литература

1. Воскресенский В.А. Расчёт предохранителя паровоздушного молота / В.А. Воскресенский, В.И. Афанасьев // Материалы пятнадцатой научно-практической конференции по проблемам механики и машиностроения / Под ред. проф. Дворникова Л.Т. и проф. Живаго Э.Я. – Новокузнецк: СибГИУ, 2005. – 252 с.
2. Зимин А.И. Машины и автоматы кузнечно-штамповочного производства. Часть 1. Молоты. – М.: Машгиз, 1953. – 495 с.
3. Живов Л.И. Кузнечно-штамповочное оборудование Молоты / Л.И. Живов, А.Г. Овчинников. – Киев: Вища школа, 1972. – 280 с.
4. Банкетов А.Н. Кузнечно-штамповочное оборудование / А.Н. Банкетов, Ю.А. Бочаров, Н.С. Добринский. – 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1982. – 576 с.

ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ С УЧЕТОМ ТРЕХМЕРНОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ СОУДАРЕНИИ СТЕРЖНЕЙ

Жуков И.А.

Математическое описание процесса удара в общем виде оказывается весьма сложным, и потому для решения частных, прикладных вопросов теории удара применяются некоторые упрощения и допущения, которые иногда приводят к недопустимым ошибкам количественного и качественного характера. Наиболее широкое применение при исследовании ударных систем получила одномерная волновая теория удара, сформулированная Барре де Сен-Венаном.

Однако экспериментальные опыты свидетельствуют о некорректности допущений, принятых в одномерной волновой теории удара, и невозможности их осуществления на практике. В ударных системах сложной геометрической формы предположение, что в процессе деформирования плоские поперечные сечения остаются плоскими, весьма сомнительно, т.к. совместно с продольными колебаниями возникают и поперечные. Эти факты свидетельствуют о необходимости рассмотрения деформации стержней в радиальном направлении.

Принцип одномерности обеспечивает сравнительно простое описание волновых процессов при продольных колебаниях, поэтому были предприняты попытки модификации дифференциального уравнения Сен-Венана с учетом поперечных колебаний. Одна из таких попыток заключается во введении поправки Релея при сохранении теории Сен-Венана в целом, согласно которой предполагается, что после энергии продольного движения частиц стержня следующей по значению является кинетическая энергия радиального движения динамически сжимаемого тела.

Обратимся к выводу модифицированного уравнения продольных колебаний стержней, имеющих сложную форму, отличающуюся от тел вращения гладких плоских кривых, в декартовой прямоугольной системе координат.

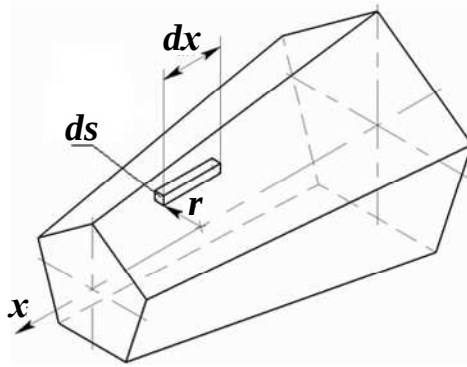


Рисунок 1 – Колебания в стержне при ударе

Напряженно-деформированное состояние и кинематика стержня при ударе (рис. 1) определяются функцией смещения $u(x,t)$ сечения вдоль оси, как и по теории Сен-Венана. Относительная продольная деформация элемента определяется выражением

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}.$$

Согласно закону Гука, при продольной деформации тела возникают относительные деформации ε_r в поперечном направлении

$$\varepsilon_r = -\mu \varepsilon_x = -\mu \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial u_r(x,r,t)}{\partial r},$$

где μ – коэффициент Пуассона; $u_r(x,r,t)$ – функция радиального перемещения.

Тогда функция радиального перемещения полностью определяется функцией осевого перемещения сечения и расстоянием r от точки сечения до оси x

$$u_r(x,r,t) = -\mu r \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}.$$

Согласно энергетическому подходу принципа Гамильтона-Остроградского, действительное движение системы с голономными связями отличается от иных кинематически возможных движений тем, что для него приращение функционала действия по Гамильтону-Остроградскому, определенного для произвольного промежутка времени, равно нулю

$$\delta \int_{t_0}^t L dt = 0,$$

где $L = (T - \Pi)$ – функция Лагранжа, определяемая разностью кинетической T и потенциальной Π энергий системы.

С учетом поправки Релея кинетическая энергия выделенной части, или всего стержня, складывается из энергии частиц стержня в осевом T_x и радиальном T_r направлениях. Потенциальная энергия определяется энергией продольного сжатия Π_x .

Таким образом, функция Лагранжа определяется выражением

$$L = T_x + T_r - \Pi_x.$$

Тогда
$$\delta \int_{t_0}^t (T_x + T_r - \Pi_x) dt = 0. \quad (1)$$

Кинетическая энергия выделенного элемента с функцией площади поперечного сечения $S(x)$ в осевом направлении определяется выражением

$$T_x = \int_l \int_{S(x)} \frac{1}{2} dm \left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{2} \int_l \rho S(x) \left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right)^2 dx. \quad (2)$$

Аналогично получается выражение кинетической энергии в радиальном направлении

$$T_r = \int_l \int_{S(x)} \frac{1}{2} dm \left(\frac{\partial u_r(x, r, t)}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{2} \int_l \mu^2 \rho \left(\int_{S(x)} r^2 dS \right) \left(\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t} \right)^2 dx.$$

Причем $\int_{S(x)} r^2 dS = J_\rho(x)$ – полярный момент инерции сечения.

Следовательно,
$$T_r = \frac{1}{2} \int_l \rho \mu^2 J_\rho(x) \left(\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t} \right)^2 dx. \quad (3)$$

Для определения потенциальной энергии выделенного элемента учитывается, что при продольном деформировании возникают только нормальные напряжения $\sigma_x(x, t) = \sigma(x, t)$, параллельные продольной оси, которые в пределах упругости определяются законом Гука

$$\sigma(x, t) = E \varepsilon_x(x, t) = E \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}.$$

Тогда потенциальная энергия выделенного элемента стержня

$$\Pi_x = \int_l \int_{S(x)} \frac{1}{2} \sigma(x, t) \varepsilon_x(x, t) dS dx = \frac{1}{2} \int_l ES(x) \left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right)^2 dx. \quad (4)$$

С учетом полученных соотношений (2)-(4) определяется выражение (1) принципа Гамильтона-Остроградского для колебаний выделенного элемента с учетом поправки Релея

$$\delta \int_{t_0}^t \int_l \left[\frac{1}{2} \rho S(x) \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} \rho \mu^2 J_\rho(x) \left(\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} E S(x) \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right] dx dt = 0.$$

Задача вывода уравнения продольных колебаний сводится к исследованию функционала действия по Гамильтону-Остроградскому на экстремум.

Условие экстремальности представляется в виде

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varepsilon_x} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v_r} \right) = 0, \quad (5)$$

$$\text{где } \varepsilon_x = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}, \quad v_r = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t}.$$

Вычисляя производные, входящие в условие экстремальности (5), получаем

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(E S(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho S(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\rho \mu^2 J_\rho(x) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} \right) = 0.$$

В соответствии с этим модифицированное уравнение продольных колебаний стержня переменного поперечного сечения с поправкой Релея будет записываться в следующей форме

$$E \frac{\partial}{\partial x} \left(S(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) - \rho S(x) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + \rho \mu^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(J_\rho(x) \frac{\partial^3 u(x,t)}{\partial x \partial t^2} \right) = 0. \quad (6)$$

Если пренебречь деформацией в радиальном направлении, приняв $\mu=0$, получается уравнение

$$a^2 \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + a^2 \cdot \frac{1}{S(x)} \cdot \frac{dS(x)}{dx} \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0,$$

нашедшее широкое применение в практике решения задач о соударении стержней сложной геометрической формы.

Приведенное модифицированное уравнение (6) свидетельствует о том, что поправка Релея приводит к появлению члена более высокого порядка малости. Поскольку поправка Релея зависит от коэффициента Пуассона μ и полярного момента инерции $J_\rho(x)$, можно сделать вывод, что решение зависит от большего числа механических параметров и особенностей геометрии стержней, чем по одномерной теории Сен-Венана. Таким образом, показанная модификация может стать фундаментальной основой при решении проблем, связанных с продольным ударом.

О РЕЗУЛЬТАТАХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ РАЗРУШЕНИЯ ГОРНОЙ ПОРОДЫ УДАРНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

Жуков И.А., Цвигун В.Н.

Развитие новых и совершенствование известных систем разработок полезных ископаемых связаны с широким применением буровых работ различного назначения. Преимущественным способом разрушения горных пород высокой крепости является ударный способ. Это обусловлено тем, что при нанесении ударов по инструменту можно передавать в разрушаемый объект наибольшую энергию в единицу времени. Бурение без вращения инструмента вокруг его оси исключением механизма вращения позволяет существенно упростить конструкцию бурильной машины, и бурить шпуры любой геометрической формы. Ударный способ разрушения хрупких сред может быть реализован путем применения безлезвийного инструмента – буровых коронок с твердосплавными вставками – инденторами.

Наиболее распространенными для бурения хрупких горных пород средней и высокой крепости в настоящее время являются буровые коронки, оснащенные цилиндросферическими твердосплавными вставками. Первое применение твердосплавных вставок с полусферической рабочей поверхностью для армирования бурового инструмента ударного действия приходится на конец 1960-х годов. Промышленные испытания показали значительные преимущества инденторов по сравнению с лезвийным инструментом по стойкости, скорости бурения, удельному расходу твердого сплава, затратам на бурение. Применение твердосплавных вставок для оснащения коронки позволяет простыми средствами (изменяя, например, их форму, количество и схему размещения) создать практически неограниченное количество вариантов конструкций коронок и, следовательно, для данных конкретных горно-технологических условий месторождения выбрать наиболее оптимальную конструкцию. В настоящее время пока отсутствуют обоснованные рекомендации по выбору размеров, формы, количества инденторов и схем их размещения на буровом инструменте.

Рассмотрим процесс взаимодействия сферических инденторов с поверхностью горной породы, механизм разрушения которой имеет ярко выраженный упруго-хрупкий. Предыдущими исследованиями

[1-3] было установлено, что хрупкому разрушению поверхности крепких горных пород предшествует стадия упругого деформирования, и порода на данном этапе может рассматриваться как упругое полупространство. Характер взаимодействия сферы с поверхностью породы можно представить в виде следующих этапов, показанных на рисунке 1.

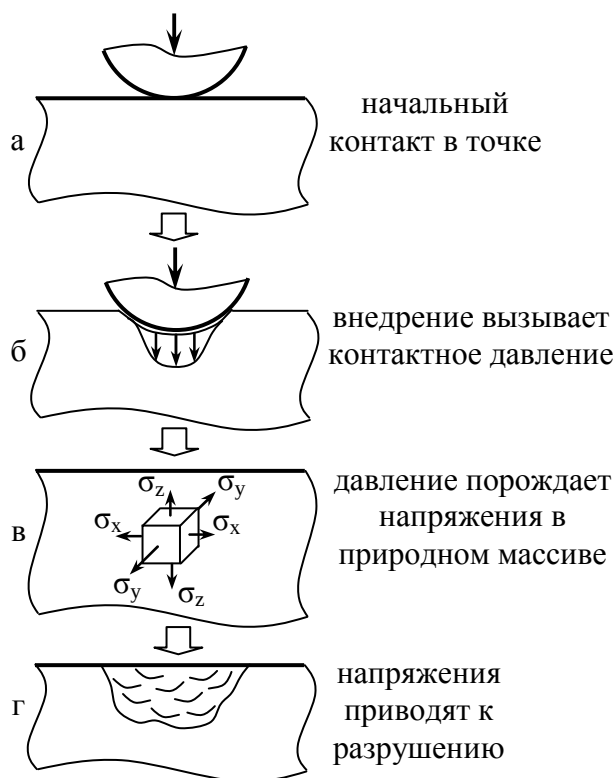


Рисунок 1 – Разрушение горной породы индентором

Первоначально сфера контактирует с поверхностью породы в точке. При взаимодействии сферы с породой поверхность последней деформируется, формируя при этом некоторую площадку контакта. Возникающее по площадке контакта давление порождает в поверхностном слое породы напряжения. При достижении внутренними напряжениями предельных значений происходит хрупкое разрушение породы под вставкой и образуется лунка выкола, объем которой существенно превышает объем внедрившейся части инденторов.

Практический интерес с точки зрения рационального размещения породоразрушающих элементов на коронке представляют теоретические и экспериментальные исследования так называемого эффекта симультанности при одновременном вдавливании в горную породу нескольких инденторов. Ранними экспериментальными исследованиями было установлено, что если две сферические вставки разместить на достаточно близком расстоянии и внедрять их одновременно,

то возможно образование лунки общего скола с плоским дном. Данный эффект основан на суперпозиции полей напряжений породного массива в пространстве между инденторами. Расстояние между инденторами и схема размещения зависят от физико-механических свойств горных пород и энергетических параметров бурильных машин. Разрушение хрупкой среды путем бурения без поворота инструмента возможно лишь в том случае, когда взаимное расположение твердосплавных вставок инструмента позволит разрушить весь забой шпура за один удар, иначе коронка «сядет» участками корпуса между вставками на забой. Значимость эффекта симультанности при разрушении породы подтверждается в работах [4, 5].

Наиболее важным фактором, определяющим конструкцию и параметры ударной системы, является характеристика объекта разрушения. Для рационального использования энергии удара необходимо обеспечение формирования в стержне импульса такой формы, которая бы соответствовала силам сопротивления разрушаемой среды. В связи с этим задача обоснования физико-механических свойств разрушаемой среды является основополагающей в решении проблемы совершенствования ударных систем. Все разработки по определению и обобщению зависимости «сила – внедрение», характеризующей процесс внедрения инструмента в горную породу при ударном воздействии, преследуют цель поиска некоторой универсальной модели, которая хотя бы приближенно позволяла оценивать физико-механические свойства горной породы, определяющие эффективность ударного воздействия.

Ученые-исследователи в области теории удара предполагали различные зависимости «сила – внедрение» [6, 7]. Анализ известных работ позволил сформулировать следующие предположения для горных пород высокой крепости:

- исходной точкой модели зависимости «сила – внедрение» является некоторая величина, равная усилию, с которым инструмент прижат к породе непосредственно перед ударом, т.е. характеризующая взаимодействие инструмента и горной породы в начальный момент времени;
- зависимость «сила – внедрение» близка к линейной, но не может быть представлена только одним участком прямой линии;

- начальный участок модели не является линейным, и пренебрежение им не рационально с точки зрения необходимости более точного описания процесса динамического взаимодействия инструмента с горной породой.

С целью подтверждения возможности бурения горных пород без вращения инструмента вокруг его оси, а также выявления особенностей внедрения твердосплавных вставок авторами проведено экспериментальное исследование. В качестве опытных образцов использовались армированные цилиндросферическими и тороидными вставками буровые коронки (рисунок 2). Инденторы размещены по следующим схемам: одиночный индентор (рисунок 2,а); два индентора (рисунок 2,б); три индентора, расположенные в вершинах равностороннего треугольника (рисунок 2,в); четыре индентора, размещенные в вершинах квадрата (рисунок 2,г).

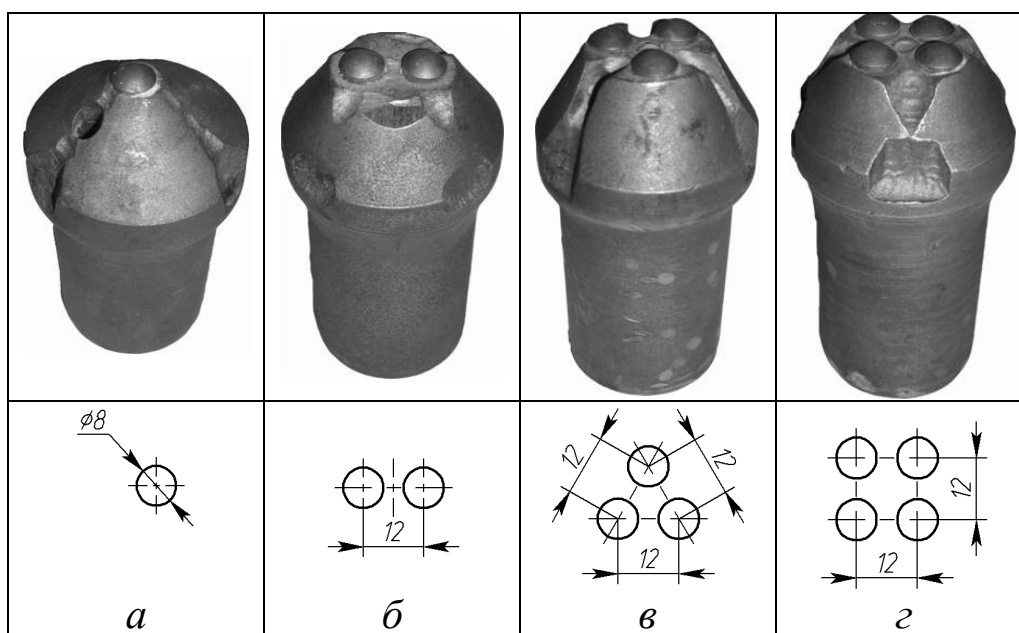


Рисунок 2 – Безлезвийные буровые коронки

В качестве разрушаемого объекта использовались блоки горной породы размером 40х36х15см. Порода представлена гранитом мелкозернистым, плотным, со средним значением коэффициента крепости по шкале проф. М.М. Протодяконова $f=18$. Размеры образцов горной породы выбраны из следующих условий:

- абсолютные размеры и формы образцов не должны влиять на результаты исследования;
- образец должен превосходить объем, в котором процесс разрушения при бурении может оказывать влияние эффект взаимодействия с границами образца упругих волн деформаций.

Эксперимент проводился на стенде «Машина испытательная универсальная ИК-500.01» (рисунок 3).

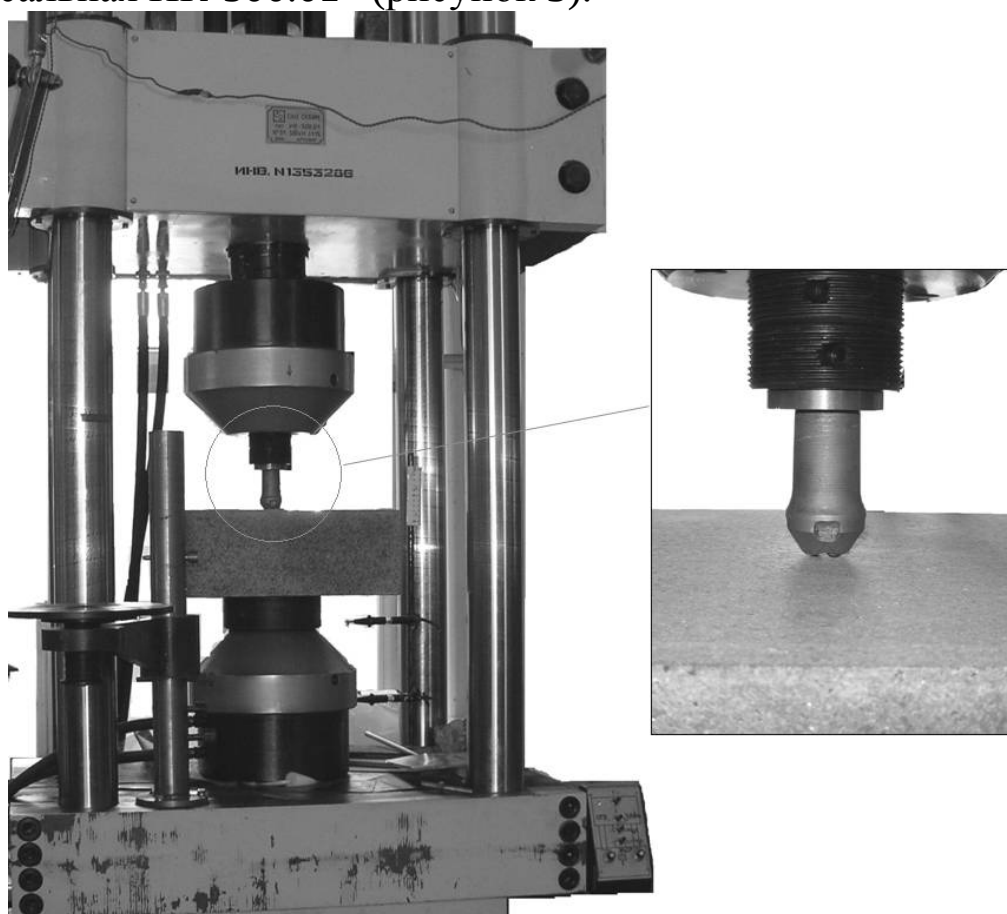


Рисунок 3 – Машина испытательная универсальная ИК-500.01

Стенд состоит из следующих основных элементов (рисунок 4):

- устройства нагружающего 1;
- установки насосной 2;
- системы управления 3;
- пульта управления дистанционного 4;
- гидрокommunikаций 5.

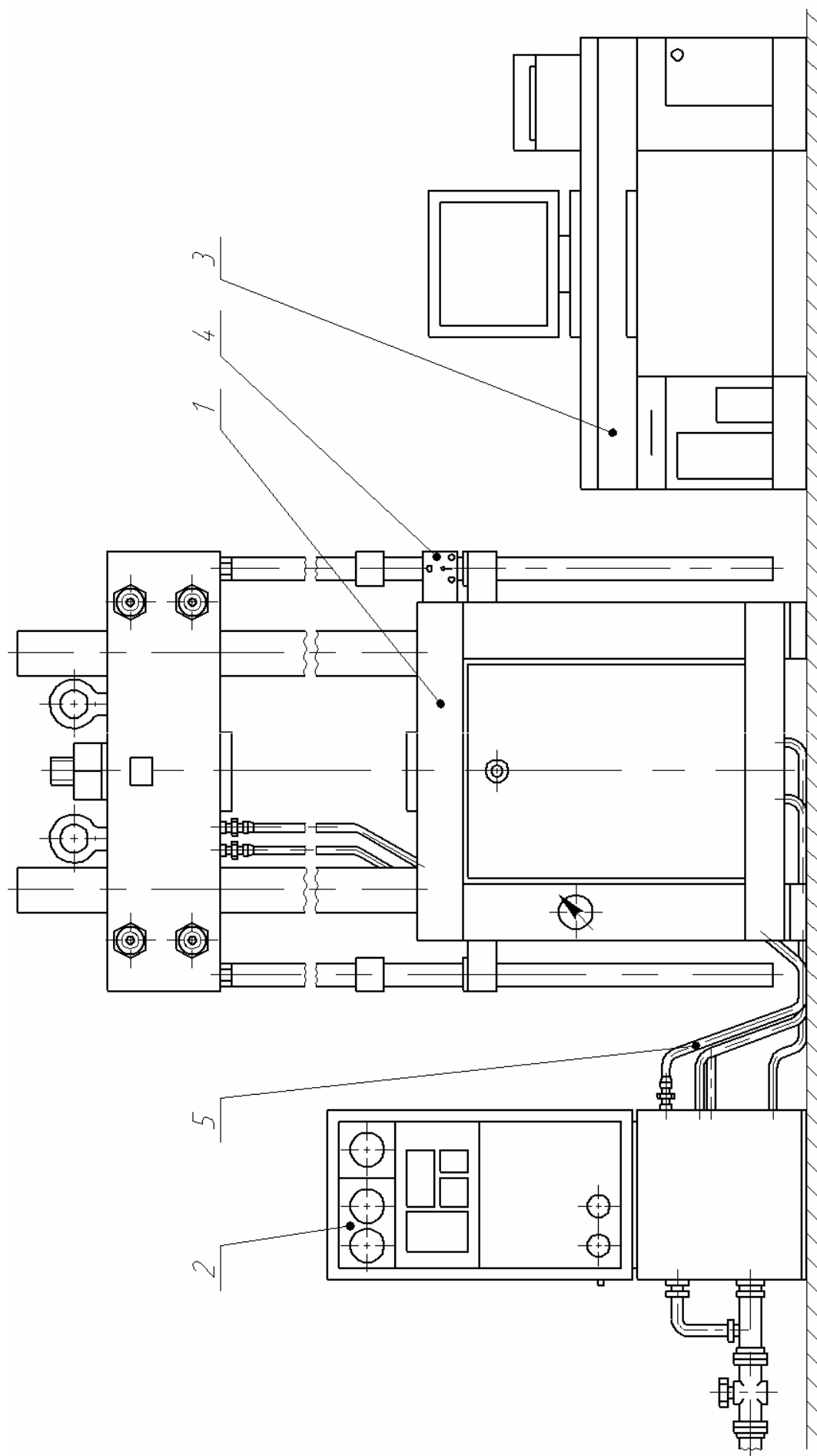


Рисунок 4 – Схема экспериментального стенда

Принцип работы машины – электрогидравлический. Поток рабочей жидкости, создаваемый установкой насосной, направляется к исполнительным механизмам устройства нагружающего с помощью электрических сигналов системы управления, которая построена с применением компьютерной техники.

В составе системы управления имеются преобразователи, которые механические величины, такие как перемещение плунжера силового цилиндра и нагрузка, приложенная к испытываемому объекту, преобразуются в электрические сигналы измеряемых параметров, соответственно перемещения и нагрузки. Электрические сигналы преобразователей поступают в блок управления, где они усиливаются, демодулируются, масштабируются и в конечном итоге преобразуются в цифровой вид. Управление работой блока осуществляется специальным программным обеспечением, установленным на ЭВМ. Вся необходимая информация для управления работой машины и для считывания результатов испытаний выводится на монитор (рисунок 5).

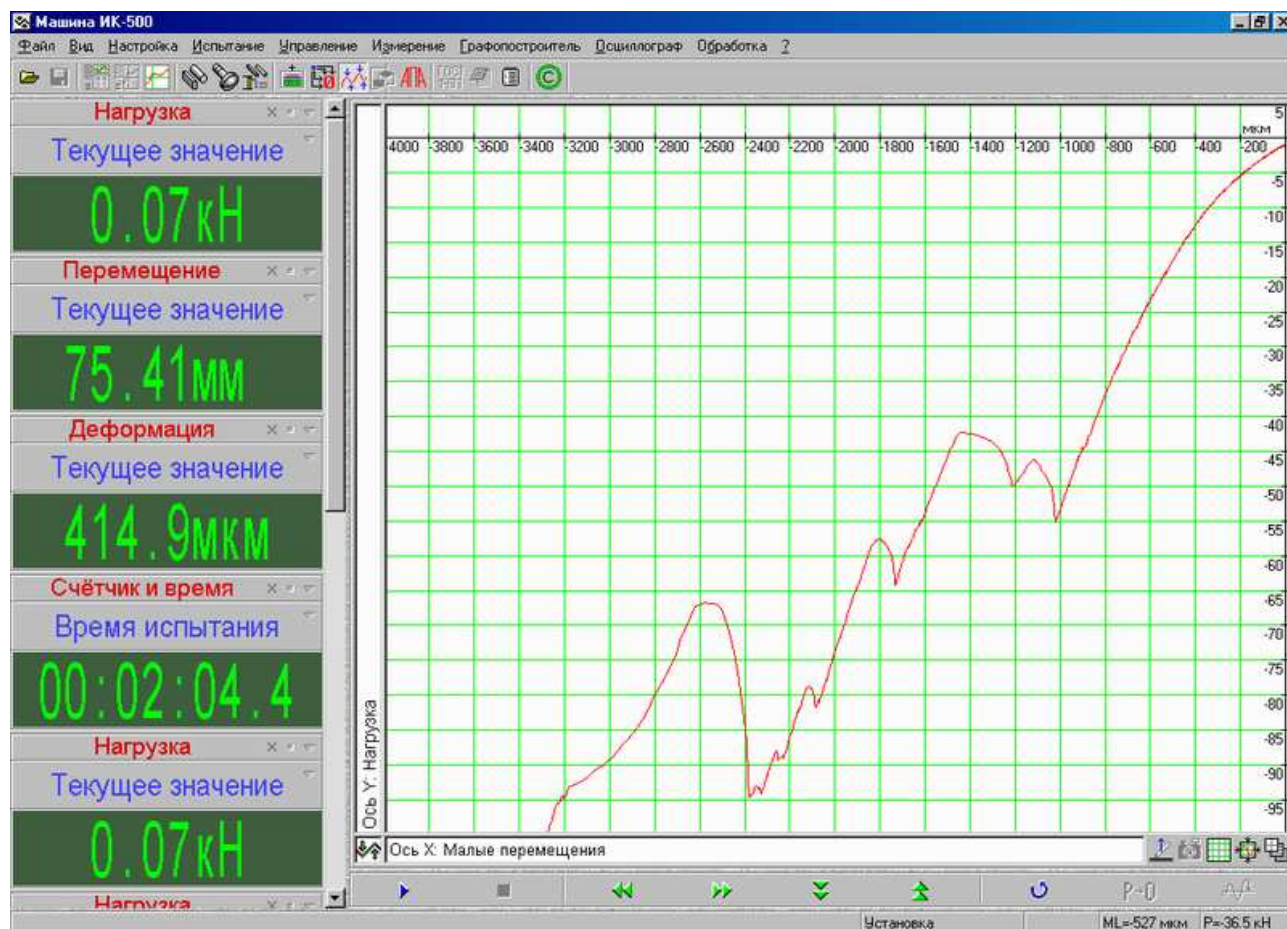
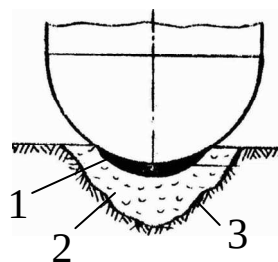


Рисунок 5 – Интерфейс компьютерной программы «Машина ИК-500»

Методика эксперимента заключается в следующем. Блок горной породы устанавливается на нижнюю платформу стенда, вертикально ориентированная буровая коронка закрепляется в верхней части стенда и фиксируется от возможности поворота в процессе испытания. С помощью соответствующей настройки гидравлической станции устанавливается скорость и максимальная величина нагружения. После включения стенда устанавливается контакт между коронкой и гранитным блоком. Затем на коронку подается нагрузка со скоростью $V_H = 1 \text{ кН/с}$, и параллельно компьютерной системой управления производится запись диаграммы зависимости глубины внедрения коронки в гранит от величины нагружения («сила–внедрение»). Первый цикл испытания продолжается до момента разрушения породы и внедрения инструмента с образованием характерной лунки выкола под инденторами. Последующее испытание осуществляется после очистки лунки от разрушенной породы и установки буровой коронки в ту же лунку. Нагружение продолжается до момента достижения величины подаваемого усилия $F_{\max} = 100 \text{ кН}$. После каждого испытания производится замер объема разрушенной породы. Цикл повторяется до трех раз.

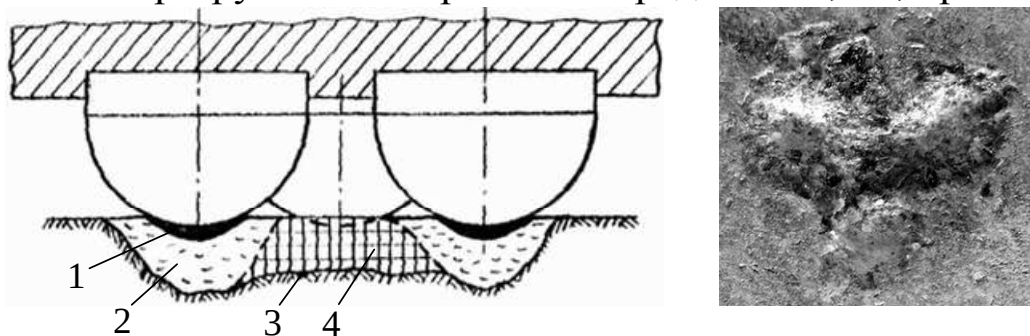
Наблюдения за характером разрушения породы показывают, что при внедрении одиночного индентора (рисунок 6) непосредственно под контактной площадкой образуется сильно спрессованный и достаточно тонкий чашеобразный слой породы несколько меньшего диаметра (на 1-2 мм), чем диаметр лунки выкола. Остальная часть разрушенной породы представляет собой менее спрессованные раздробленные частички породы, удаляемые без значительных усилий острым предметом.



- 1 – сильно спрессованный слой породы,
- 2 – зона раздробленной породы,
- 3 – контур лунки выкола

Рисунок 6 – Внедрение в породу одиночного индентора

При одновременном внедрении двух, трех (рисунок 7), четырех инденторов, расположенных по схемам, отраженным на рисунке 2, характер разрушения породы под каждой сферой аналогичен описанному выше. Часть породы в пространстве между инденторами разрушается крупным сколом. При оптимальном расстоянии между соседними инденторами, обеспечивающим совместный скол породы, суммарный объем разрушения возрастает в среднем в 1,5-2,5 раза.



1 – сильно спрессованный слой породы, 2 – зона раздробленной породы, 3 – контур совместной лунки, 4 – зона крупного скола

Рисунок 7 – Профиль лунки выкола при внедрении трех инденторов

Характер записанных в ходе испытаний диаграмм зависимости «сила–внедрение» (рисунок 8) показывает, что при разрушении горной породы твердосплавными вставками происходит накопление энергии и развивается упругая деформация u_y до достижения подаваемой нагрузки значения F_y . При взаимодействии индентора с породой поверхность последней деформируется, формируя при этом некоторую площадку контакта. Возникающее по площадке контакта давление порождает в поверхностном слое породы напряжения. При достижении внутренними напряжениями предельных значений происходит хрупкое разрушение породы под вставкой и внедрение индентора на величину u_p при величине нагрузки, равной F_p .

По диаграмме можно установить что, усилие нагружения распределяется по инденторам в зависимости от их количества, причем, если на одиночный индентор при разрушении приходится усилие $F_{y1}=32кН$, то при одновременном внедрении двух инденторов на один приходится $F_{y2}/2=63/2=31,5кН$, при одновременном внедрении трех инденторов – $F_{y3}/3=67/3=22,3кН$, четырех инденторов – $F_{y4}/4=74/4=18,5кН$. Если соотнести полученную величину нагрузки к объему разрушения, то можно установить, что наиболее оптимальной схемой с точки зрения энергоемкости будет схема, в которой три индентора расположены в вершинах равностороннего треугольника.

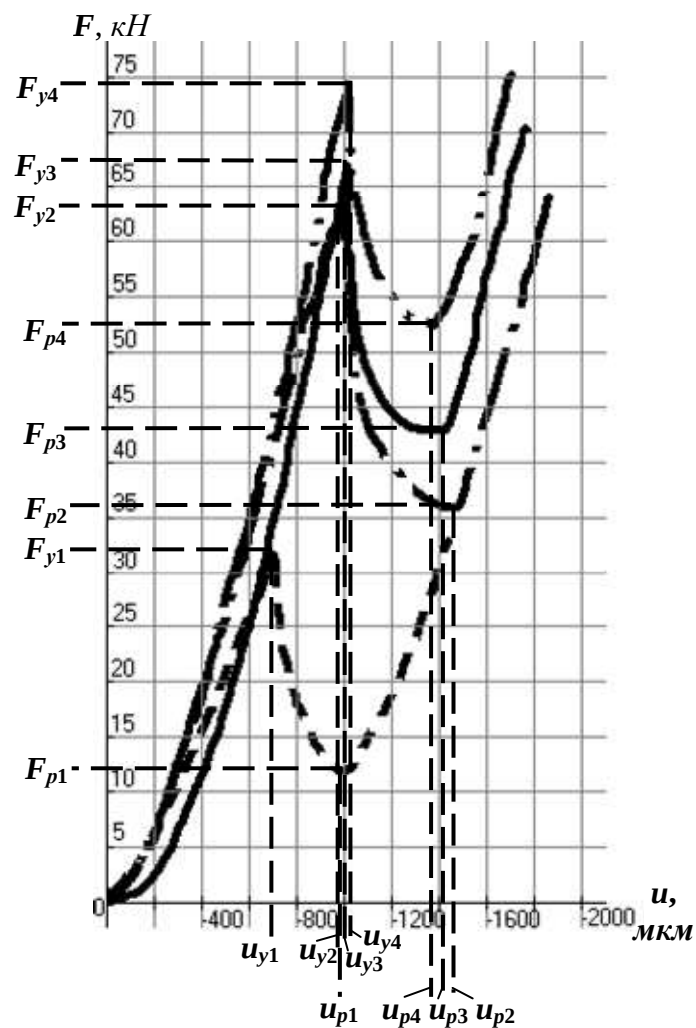


Рисунок 8 – Зависимость «сила–внедрение» для буровых коронок с количеством инденторов

- - - - - 1, — . — 2,
 ————— 3, — . . — 4

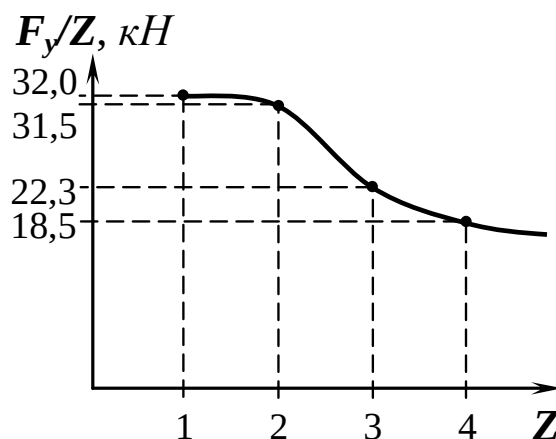


Рисунок 9 – График зависимости усилия, приходящегося на один индентор, от количества одновременно внедряемых вставок

Характер диаграмм и распределение величины прикладываемого усилия F_y на число одновременно внедряемых инденторов Z (рисунок 9) позволяют утверждать, что, если соотнести усилие, приходящееся на один индентор, к объему разрушения, то наиболее оптимальной схемой с точки зрения энергоемкости будет схема, в которой три индентора расположены в вершинах равностороннего треугольника.

Оценка среднего объема разрушения (рисунок 10) при одновременном вдавливании 1, 2, 3, 4-х инденторов, расположенных по схемам согласно рисунку 2, показала, что наиболее оптимальной является схема нагружения, при которой одновременно внедряемые инденторы находятся в вершинах равностороннего треугольника.

Количество инденторов	Средний объем разрушенной горной породы, $см^3$		
	Нагружение		
	1	2	3
1	0,11	0,36	0,61
2	0,18	0,43	0,61
3	0,32	0,53	0,64
4	0,21	0,39	0,53

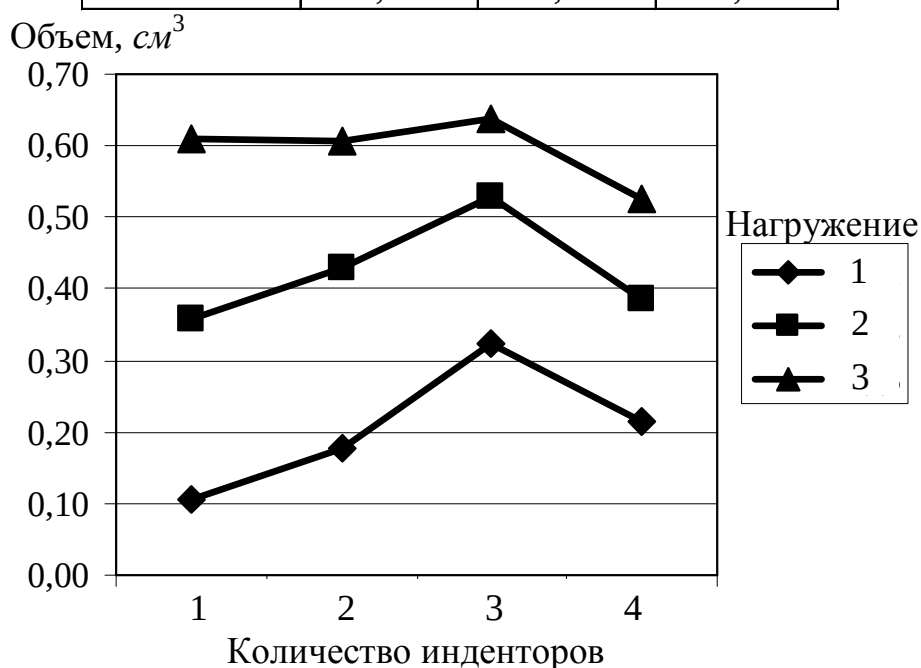


Рисунок 10 – Диаграмма объема разрушенной породы

Если несколько одновременно внедряемых инденторов разместить на породоразрушающей части бурового инструмента таким образом, что любые, рядом расположенные три индентора будут лежать

в вершинах равностороннего треугольника, то слой породы в пространстве между инденторами будет разрушен за один удар. Таким образом, получено экспериментальное подтверждение эффекта взаимовлияния близко расположенных и одновременно внедряемых инденторов – эффекта симультанности.

Задаваясь конкретным значением диаметра шпура, можно найти такое взаимное расположение троек инденторов, которое позволит бурить отверстие ударом без вращения инструмента вокруг его геометрической оси, обеспечивая тем самым возможность получения отверстий некруглого сечения. Необходимо также отметить, что фигура, образованная соседними инденторами, может представлять собой не строгий равносторонний треугольник, угол между сторонами может быть в интервале $60 \pm 12^\circ$. Примеры рекомендуемых схем размещения инденторов на рабочей части буровых коронок показаны на рисунке 11.

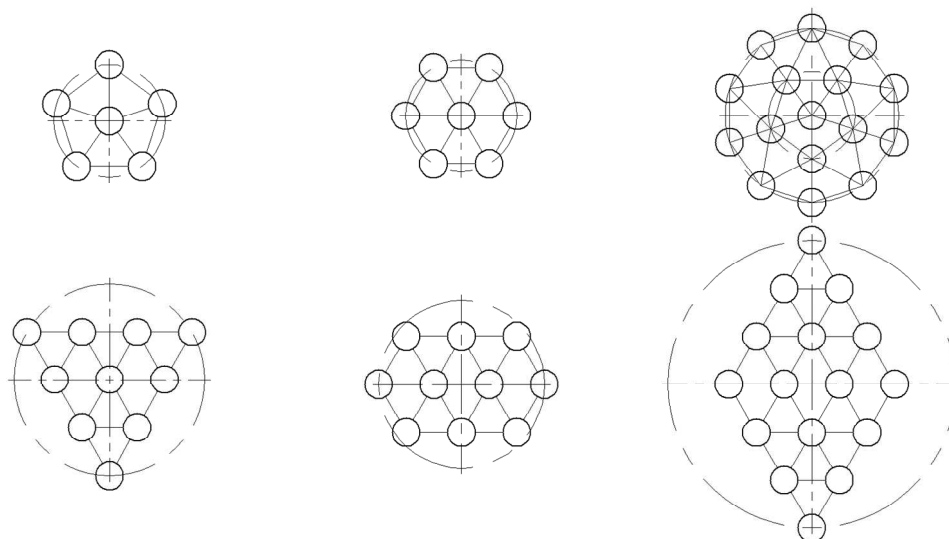


Рисунок 11 – Рациональные схемы размещения инденторов

Новые виды породоразрушающего инструмента – буровых коронок могут обеспечивать возможность бурения шпуров некруглого поперечного сечения, когда в острых углах пробуренного шпура создаются концентраторы напряжений и появляются возможности целенаправленного воздействия на массив с существенным снижением объемов бурения.

Литература

1. Шрейнер Л.А. Твердость хрупких тел. – Изд. АН СССР, 1949. – 144 с.

2. Александров Е.В. Исследование взаимодействия инструмента и горной породы при ударном разрушении / Е.В. Александров, В.Б. Соколинский, Г.М. Захариков и др. – М.: ИГД им. А.А. Скочинского, 1967. – 62 с.
3. Крюков Г.М. Сопротивление горных пород средней и выше средней крепости внедрению в них твердых инструментов. – Изв. Вузов: Горный журнал. – 1975. – №8. – С. 44-51.
4. Барон Л.И. Об эффекте совместности при разрушении горных пород групповым инструментом / Л.И. Барон, Л.Б. Глатман, Ю.Н. Козлов // Физика горных пород и процессов. – М.: Недра, 1971. – С. 215-216.
5. Арцимович Г.В. Механофизические основы создания породоразрушающего инструмента. – Новосибирск: Наука, 1985. – 268 с.
6. Лисовский А.Ф., Дворников Л.Т. К вопросу о сопротивлении горных пород динамическому внедрению инструмента // Совершенствование буровых машин. – Фрунзе: Илим, 1970. – С. 75–83.
7. Дворников Л.Т., Жуков И.А. Анализ и обобщение закономерностей внедрения инструмента в горные породы при ударном воздействии // Матер. XVI научно-практ. конф. по проблемам механики и машиностроения / Под ред. проф. Л.Т. Дворникова и проф. Э.Я. Живаго. – Новокузнецк: СибГИУ, 2006. – С. 225–229.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДИНАМИЧНОСТИ (K_{HV} , K_{FV}) ПРИ РАСЧЕТЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Куклин С.А.

При работе зубчатых передач возникают дополнительные нагрузки, связанные с условиями нагружения, точностью изготовления и т.п. Коэффициенты динамичности K_{HV} , K_{FV} учитывают удары между зубьями, сила которых зависит от 4-х факторов:

- наклона зубьев (прямозубые, косозубые);
- твердости поверхности зубьев;
- степени точности изготовления;
- окружной скорости.

В настоящее время коэффициенты определяют по таблицам, например, для коэффициента K_{HV} , при расчете на контактную прочность – таблица 1. Подобные же таблицы приводятся для коэффициента K_{FV} при расчете на изгиб.

Таблица 1 – Значения коэффициента K_{HV} при v , м/с

H	St	Прямозубые					Косозубые				
		1	3	5	8	10	1	3	5	8	10
>350	6	1,02	1,06	1,1	1,16	1,2	1,01	1,03	1,04	1,06	1,08
	7	1,02	1,06	1,12	1,19	1,25	1,01	1,03	1,05	1,08	1,1
	8	1,03	1,09	1,15	1,24	1,3	1,01	1,03	1,06	1,09	1,12
	9	1,03	1,09	1,17	1,28	1,35	1,01	1,03	1,07	1,11	1,14
≤ 350	6	1,03	1,09	1,16	1,25	1,32	1,01	1,03	1,06	1,09	1,13
	7	1,04	1,12	1,2	1,32	1,4	1,02	1,06	1,08	1,13	1,16
	8	1,05	1,15	1,24	1,38	1,48	1,02	1,06	1,10	1,15	1,19
	9	1,06	1,12	1,28	1,45	1,56	1,02	1,06	1,11	1,18	1,22
Примечание. H - твердость поверхности зубьев колеса, St – степень точности изготовления, v – окружная скорость.											

Как известно, в табличных данных часто встречаются опечатки, кроме того, для промежуточных значений окружной скорости, необходимо дополнительно проводить интерполяцию. Между тем, если построить по приведенным данным графики зависимости между ко-

эффициентами и окружной скоростью, можно заметить, что эта связь линейная (рисунок 1).

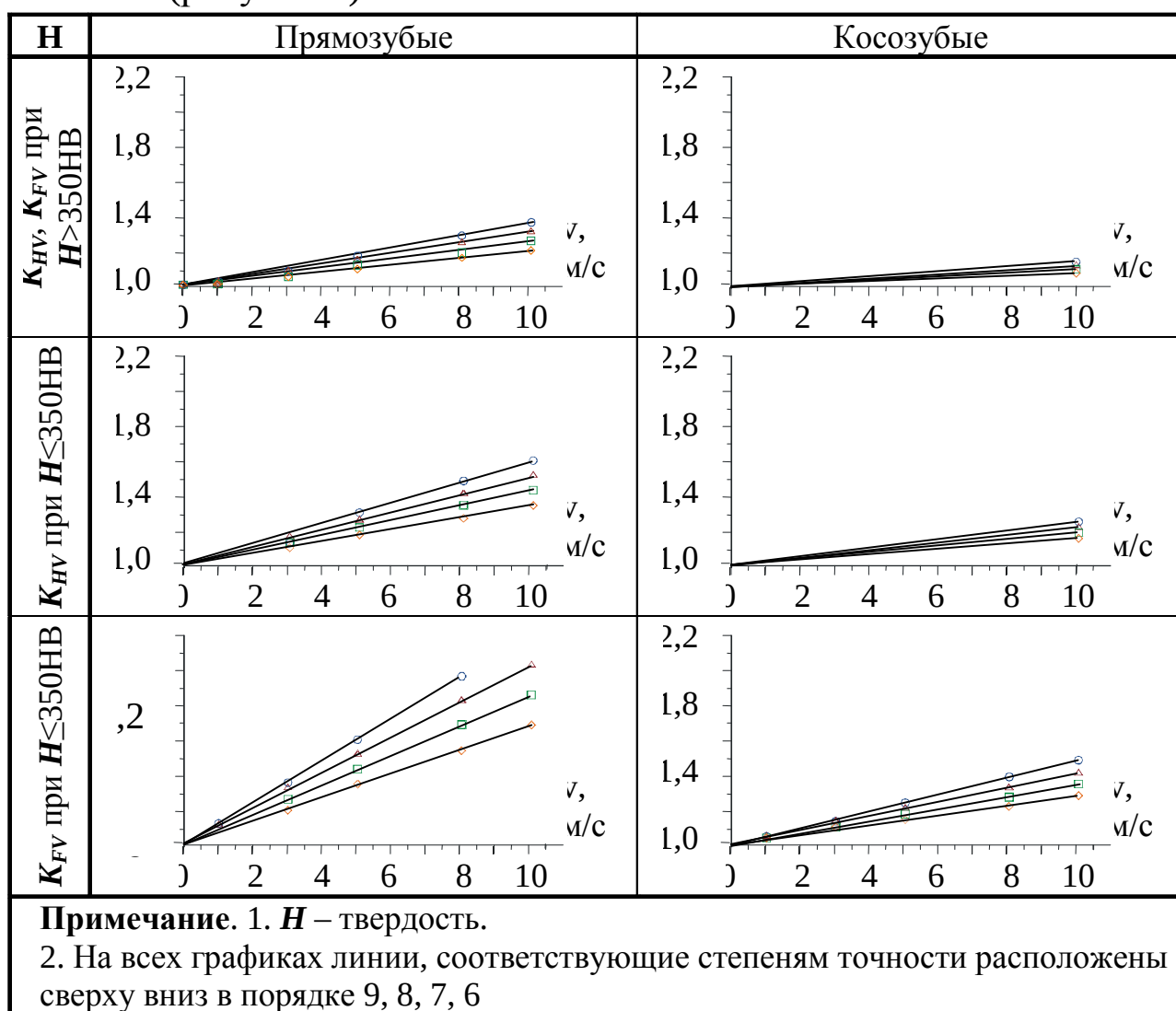


Рисунок 1 – Коэффициенты динамичности

Графики (рисунок 1) подчиняются уравнениям

$$K_{HV} = 1 + k_{K_{HV}} \cdot v; \quad K_{FV} = 1 + k_{K_{FV}} \cdot v.$$

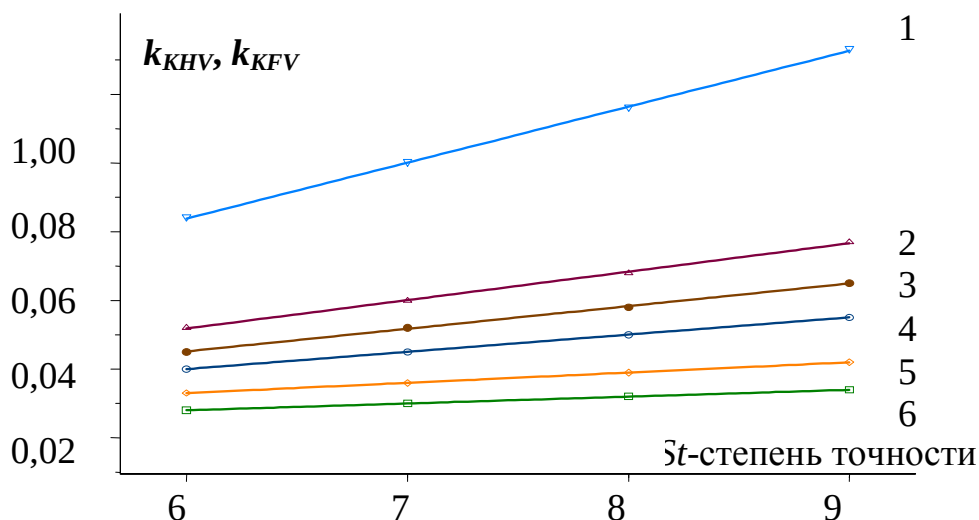
Коэффициенты $k_{K_{HV}}$ и $k_{K_{FV}}$ представляют собой скорость изменения соответствующих коэффициентов динамичности в зависимости от окружной скорости. Пользуясь линейной регрессией можно получить следующие данные для определения коэффициентов K_{HV} , K_{FV} (таблица 2).

В свою очередь, если проанализировать приведенную таблицу, можно заметить, что скорость изменения (коэффициенты $k_{K_{HV}}$ и $k_{K_{FV}}$) также линейно зависит от степени точности, что наглядно можно увидеть на следующем графике (рисунок 2).

Таблица 2 – Скорость изменения коэффициентов динамичности в зависимости от окружной скорости

H	k_{KHV} и k_{KFV} при $H > 350\text{HB}$				k_{KHV} при $H \leq 350\text{HB}$				k_{KFV} при $H \leq 350\text{HB}$			
St	6	7	8	9	6	7	8	9	6	7	8	9
1	0,02	0,025	0,03	0,035	0,032	0,04	0,048	0,057	0,064	0,08	0,096	0,113
2	0,008	0,01	0,012	0,014	0,013	0,016	0,019	0,022	0,025	0,032	0,038	0,045

Примечание. H – твердость поверхности зубьев колеса, St – степень точности изготовления, 1 – прямозубые, 2 – косозубые



№	Зубья	Деформация	Твердость	Уравнение
1	Прямозубые	Изгиб	$\leq 350\text{HB}$	$-0,0340 + 0,0163 \cdot St$
2	Прямозубые	Контакт	$\leq 350\text{HB}$	$-0,0180 + 0,0083 \cdot St$
3	Косозубые	Изгиб	$\leq 350\text{HB}$	$-0,0145 + 0,0066 \cdot St$
4	Прямозубые	Контакт, изгиб	$> 350\text{HB}$	$-0,0100 + 0,0050 \cdot St$
5	Косозубые	Контакт	$\leq 350\text{HB}$	$-0,0050 + 0,0030 \cdot St$
6	Косозубые	Контакт, изгиб	$> 350\text{HB}$	$-0,0040 + 0,0020 \cdot St$

Рисунок 2 – Скорость изменения коэффициентов K_{HV} , K_{FV} в зависимости от степени точности

Если просуммировать все вышесказанное то можно получить конечные уравнения для определения коэффициентов динамичности, приведенные в таблице (таблица 3).

Таблица 3 – Уравнения для определения коэффициентов динамичности

		$H>350\text{HB}$	$H\leq350\text{HB}$
Прямозубые	K_{HV}	$1+(-0,010+0,005St)\cdot v$	$1+(-0,018+0,0083St)\cdot v$
	K_{FV}		$1+(-0,034+0,0163St)\cdot v$
Косозубые	K_{HV}	$1+(-0,004+0,002St)\cdot v$	$1+(-0,005+0,0030St)\cdot v$
	K_{FV}		$1+(-0,015+0,0066St)\cdot v$
Примечание. H – твердость поверхности зубьев колеса			

Таким образом, для рекомендуемых в настоящее время данных, всего требуется шесть уравнений, при пользовании которыми не требуется проведения интерполяции. Меньшее количество данных снижает вероятность опечаток и соответственно повышает точность определения коэффициентов. Немаловажным фактом является упрощение алгоритмизации расчетов при программировании.

Научное издание

МАТЕРИАЛЫ ДЕВЯТНАДЦАТОЙ
НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
ПО ПРОБЛЕМАМ МЕХАНИКИ
И МАШИНОСТРОЕНИЯ

Под редакцией
Л.Т. Дворникова,
И.А. Жукова

Материалы печатаются в авторской редакции

Подписано в печать __.01.10г.

Формат бумаги 60x84 1/16. Бумага писчая. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 8,4. Уч.-изд. л. 8,9. Тираж 300 экз. Заказ

Сибирский государственный индустриальный университет
654007, г. Новокузнецк, ул. Кирова, 42.

Типография СибГИУ