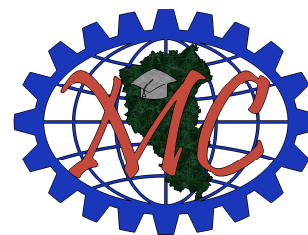


Министерство образования и науки Российской Федерации



Сибирский государственный  
индустриальный университет

Научно-образовательный центр  
«МашиноСтроение»



Новокузнецкий филиал-институт  
Кемеровского государственного университета

Кыргызский государственный технический университет  
им. И. Раззакова

Кузбасский научный центр Сибирского отделения Международной  
Академии Наук Высшей школы

Институт промышленного проектирования угольных предприятий

ISSN 2307-342X

# **СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ МАШИН:**

**Материалы Первой Международной  
заочной научно-практической конференции**

Новокузнецк, 2013

УДК 621.01 : 531.8

ББК 34.41

C56

C56      Современные проблемы теории машин: Материалы I международной заочной научно-практической конференции / Сиб. гос. индустр. ун-т. – Новокузнецк: Издательский центр СибГИУ, 2013. – 200 с.

Представлены Материалы I международной заочной научно-практической конференции «Современные проблемы теории машин». Научно-практическая конференция посвящена обмену опытом и новыми научными достижениями в области исследования и проектирования машин и механизмов различного назначения. Направления работы конференции: 1) Фундаментальные исследования в области машиностроения; 2) Наука и образование в области машиностроения; 3) Теория механизмов и машин; 4) Современная методология проектирования машин и механизмов; 5) Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры; 6) Механика деформируемого твердого тела.

Материалы могут быть полезными для научных и инженерно-технических работников, докторантов, аспирантов и студентов машиностроительного профиля.

**Редакционная коллегия:**

Дворников Л.Т. – главный редактор,

Жуков И.А. – заместитель главного редактора,

Андреева Я.А. – ответственный секретарь.

ISSN 2307-342X

© Авторы, 2013

© СибГИУ, 2013

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Жуков И.А.</b> Первая международная заочная научно-практическая конференция «Современные проблемы теории машин».....	5
<b>Дворников Л.Т., Баклушин Д.С.</b> Синтез структур механизмов четвертого семейства в соответствии с уровнями общей универсальной классификации механизмов.....	7
<b>Попугаев М.Г., Дворников Л.Т.</b> К вопросу о структурном синтезе трехзвенных кинематических соединений.....	25
<b>Андреева Я.А., Жуков И.А.</b> Исследование кинетостатики трехсателлитного планетарного механизма с четырехзвенной группой Ассура ..	27
<b>Закабунин В.И.</b> Динамический синтез машинного агрегата по заданному коэффициенту неравномерности хода с использованием уравнения Лагранжа второго рода.....	34
<b>Шапошников И.-И.Д.</b> Влияние коронки на определение зависимости «сила-внедрение».....	40
<b>Пешко М.С.</b> Моделирование системы нечеткого управления в Matlab.....	50
<b>Дворников Л.Т., Садиева А.Э., Кокколоева У.У.</b> Методика синтеза плоских групп нулевой подвижности с кинематическими парами пятого и четвертого классов.....	57
<b>Соловьёва Т.Ф., Зубова С.В.</b> Способы применения компьютера в образовательном процессе по теории механизмов и машин.....	61
<b>Браилов И.Г., Мясоедова Т.М., Ибнояминова С.Л.</b> Аналитическое пространственное представление профиля зуба червячной фрезы векторными функциями при фрезеровании шлицевого вала.....	64
<b>Бяков В.А., Галевко В.В.</b> Обзор современных конструкций бесступенчатых трансмиссий.....	68
<b>Михайленко Н.И., Живаго Э.Я.</b> Применение Принципа Даламбера к решению технических задач .....	73
<b>Гриб В.В., Карелина М.Ю., Петрова И.М., Филимонов М.А.</b> Разработка алгоритма прогнозирования и мониторинга ресурса механических систем..	77
<b>Куклин С.А., Цвигун В.Н.</b> О трещинах Герца и границах применимости его теории .....	80
<b>Филатов В.В.</b> Применение принципа модульности при производстве и эксплуатации транспортных средств.....	88
<b>Барманов И.С.</b> Влияние конструктивно-эксплуатационных параметров на коэффициент радиальной жёсткости шарикоподшипника .....	93
<b>Кокоулин В.Г.</b> Геликоидный трансформер.....	95
<b>Барманов И.С.</b> повышение точности вычисления коэффициента жёсткости авиационных упругих элементов с помощью формулы С.И. Сергеева.....	97
<b>Крауиньш П.Я., Ангаткина О.О.</b> Управление автоколебательным режимом взаимодействия привода объемного управления и колебательной системы вибромеханизма .....	99
<b>Абдираимов А.А.</b> Условие соотношения кинематических пар пятого класса в синтезе механизмов .....	104

<b>Поляков Ю.А.</b> Определение вертикальных жесткостей независимых подвесок автомобиля повышенной проходимости .....	106
<b>Алмаматов М.З., Голошов Ч.О.</b> Структурный синтез одноподвижных механизмов с пятью подвижными звеньями с использованием универсальной формулы Л.Т. Дворникова .....	110
<b>Надеждин И.В.</b> Исследование регулируемых рычажных механизмов III класса технологических машин автоматов .....	115
<b>Крахмалев О.Н.</b> Моделирование динамики манипуляционных систем роботов при малых упругих деформациях и диссипации в шарнирах .....	122
<b>Наумкин Н.И., Купряшкин В.Ф., Князьков А.С., Митин А.В., Цыганкин С.А.</b> Использование инновационных технологий быстрого прототипирования и вакуумного литья для сокращения времени на проектирование ИП .....	125
<b>Савинов А.С., Тубольцева А.С., Анисимова Е.А., Савинов Е.С.</b> Экспериментальное определение критических деформаций при температурном градиенте стенки отливки.....	128
<b>Дмитриев В.С., Костюченко Т.Г.</b> Оценка влияния статических перегрузок на конструкцию электромеханического исполнительного органа малого космического аппарата.....	132
<b>Козарь Д.М., Крауиньш П.Я.</b> Определение радиальной и тангенциальной жесткости автомобильной покрышки.....	136
<b>Гебель Е.С., Солонин Е.В.</b> Моделирование поведения подъемного механизма в пакете Model Vision Studium .....	141
<b>Хорунжин В.С., Сахабутдинова Г.Ф.</b> Методика проектирования на ЭВМ рычажных механизмов IV класса с остановками выходного звена, совершающего возвратно-вращательные движения, и изменяемыми параметрами циклограммы.....	144
<b>Давыдов А.П., Ермошин Д.М., Стрыгин С.В.</b> Разработка поршневой машины .....	149
<b>Давыдов А.П., Калинкина Е.О., Левин В.Д., Стрыгин С.В.</b> К вопросу инерционного движения двухроторных механизмов .....	153
<b>Зимарин С.В., Попиков П.И., Сердюкова Н.А.</b> Обоснование параметров комбинированных рабочих органов лесных дисковых плугов.....	159
<b>Доильницын С.П., Попов И.И.</b> Связь кинематических параметров Земли с неограниченным потреблением природных ресурсов.....	162
<b>Жуков И.А.</b> Полукатеноидальный боёк ударных систем .....	171
<b>Варнава А.В.</b> Моделирование сварных соединений в системе T-Flex на примере рештачного става забойного конвейера.....	180
<b>Казakov Н.В.</b> Прикладные аспекты методологии проектирования лесных машин и механизмов .....	183
<b>Бояршинов М.Г., Зыкин С.А.</b> Оценка погрешности вычислительного моделирования при определении динамических характеристик элементов конструкций.....	187
<b>Иванов К.С.</b> Определимость кинематической цепи с двумя степенями свободы и одним входом.....	190

## **ПЕРВАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ ЗАОЧНАЯ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ МАШИН»**

***Жуков И.А.***

*Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк*

Уважаемые коллеги! Первая международная заочная научно-практическая конференция «Современные проблемы теории машин» проходит 4-5 июня 2013г. в южной столице Кузбасса – г. Новокузнецке. Конференция базируется в Сибирском государственном индустриальном университете на кафедре теории механизмов и машин и основ конструирования.

Научно-практическая конференция посвящена обмену опытом и новыми научными достижениями в области исследования и проектирования машин и механизмов различного назначения.

Тематика направлений работы конференции посвящена следующим актуальным проблемам:

1. Фундаментальные исследования в области машиностроения.
2. Наука и образование в области машиностроения.
3. Теория механизмов и машин.
4. Современная методология проектирования машин и механизмов.
5. Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры.
6. Механика деформируемого твердого тела.
7. Инновационные техника и технологии в машиностроении.

Организационный комитет включает в себя ведущих ученых и специалистов в области теории машин.

Председатель: Дворников Л.Т. – председатель, зав. кафедрой теории механизмов и машин и основ конструирования СибГИУ, д.т.н., профессор.

Зам. председателя: Жуков И.А. – зам. зав кафедрой теории механизмов и машин и основ конструирования СибГИУ, директор НОЦ «МашиноСтроение», к.т.н., доцент.

Члены оргкомитета:

Живаго Э.Я. – зав. кафедрой теоретической механики СибГИУ, д.т.н., профессор;

Садиева А.Э. – профессор кафедры механики КГТУ (Бишкек), д.т.н., доцент;

Гудимова Л.Н. – директор института машиностроения и транспорта СибГИУ, к.т.н., доцент;

Степанов А.В. – профессор кафедры систем автоматизации управления НФИ КемГУ, к.т.н., доцент;

Губанов Е.В. – к.т.н., гл. специалист технологического отдела Промуглепроект.

Технический секретарь: Андреева Я.А.

На конференцию «Современные проблемы теории машин – 2013» представлено 38 докладов от представителей различных организаций из городов Российской Федерации (Барнаул, Брянск, Воронеж, Кемерово, Лысьва, Магнитогорск, Москва, Новокузнецк, Омск, Рыбинск, Рязань, Самара, Томск, Хабаровск), Германии (Эльмсхорн), Италии (Браччано), Казахстана (Алматы), Кыргызстана (Бишкек):

- Алматинский университет энергетики и связи;
- Алтайский государственный технический университет;
- Воронежская государственная лесотехническая академия;
- Институт машиноведения Национальной Академии Наук Кыргызской Республики;
- Казахский институт механики и машиноведения;
- Кемеровский технологический институт пищевой промышленности;
- Кыргызский государственный технический университет;
- Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет;
- Национальный исследовательский технологический университет «Московский институт стали и сплавов»;
- Национальный исследовательский Томский политехнический университет;
- Магнитогорский государственный технический университет;
- Мордовский государственный университет;
- Омский государственный технический университет;
- ООО «Промбезопасность – Брянский государственный технический университет»;
- Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Лысьвенский филиал;
- Рыбинский государственный авиационный технический университет;
- Рязанский институт (филиал) Московского государственного открытого университета;
- Самарский государственный аэрокосмический университет;
- Сибирский государственный индустриальный университет;
- Тихоокеанский государственный университет.

Общее количество авторов составляет 67 человек.

Благодарим всех принявших участие в конференции, желаем дальнейших творческих успехов. До встречи на конференции «Современные проблемы теории машин – 2014»!

## СИНТЕЗ СТРУКТУР МЕХАНИЗМОВ ЧЕТВЕРТОГО СЕМЕЙСТВА В СООТВЕТСТВИИ С УРОВНЯМИ ОБЩЕЙ УНИВЕРСАЛЬНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ МЕХАНИЗМОВ

*Дворников Л.Т., Баклушин Д.С.*

*Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк*

Систематические исследования, направленные на выработку методов синтеза структур механизмов на кафедре Теории механизмов и машин и основ конструирования Сибирского государственного индустриального университета были начаты с 1990г. За прошедшие 23 года удалось найти новые подходы к решению таких задач и сделать выводы о том, что задача по синтезу структур всего многообразия механизмов не зависимо от принадлежности их к тому или иному семейству вполне разрешима.

В 2012г. одним из авторов настоящей статьи была опубликована общая универсальная классификация механизмов [1], где все механизмы были разделены: на ассуровы и неассуровы, на семейства и подсемейства, на виды и подвиды, на классы и подклассы, на порядки и подпорядки.

Ассуровыми механизмами являются такие, в которых входное звено с заданным движением, образует с неподвижным звеном-стойкой одноподвижную кинематическую пару. При иных входных парах образуемые механизмы оказываются неассуровыми.

В основе деления механизмов на семейства (по Артоболовскому И.И.) лежит универсальная формула подвижности Добровольского В.В. [2], записываемая как

$$W_m = (6 - m)n - \sum (k - m)p_k, \quad (k - m) \geq 0, \quad (1)$$

где,  $m$  – параметр Добровольского, определяющий семейства механизмов от нулевого ( $m = 0$ ) до четвертого ( $m = 4$ ),

$n$  – число подвижных звеньев цепи,

$k$  – класс кинематических пар цепи (от 5 до 1).

Каждому семейству соответствуют разные пространства, в которых движутся звенья.

Подсемейства механизмов различаются составом используемых в них пар различных классов.

Виды механизмов определяются сложностью базисного – наиболее сложного по количеству кинематических пар звена,  $\tau$ - угольника в соответствии с универсальной структурной системой [3]

$$p = \sum p_k = \tau + (\tau - 1)n_{\tau-1} + \dots + in_i + \dots + 2n_2 + n_1, \quad (2)$$

$$n = 1 + n_{\tau-1} + \dots + n_i + \dots + n_2 + n_1 + n_0,$$

где  $n_i$  – число звеньев, добавляющих в цепь по  $i$  кинематических пар,

$n_0$  – число звеньев, не добавляющих в цепь пар.

Классы механизмов различаются сложностью и количеством построенных в них замкнутых изменяемых контуров  $\alpha$ , а порядок  $P$  определяется числом сторон звеньев между выходами механизмов.

В настоящей статье впервые показывается алгоритм поиска структур механизмов в строгом соответствии с универсальной классификацией на примере механизмов четвертого семейства, когда на механизмы накладываются четыре общих условия связи, т.е. параметр  $m$  Добровольского В.В. в (1) принимается равным четырем ( $m = 4$ ) и формула подвижности (1) принимают вид

$$W_4 = 2n - p_5. \quad (3)$$

При этом условии в соответствии с универсальной классификацией [1] очевидными являются следующие выводы

Такие механизмы не могут быть созданы как неассуровы, не имеют внутри себя подсемейств и могут функционировать лишь в двух пространствах – ПП (плоские клиновые механизмы) и ВП (винтовые механизмы).

Обратимся к поиску многообразия плоских клиновых механизмов.

Общий алгоритм поиска таких механизмов покажем в виде блок-схемы (рисунок 1)

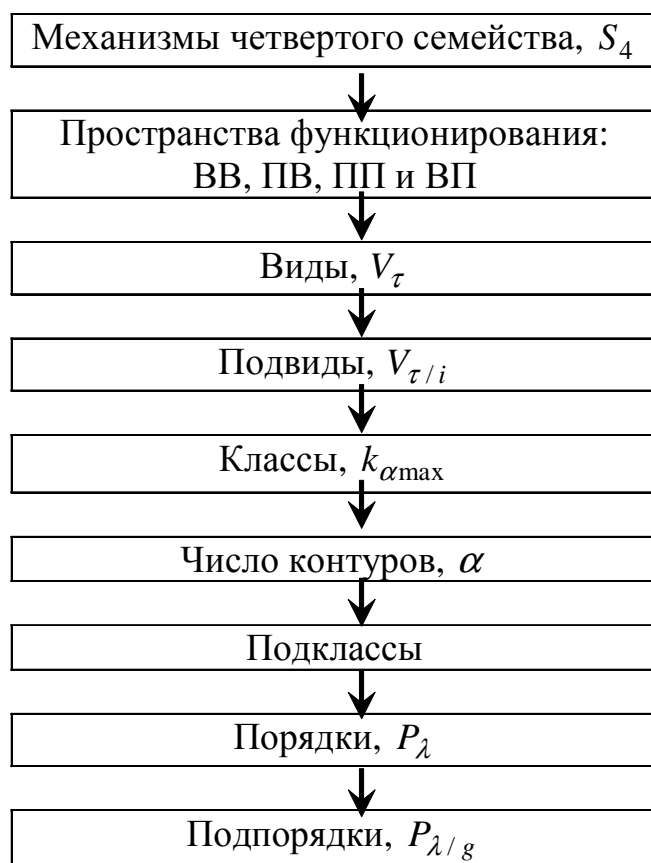


Рисунок 1 – Алгоритм поиска структур механизмов четвертого семейства

Из второго уравнения системы (2) выразим  $n_1$

$$n_1 = n - 1 - n_{\tau-1} - \dots - n_i - \dots - n_2 - n_0 \quad (3)$$

и, подставив его в первое уравнение системы (2), получим

$$p = (\tau + n - 1) + (\tau - 2)n_{\tau-1} + \dots + (i - 1)n_i + \dots + n_2 - n_0. \quad (4)$$



Выразив далее  $p$  из третьего уравнения (2) и, подставив его в (3), найдем, что

$$n - W - (\tau - 1) + n_0 = (\tau - 2)n_{\tau-1} + \dots + (i - 1)n_i + \dots + n_2. \quad (5)$$

Обе части (5) есть равные между собой целые неотрицательные числа  $N$ .

Распишем их

$$n - W - (\tau - 1) + n_0 = N, \quad (6)$$

$$(\tau - 2)n_{\tau-1} + \dots + (i - 1)n_i + \dots + n_2 = N. \quad (7)$$

Решим (6) относительно  $n$

$$n = W + \tau + (N - 1) - n_0 \quad (8)$$

и, подставив (8) в третье уравнение системы (2), найдем значение числа кинематических пар в следующем виде

$$p = W + 2\tau + 2(N - 1) - 2n_0. \quad (9)$$

Уравнения (8), (9), (7) и (3) для условия поиска структур замкнутых цепей ( $n_0 = 0$ ) механизмов ( $W = 1$ ) можно свести в единую систему

$$\begin{cases} n = \tau + N, \\ p = 2\tau + 2N - 1, \\ N = (\tau - 2)n_{\tau-1} + \dots + (i - 1)n_i + \dots + 2n_3 + n_2, \\ n_1 = n - 1 - n_{\tau-1} - \dots - n_i - \dots - n_2. \end{cases} \quad (10)$$

Из первого уравнения системы (10) следует важный вывод, сводящийся к тому, что если  $N$  принимает значение  $N = 0$ , то наиболее сложным  $\tau$ -угольником становится

$$\tau_{\max} = n. \quad (11)$$

Приступим к синтезу структур механизмов четвертого семейства.

Прежде всего, рассмотрим задачу при условии, когда  $\tau = 1$ . В этом случае очевидно, что  $N = 0$ , и  $p = 1$  и механизм примет вид, показанный на рисунке 1

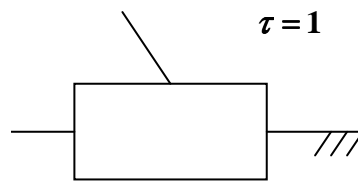


Рисунок 1 – Простейший механизм четвертого семейства

Его структурной формулой будет  $S_4V_1K_1P_1$ .

Задавая  $\tau = 2$ , из системы (10) при  $W = 1$  получим:  $n = 2$ ,  $p = 3$ ,  $n_1 = 1$ .

Схема такого механизма единственная, она показана на рисунке 2, где к звену, а именно  $\tau$ -угольнику, с двумя парами I и II присоединено звено 2, представляющее собой звено  $n_1$  с парой III. Свободные пары I и II соединяются со стойкой.

Этот механизм вполне поясняется формулой  $S_4V_2K_1P_1$ , т.е. это механизм ассуров, четвертого семейства ( $m = 4$ ), второго подсемейства ( $\tau = 2$ ), первого класса и первого порядка.

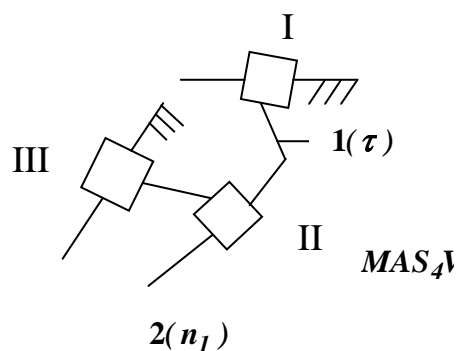


Рисунок 2 – Трехзвенный ( $n = 2$ ) механизм четвертого семейства

Перейдем к механизмам с тремя подвижными звеньями ( $n = 3$ ), в которых согласно (11) самым сложным звеном ( $\tau$ -угольником) может быть, треугольное ( $\tau = 3$ ).

Чтобы решить эту задачу, помимо приведенных в (10) введем в рассмотрение дополнительные параметры, а именно –  $\gamma$  – число ветвей кинематической цепи,  $\delta$  – число выходов цепи и  $\alpha$  – число замкнутых изменяемых контуров различной сложности  $\alpha_i$ .

Любая цепь, нарастая звеньями, ветвится. Число ветвей её  $\gamma$  определяется числом открытых кинематических пар. Если от общего числа кинематических пар  $p$  отнять число уже образованных пар присоединяемыми звеньями ( $n - 1$ ), где единица есть базисное звено, с которого начинается цепь, то получим

$$\gamma = p - (n - 1), \quad (12)$$

т.е. число свободных пар или число ветвей. Это число можно представить иначе, а именно как сумму числа выходов цепи  $\delta$  и числа образованных в цепи замкнутых изменяемых контуров  $\alpha$

$$\gamma = \delta + \alpha. \quad (13)$$

По Ассур к первому классу механизмов относятся такие, в которых нет подвижных изменяемых контуров, т.е. когда  $\alpha = 0$  и  $\delta = \gamma = p - (n - 1)$  последующие классы механизмов определяются классами подвижных изменяемых контуров по Артоблевскому – по числу звеньев, входящих в контур: два звена – второй класс, три звена – третий и т.д.

В механизмах четвертого семейства простейшим замкнутым контуром является трехугольной. Обозначим его как  $\alpha_3$ . Наиболее сложным изменяемым контуром может быть такой, который образован всеми звеньями группы, т.е.  $\alpha_n$ . Механизмы могут различаться и по числу контуров в них. Эти пояснения дадим ниже.

Задаваясь значением  $n = 3$ , по системе (10) найдем что этому случаю соответствует значение:  $N = 0$ ,  $p = 5$ ,  $n_2 = 0$ ,  $n_1 = 2$ . По (11)  $\tau_{\max} = \tau = 3$ , по (12)  $\gamma = 3$ , по (13)  $\delta = 3$  или 2 и  $\alpha = 0$  или 1, а  $\alpha_{\max} = 3$ .

Обе схемы трехзвенных механизмов четвертого семейства с  $\delta = 3$  и с  $\delta = 2$  показаны на рисунке 3 *a* и *b*.

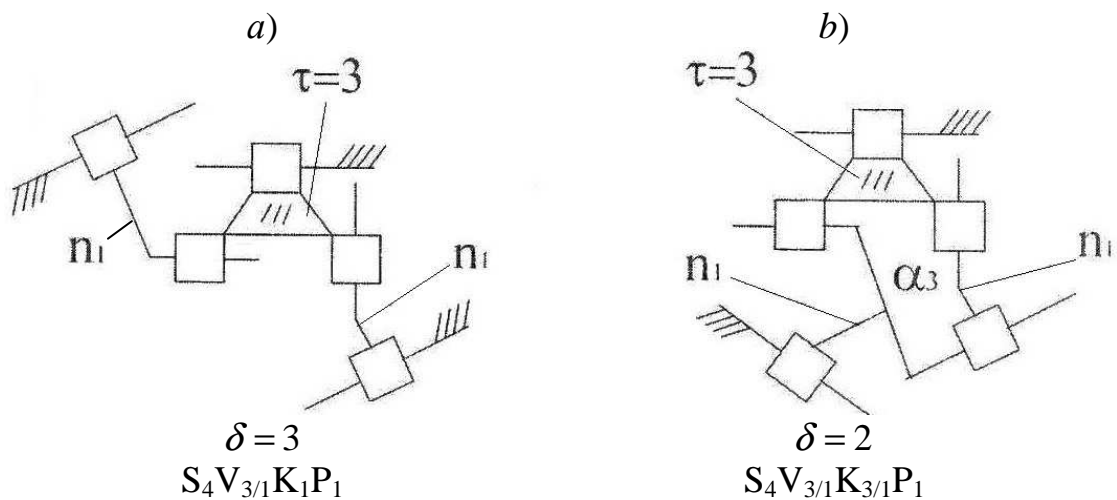


Рисунок 3 – Трехзвенные механизмы четвертого семейства

Прежде чем перейти к поиску более сложных механизмов четвертого семейства, введем еще один важный параметр, определяющий их различие, а именно понятие числа сторон цепи  $\lambda$ .

На рисунке 4 *a* и *b* показаны две кинематические цепи четвертого семейства, в состав которых входят по четыре звена ( $n=4$ ), а число кинематических пар равно семи ( $p=7$ ). Цепи содержат по четыре выхода на стойку *A*, *B*, *B*, *Г* ( $\delta=4$ ) и не содержат изменяемых замкнутых контуров. Они отличаются лишь порядком, т.е. числами сторон  $\lambda$  между выходами. В обеих цепях по десять сторон ( $\lambda=10$ ).

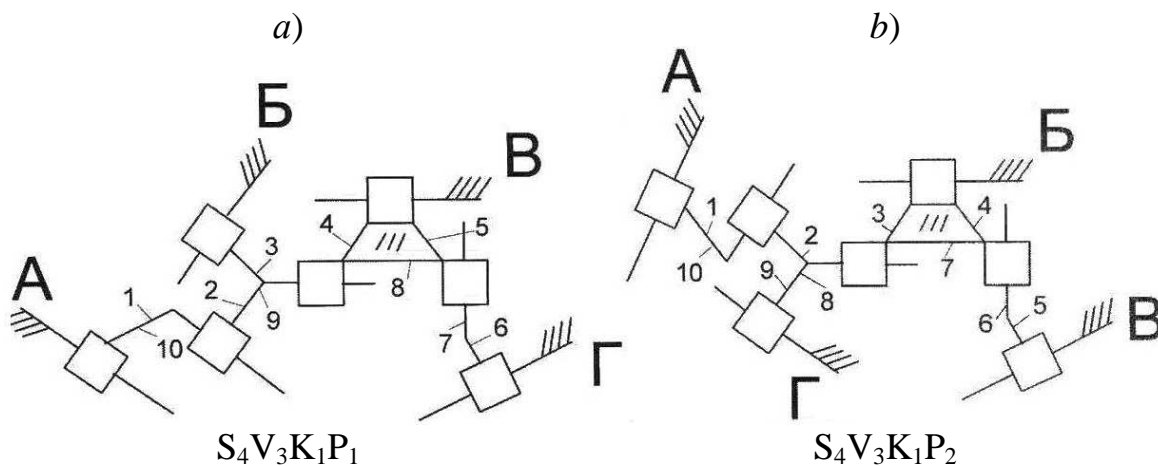


Рисунок 4 – Кинематические цепи четвертого семейства разных порядков

В цепи *a*) между выходами *A* и *B* расположены стороны 1 и 2, между выходами *B* и *B* – стороны 3 и 4, между *B* и *Г* – стороны 5 и 6, а между *Г* и *A* стороны 7, 8, 9, 10, т.е. для этой цепи разбиение сторон между выходами выглядит как 2-2-2-4.

В цепи *b*) между выходами *A* и *B* расположены стороны звеньев 1, 2 и 3, между выходами *B* и *B* – стороны 4 и 5, между *B* и *Г* – стороны 6, 7 и 8, а между *Г* и *A* – стороны 9 и 10. Для этой цепи разбиение сторон между выходами выглядит как 3-2-3-2. Т.е. эти цепи имеют принципиальные отличия и такие отличия назовем отличием по их порядкам.

Формализуем эти отличия.

Очевидно, что  $\tau$ -угольник добавляет в цепь  $\tau$  сторон. Так же  $\tau$  сторон добавляет каждое звено  $n_{\tau-1}$ . Соответственно, звенья  $n_{\tau-2}$  и  $n_{\tau-3}$  добавляют по  $(\tau-1)$  и  $(\tau-2)$  сторон. Следовательно, для цепи, не содержащей замкнутых изменяемых контуров, число сторон можно определять по формуле

$$\lambda = \tau + \tau n_{\tau-1} + (\tau-1)n_{\tau-2} + \dots + (i+1)n_i + \dots + 3n_2 + 2n_1 = \tau + \sum_{\tau}^2 i n_{i-1}. \quad (14)$$

При создании цепей с изменяемыми замкнутыми контурами общее суммарное число сторон  $\lambda_c$  будет возрастать на единицу с каждым образованным контуром. Если контуров будет введено  $\alpha$  штук, то

$$\lambda_c = \lambda + \alpha. \quad (15)$$

При образовании замкнутых изменяемых контуров

$$\lambda_c = \lambda_n + \lambda_g, \quad (16)$$

где  $\lambda_n$  и  $\lambda_g$  – наружные и внутренние стороны звеньев. При этом

$$\lambda_g = \sum_{i=4}^{n_{\max}} i \alpha_i, \quad (17)$$

где  $i$  – число сторон контура,  $\alpha_i$  – число контуров, а  $n_{\max}$  – число сторон наиболее сложного изменяемого контура цепи.

Максимальное число наружных сторон механизма с учетом (14), (15), (16) и (17) определится зависимостью

$$\lambda_{n \max} = \lambda_c - \lambda_g = \lambda + \alpha - \lambda_g = \tau + \sum_{\tau}^2 i n_{i-1} + \alpha - \sum_{i=4}^{n_{\max}} i \alpha_i \quad (18)$$

Это число сторон может быть по-разному распределено между выходами цепи  $\lambda_n / \delta$ .

Для цепей, показанных на рисунке 4,

$$\lambda = \tau + \sum_{\tau}^2 i \times n_{i-1} = 3 + 3n_2 + 2n_1 = 3 + 3 + 4 = 10,$$

что при  $\delta = 4$ , позволяет найти все возможные порядки  $\lambda_n / \delta$ , а именно 1 (2-2-2-4), 2 (2-3-2-3), 3 (2-2-3-3).

Продолжим систематический поиск механизмов, с четырьмя звеньями  $n = 4$ .

Согласно уравнению (11) для этого случая  $\tau_{\max} = 4$ , что позволяет по системе (10) найти два решения для исследуемых цепей

$$\tau = 4, N = 0 \text{ и } \tau = 3, N = 1.$$

Начнем поиск структур со второго варианта. Подставляя значения  $\tau = 3$  и  $N = 1$  в систему (10) и уравнения (12), (13) найдем параметры цепей

$$\tau = 3, W = 1, n = 4, n_1 = 2, n_2 = 1, p = 7, \gamma = 4.$$

Имея в виду что  $\delta_{\min} = 2$ , получим три возможных решения  $\delta = 4, \alpha = 0$ ;  $\delta = 3, \alpha = 1$ ;  $\delta = 2, \alpha = 2$ .

Первое из этих решений реализуется исходя из понятия порядков в схемах 4/1 и 4/2 (таблица 1), второе – исходя из сложности контуров в двух вариантах 4/3 и 4/4, а третье – в одном варианте – 4/5.

Обратимся к четырехзвенным механизмам с  $\tau = 4$ . Полное решение для них

$$\tau = 4, W = 1, n = 4, n_1 = 3, n_2 = 0, n_3 = 0, p = 7, \gamma = 4.$$

Различаться они могут по числу и сложности замкнутых изменяемых контуров, а также по порядкам. Все найденные цепи механизмов приведены в таблице 1, в квадратах от 4/6 до 4/12.

При этом схема 4/6 – первого класса, т.е. безконтурная, схемы 4/7 и 4/8 одноконтурные с  $\alpha_3$ , разного порядка (2-2-4) и (2-3-3), схемы 4/9 и 4/10 – двухконтурные с  $\alpha_3 + \alpha_3$  порядков (2-4), а схемы 4/11 и 4/12 – двухконтурные с  $\alpha_3 + \alpha_4$ .

Приступим к поиску пятизвенных механизмов ( $n = 5$ ).

Согласно (11) наиболее сложным в этом случае может быть использовано звено  $\tau = 5$ .

Тогда из системы (10) окажутся возможными следующие варианты схем механизмов

$$1. \tau = 3, N = 2,$$

$$2. \tau = 4, N = 1,$$

$$3. \tau = 5, N = 0.$$

Начнем поиск пятизвенных механизмов с первого варианта. Подставив  $\tau = 3$  и  $N = 2$  в систему (10) получим

$$\tau = 3, W = 1, n = 5, n_1 = 2, n_2 = 2, p = 9, \gamma = 5.$$

Отметим, что замкнутые изменяемые контуры в схемах с  $\tau = 3$  дозволительно строить только с использованием звеньев  $n_1$ . Т.к.  $n_1 = 2$ , то  $\alpha_{\max} = 2$ . Тогда отличающимися цепями будут следующие три

$$\tau = 3, W = 1, n = 5, n_1 = 2, n_2 = 2, p = 5, \delta = 5, \alpha = 0,$$

$$\tau = 3, W = 1, n = 5, n_1 = 2, n_2 = 2, p = 5, \delta = 4, \alpha = 1,$$

$$\tau = 3, W = 1, n = 5, n_1 = 2, n_2 = 2, p = 5, \delta = 3, \alpha = 2.$$

Для случая  $\alpha = 0$  по (18) получим  $\lambda_n = 13$ .

Возможные варианты  $\lambda_n / \delta$ , учитывая, что  $\delta = 5$ , будут 1 (2-2-2-2-5),  $2_{(1)}$  (2-4-2-2-3),  $2_{(2)}$  (2-4-2-3-2),  $2_{(3)}$  (2-3-4-2-2),  $3_{(1)}$  (2-3-2-3-3),  $3_{(2)}$  (2-3-3-3-2). Реализуются в механизмы всего четыре варианта, а именно 1,  $2_{(1)}$ ,  $2_{(2)}$ ,  $3_{(1)}$ .

Они показаны в таблице 2 в квадратах от 5/1 до 5/4. При  $\alpha = 1$  возможно построить механизмы с разными контурами, от  $\alpha_3$  до  $\alpha_5$ .

При использовании контура  $\alpha_3$  по (18)  $\lambda_n = 11$ . При  $\delta = 4$  возможны варианты  $\lambda_n / \delta$ , – 1 (2-2-2-5),  $2_{(1)}$  (2-2-3-4),  $2_{(2)}$  (2-2-4-3),  $2_{(3)}$  (2-3-2-4), 3 (2-3-3-3), из которых реализуемым является вариант  $2_{(3)}$  (2-3-2-4), показанный в таблице 2 в квадрате 5/5.

При  $\alpha_4$ ,  $\lambda_n = 10$ . Возможные варианты порядков  $\lambda_n/\delta$ , 1(2-2-2-4),  $2_{(1)}$  (2-2-3-3),  $2_{(2)}$  (2-3-2-3). Реализуемой является лишь схема  $\lambda_n/\delta - 2_{(1)} - 5/6$  в таблице 2.

При  $\alpha_5$  значение  $\lambda_n = 9$ . Возможный порядок  $\lambda_n/\delta$ , при  $\delta = 4$  лишь 1 (2-2-2-3), Эта схема помещена в таблице 2 как 5/7.

При  $\delta = 3$  возможно построение цепи механизма с двумя контурами. Это условие реализуется лишь при контурах сложностью  $\alpha_3$  и  $\alpha_4$ , когда  $\lambda_n = 7$ . Схема такого механизма порядка 1 (2-3-2) показана в квадрате 5/8 таблицы 2.

Всего механизмов четвертого семейства с  $\tau = 3$  восемь.

Рассмотрим механизмы с  $\tau = 4, N = 1$ , для которых

$$n_1 = 3, n_2 = 1, n_3 = 0, p = 9, \gamma = 5.$$

Такие цепи могут строиться с  $\alpha = 0, \alpha = 1, \alpha = 2$  и  $\alpha = 3$ .

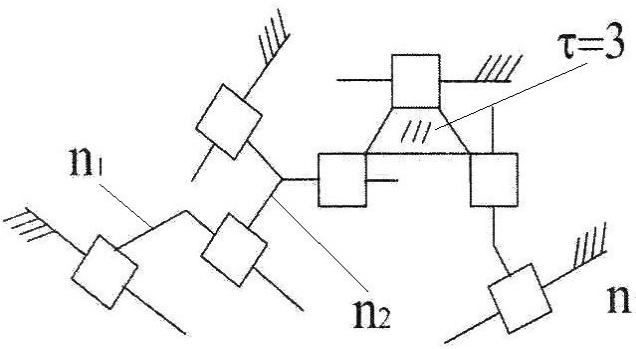
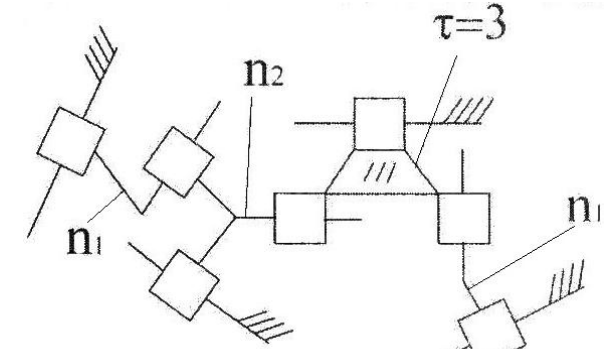
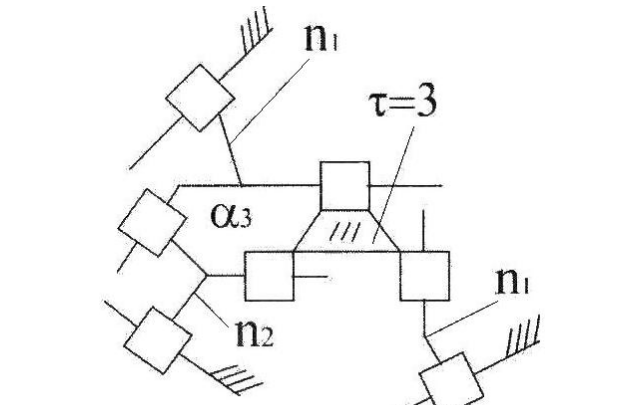
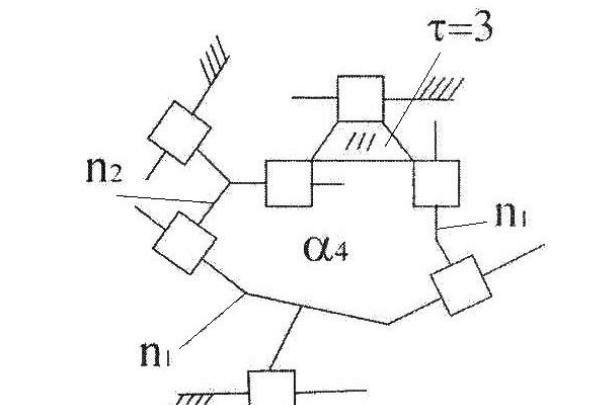
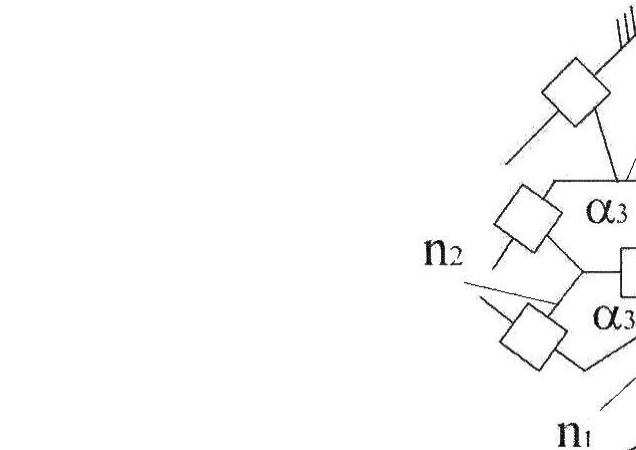
При  $\alpha = 0$  число сторон по (18)  $\lambda_n = 13$ .

Теоретически возможными порядками ( $\lambda_n/\delta$ ) в этом случае являются следующие восемь 1 (2-2-2-2-5),  $2_{(1)}$  (2-2-2-3-4),  $2_{(2)}$  (2-2-2-4-3),  $2_{(3)}$  (2-2-3-2-4),  $2_{(4)}$  (2-2-4-2-3),  $2_{(5)}$  (2-4-2-3-2),  $3_{(1)}$  (2-3-2-3-3),  $3_{(2)}$  (2-3-3-3-2), но реализуемыми оказываются лишь  $2_{(2)}$ ,  $2_{(1)}$ ,  $3_{(1)}$ ,  $2_{(5)}$  и  $2_{(3)}$ . Схемы таких механизмов показаны в таблице 2.

При условии  $\alpha = 1$  возможно, создавать изменяемые замкнутые контуры сложностью  $\alpha_3$  и  $\alpha_4$ . При  $\alpha_3$  число наружных сторон цепи  $\lambda_n = 11$ . Схема такого механизма приведена в квадрате 5/14.

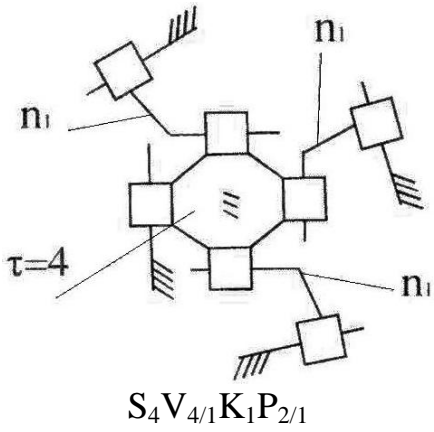
Приведенное рассуждение вполне понятно по логике действий, а потому авторы надеются, что каждый заинтересовавшийся решаемой задачей может ее продолжить самостоятельно.

Таблица 1 – Четырёхзвенные механизмы четвертого семейства

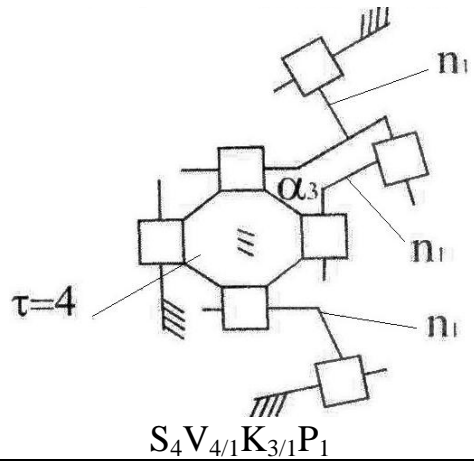
Схемы механизмов с $\tau = 3$	
4/1	4/2
 <p><math>S_4V_{3/2}K_1P_1</math></p>	 <p><math>S_4V_{3/2}K_1P_{2/1}</math></p>
4/3	4/4
 <p><math>S_4V_{3/2}K_{3/1}P_2</math></p>	 <p><math>S_4V_{3/2}K_{4/1}P_1</math></p>
4/5	
 <p><math>S_4V_{3/2}K_{3/2}P_1</math></p>	

Схемы механизмов с  $\tau = 4$

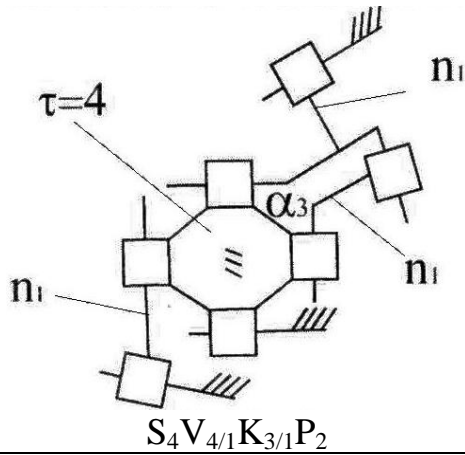
4/6



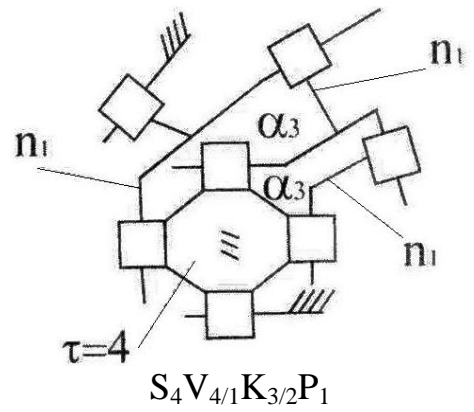
4/7



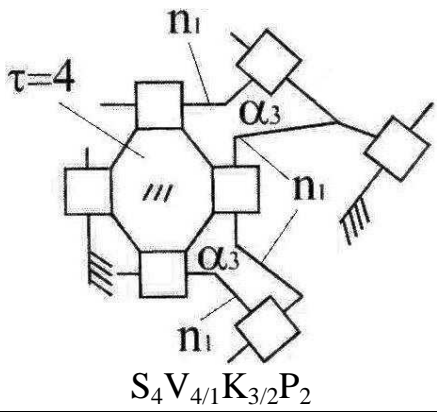
4/8



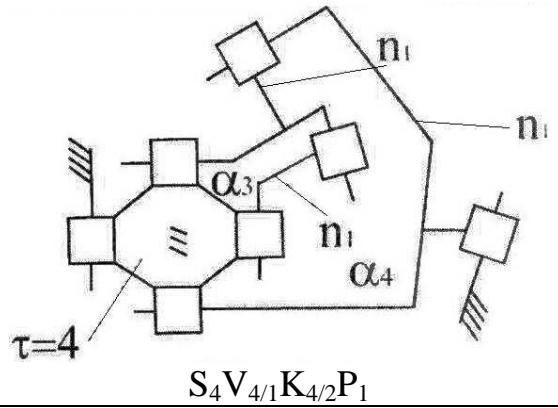
4/9



4/10



4/11



4/12

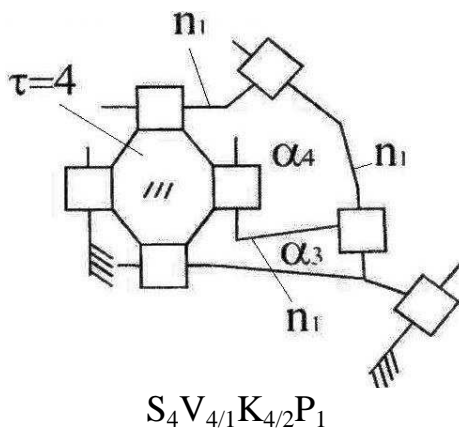
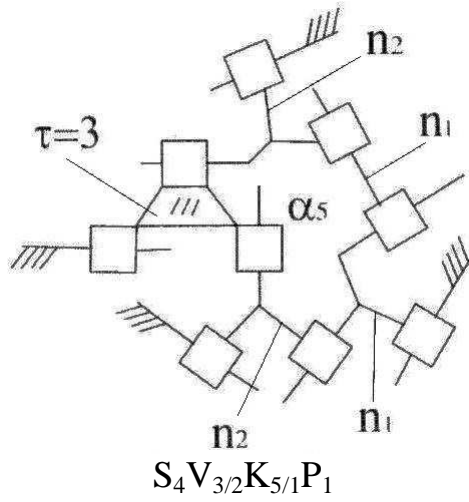




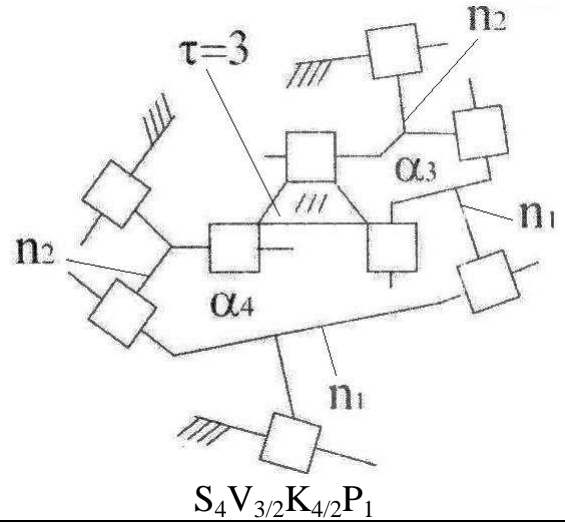
Таблица 2 – Пятизвенные механизмы четвертого семейства

Схемы механизмов с $\tau = 3$	
<p>5/1</p> <p><math>\tau=3</math></p> <p><math>n_2</math></p> <p><math>n_1</math></p> <p><math>S_4V_{3/2}K_1P_1</math></p>	<p>5/2</p> <p><math>\tau=3</math></p> <p><math>n_1</math></p> <p><math>n_2</math></p> <p><math>n_2</math></p> <p><math>n_1</math></p> <p><math>S_4V_{3/2}K_1P_{2/1}</math></p>
<p>5/3</p> <p><math>\tau=3</math></p> <p><math>n_1</math></p> <p><math>n_2</math></p> <p><math>n_2</math></p> <p><math>n_1</math></p> <p><math>S_4V_{3/2}K_1P_{2/2}</math></p>	<p>5/4</p> <p><math>\tau=3</math></p> <p><math>n_2</math></p> <p><math>n_2</math></p> <p><math>n_1</math></p> <p><math>S_4V_{3/2}K_1P_{3/1}</math></p>
<p>5/5</p> <p><math>\tau=3</math></p> <p><math>n_1</math></p> <p><math>n_2</math></p> <p><math>n_2</math></p> <p><math>\alpha_3</math></p> <p><math>n_1</math></p> <p><math>S_4V_{3/2}K_{3/1}P_{2/3}</math></p>	<p>5/6</p> <p><math>\tau=3</math></p> <p><math>n_1</math></p> <p><math>n_2</math></p> <p><math>\alpha_4</math></p> <p><math>n_1</math></p> <p><math>n_2</math></p> <p><math>S_4V_{3/2}K_{4/1}P_{2/1}</math></p>

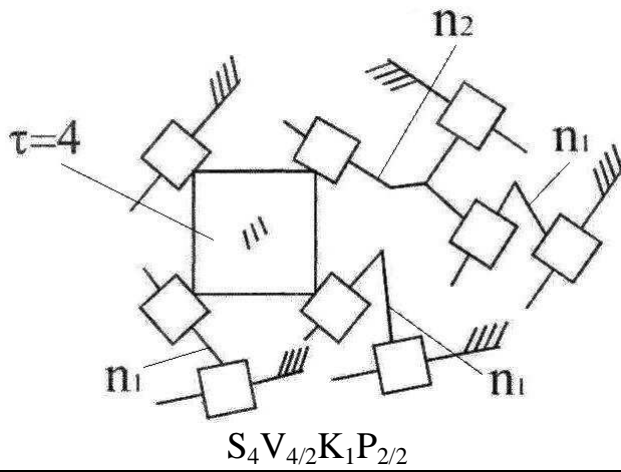
5/7



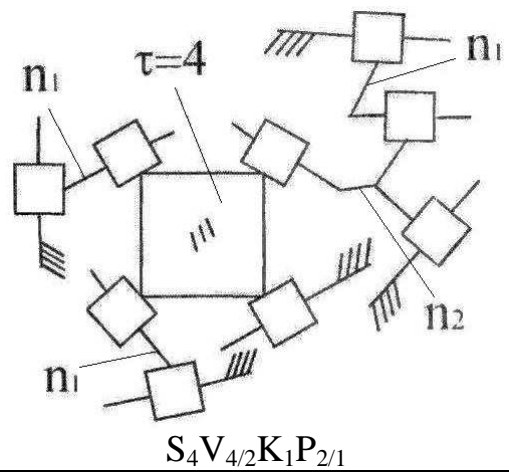
5/8

Схемы механизмов с  $\tau = 4$ 

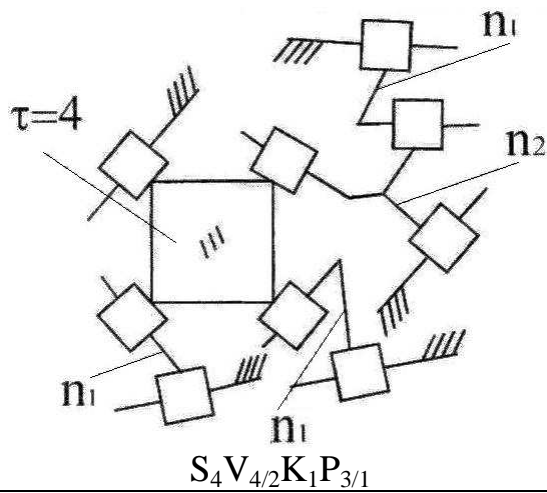
5/9



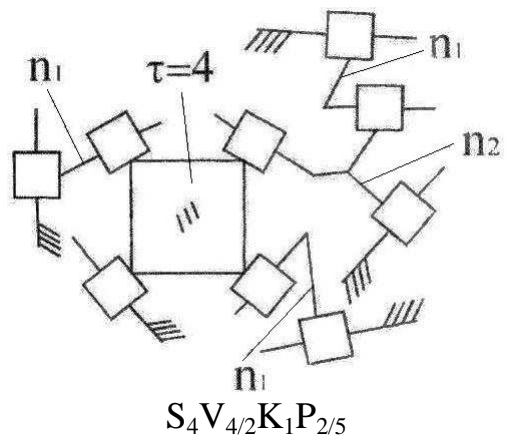
5/10

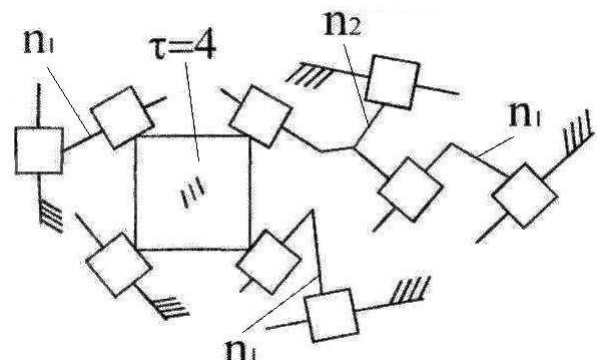
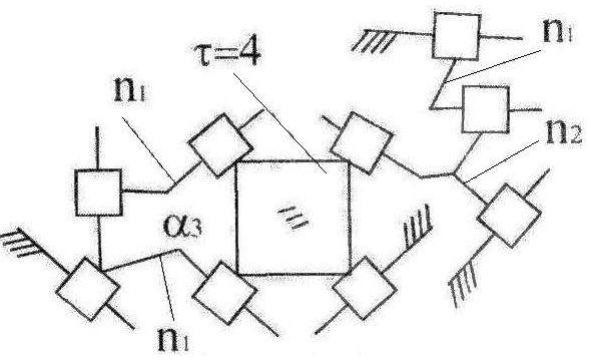
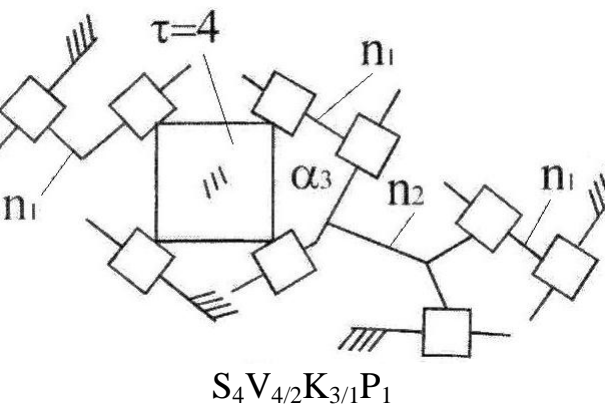
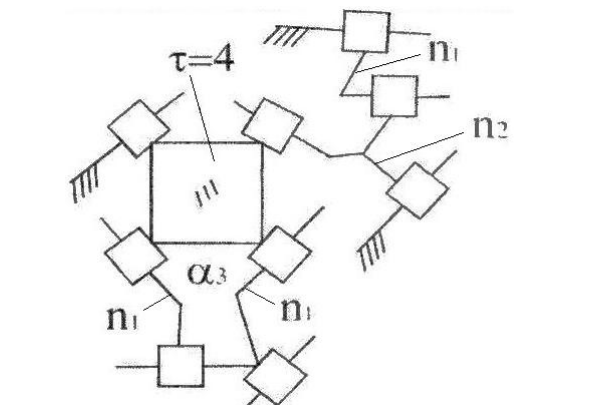
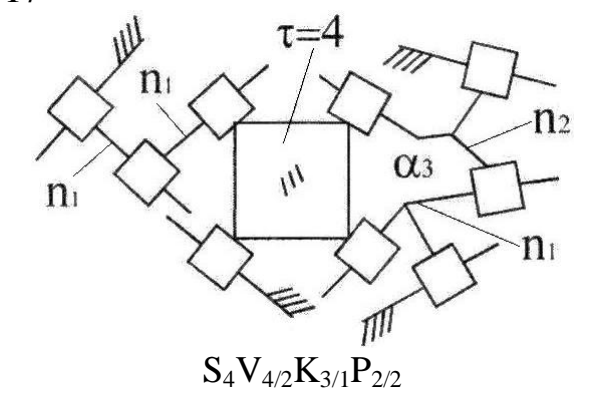
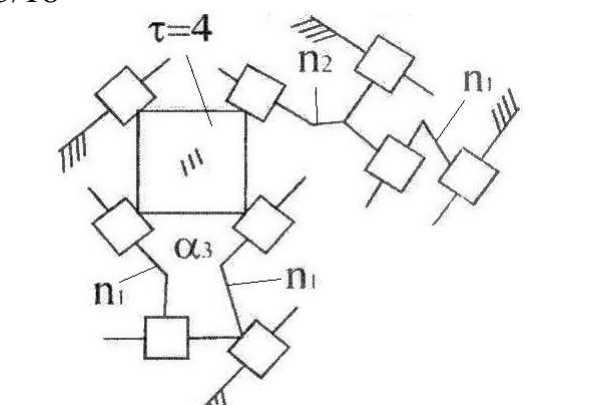
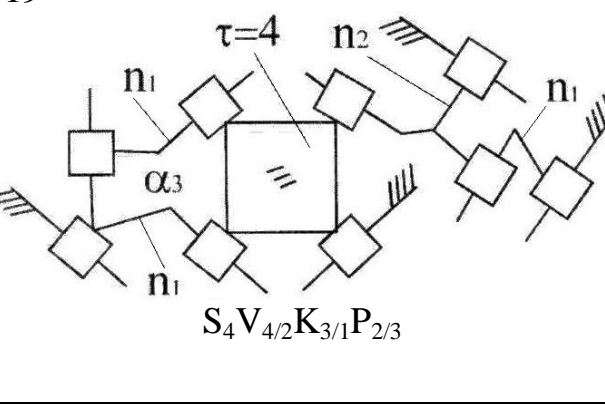
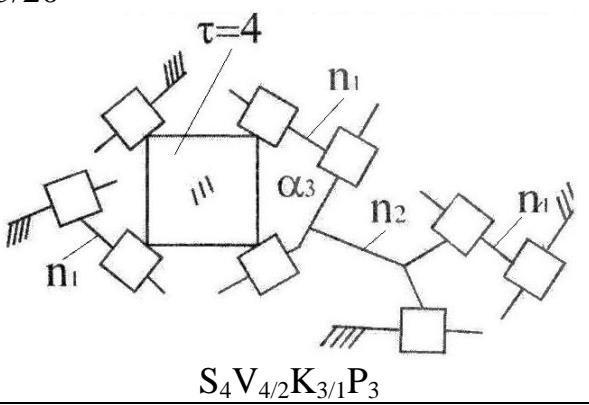


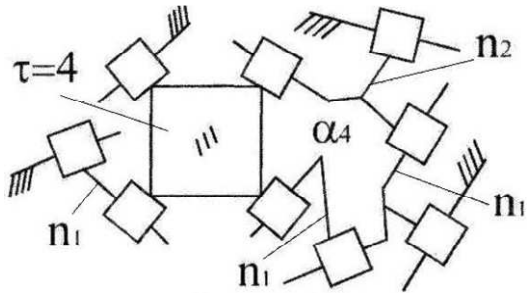
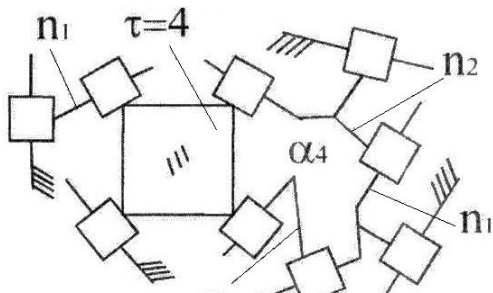
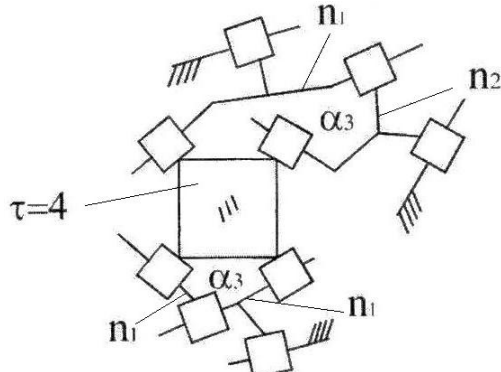
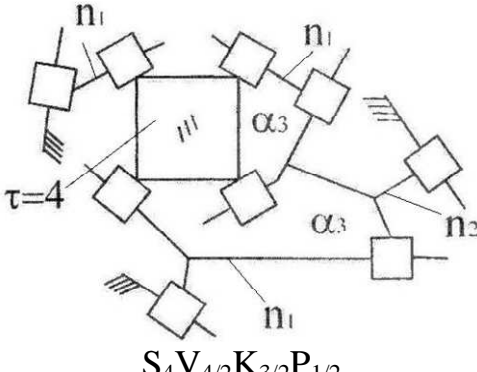
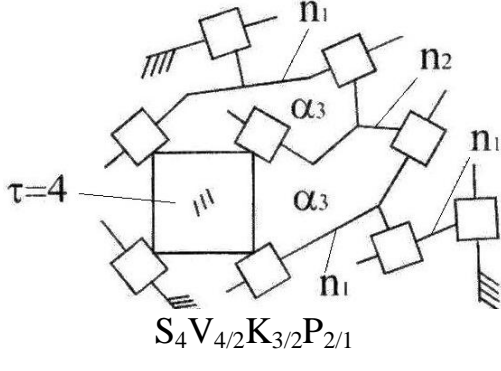
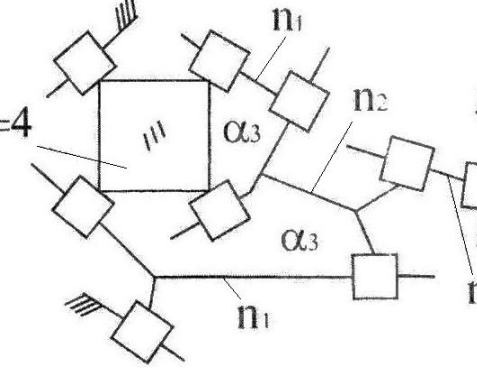
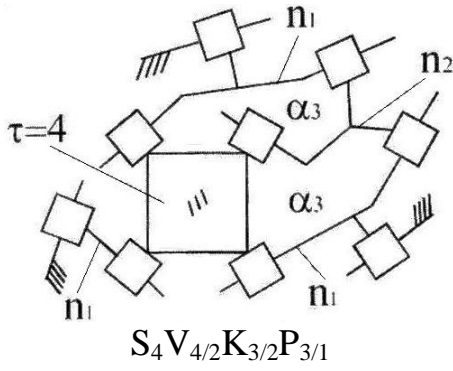
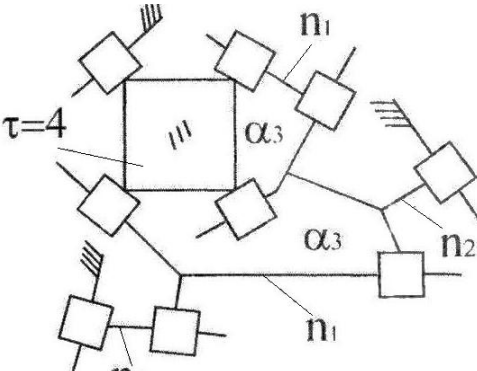
5/11



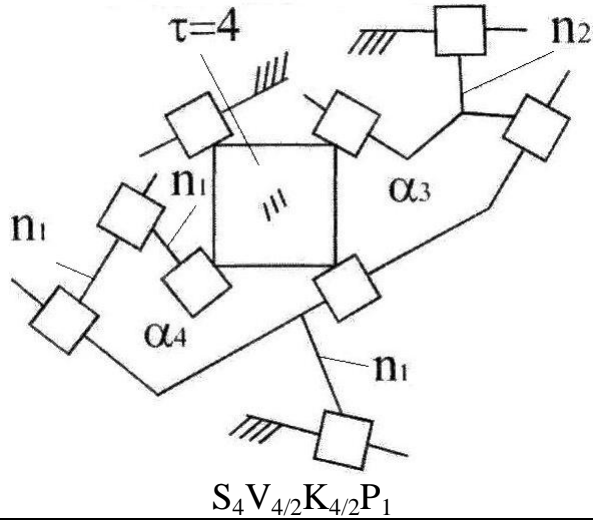
5/12



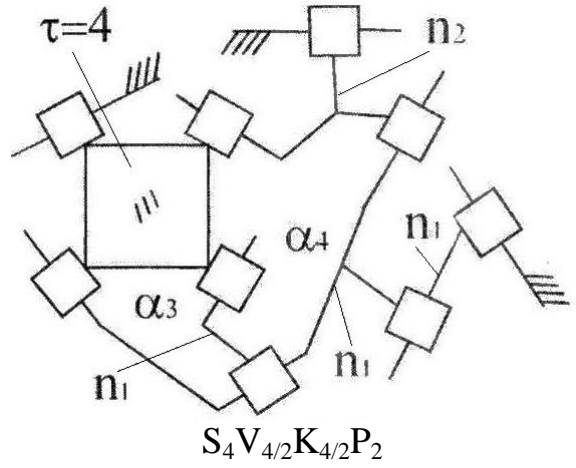
<p>5/13</p>  <p><math>S_4V_{4/2}K_1P_{2/3}</math></p>	<p>5/14</p>  <p><math>S_4V_{4/2}K_{3/1}P_1</math></p>
<p>5/15</p>  <p><math>S_4V_{4/2}K_{3/1}P_1</math></p>	<p>5/16</p>  <p><math>S_4V_{4/2}K_{3/1}P_{2/1}</math></p>
<p>5/17</p>  <p><math>S_4V_{4/2}K_{3/1}P_{2/2}</math></p>	<p>5/18</p>  <p><math>S_4V_{4/2}K_{3/1}P_{2/3}</math></p>
<p>5/19</p>  <p><math>S_4V_{4/2}K_{3/1}P_{2/3}</math></p>	<p>5/20</p>  <p><math>S_4V_{4/2}K_{3/1}P_3</math></p>

<p>5/21</p>  <p><math>S_4 V_{4/2} K_4 P_1</math></p>	<p>5/22</p>  <p><math>S_4 V_{4/2} K_4 P_2</math></p>
<p>5/23</p>  <p><math>S_4 V_{4/2} K_{3/2} P_{1/1}</math></p>	<p>5/24</p>  <p><math>S_4 V_{4/2} K_{3/2} P_{1/2}</math></p>
<p>5/25</p>  <p><math>S_4 V_{4/2} K_{3/2} P_{2/1}</math></p>	<p>5/26</p>  <p><math>S_4 V_{4/2} K_{3/2} P_{2/2}</math></p>
<p>5/27</p>  <p><math>S_4 V_{4/2} K_{3/2} P_{3/1}</math></p>	<p>5/28</p>  <p><math>S_4 V_{4/2} K_{3/2} P_{3/2}</math></p>

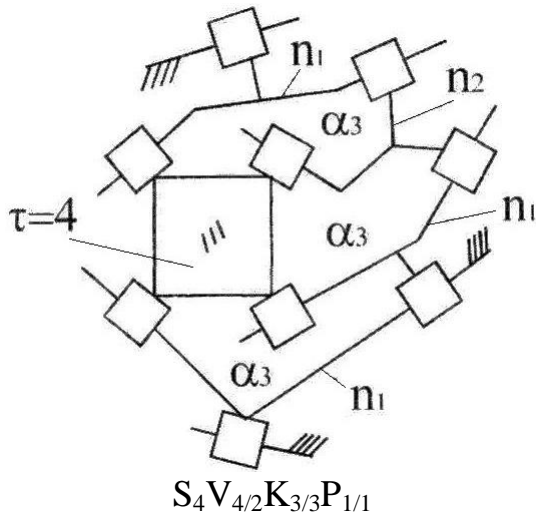
5/29



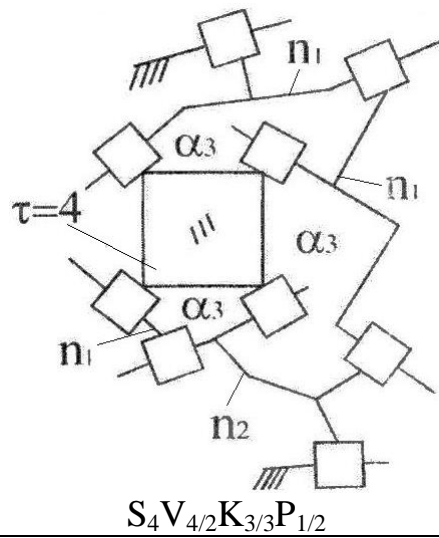
5/30



5/31

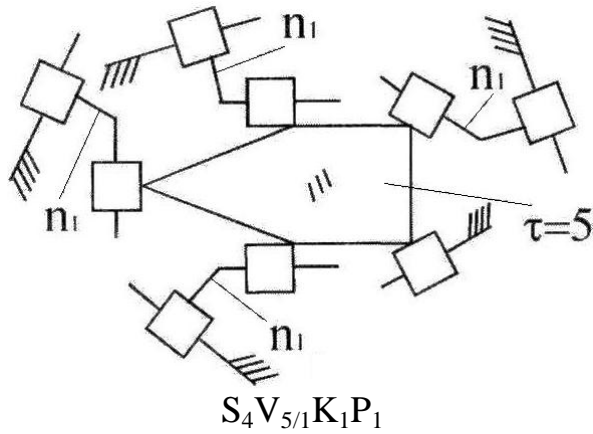


5/32

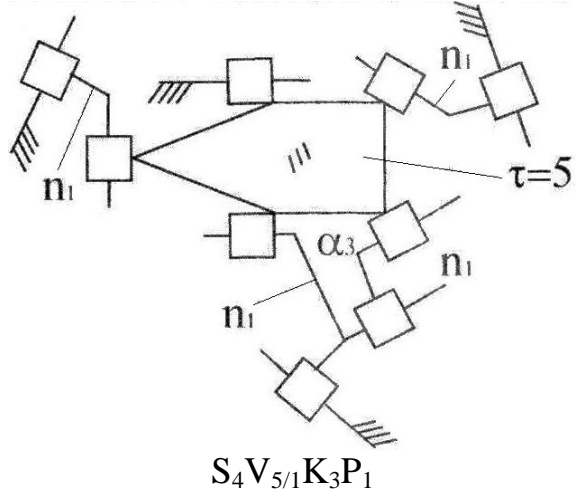


Схемы механизмов с  $\tau = 5$

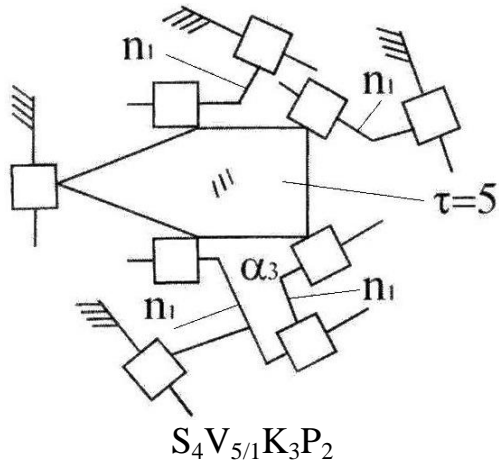
5/33



5/34

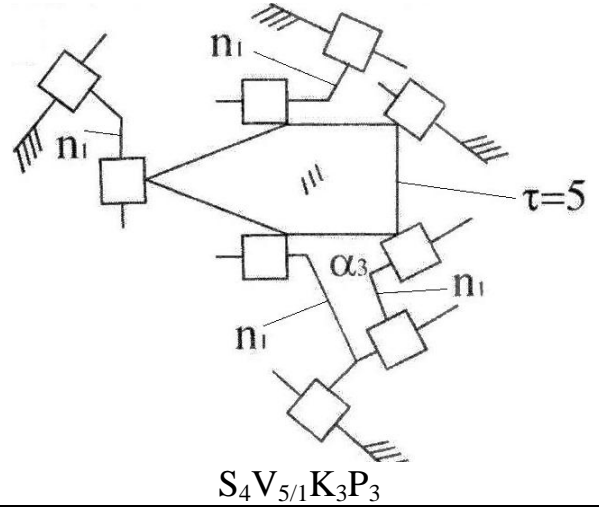


5/35



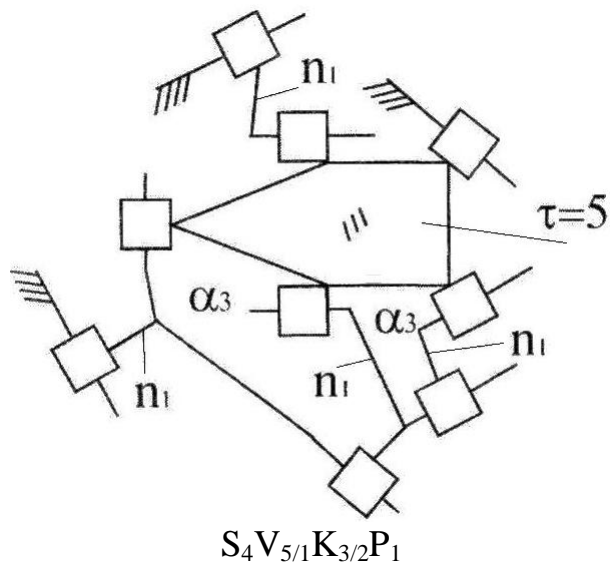
$S_4V_{5/1}K_3P_2$

5/36



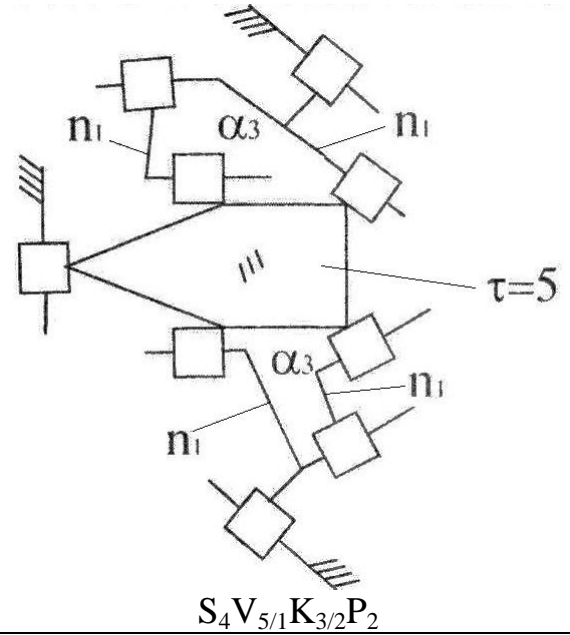
$S_4V_{5/1}K_3P_3$

5/37



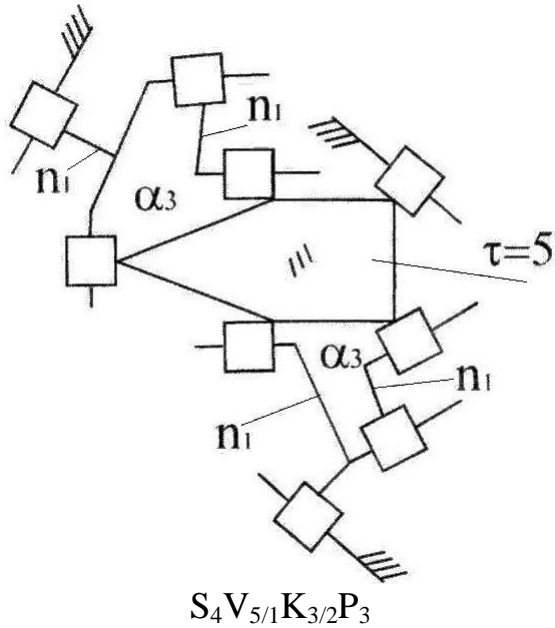
$S_4V_{5/1}K_{3/2}P_1$

5/38



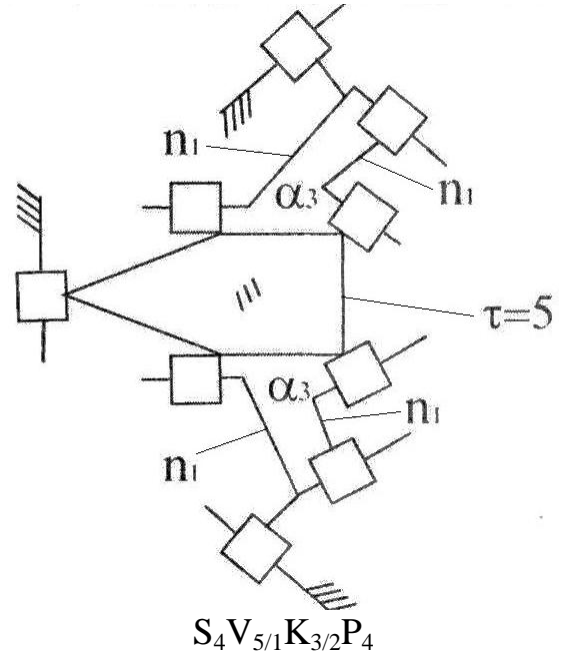
$S_4V_{5/1}K_{3/2}P_2$

5/39



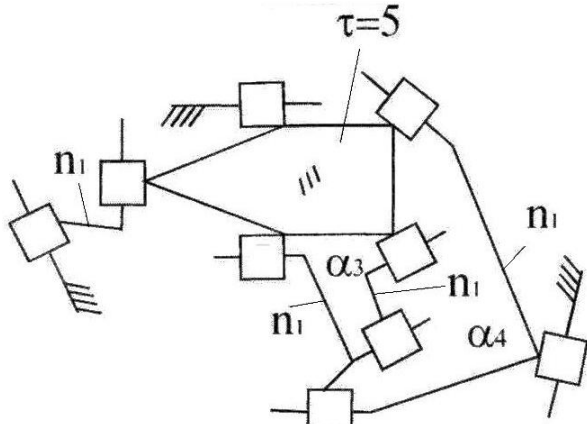
$S_4V_{5/1}K_{3/2}P_3$

5/40



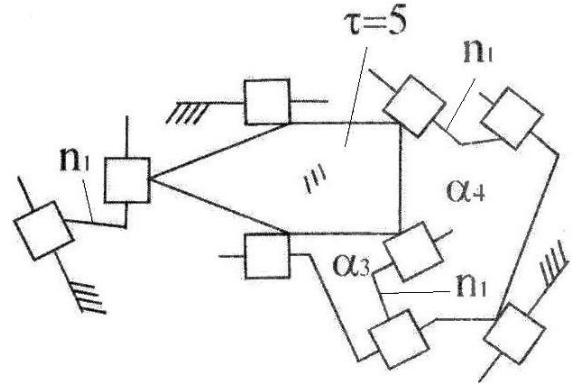
$S_4V_{5/1}K_{3/2}P_4$

5/41



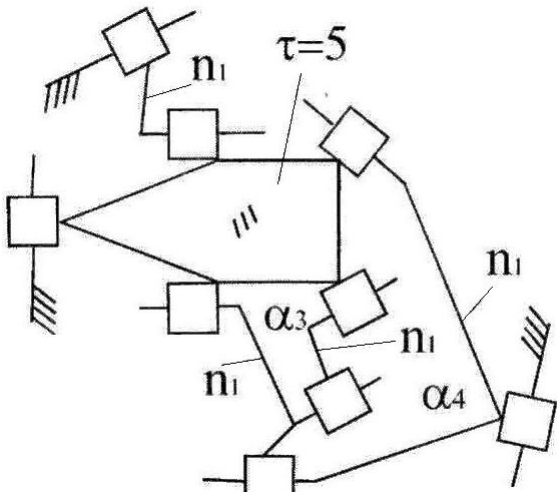
$S_4V_{5/1}K_{4/2}P_{1/1}$

5/42



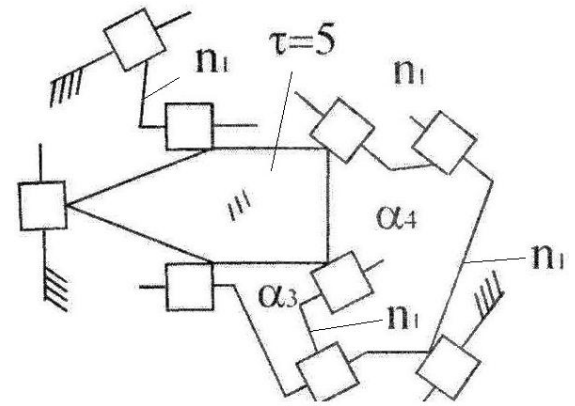
$S_4V_{5/1}K_{4/2}P_{1/2}$

5/43



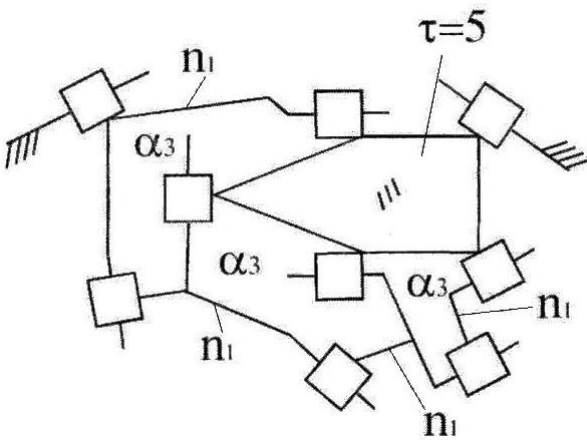
$S_4V_{5/1}K_{4/2}P_{2/1}$

5/44



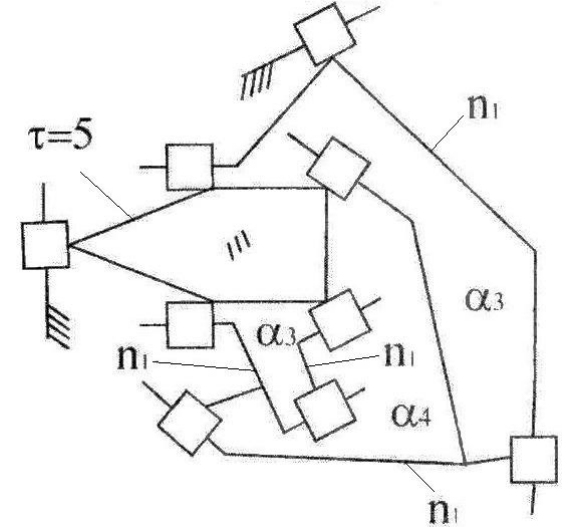
$S_4V_{5/1}K_{4/2}P_{2/2}$

5/45

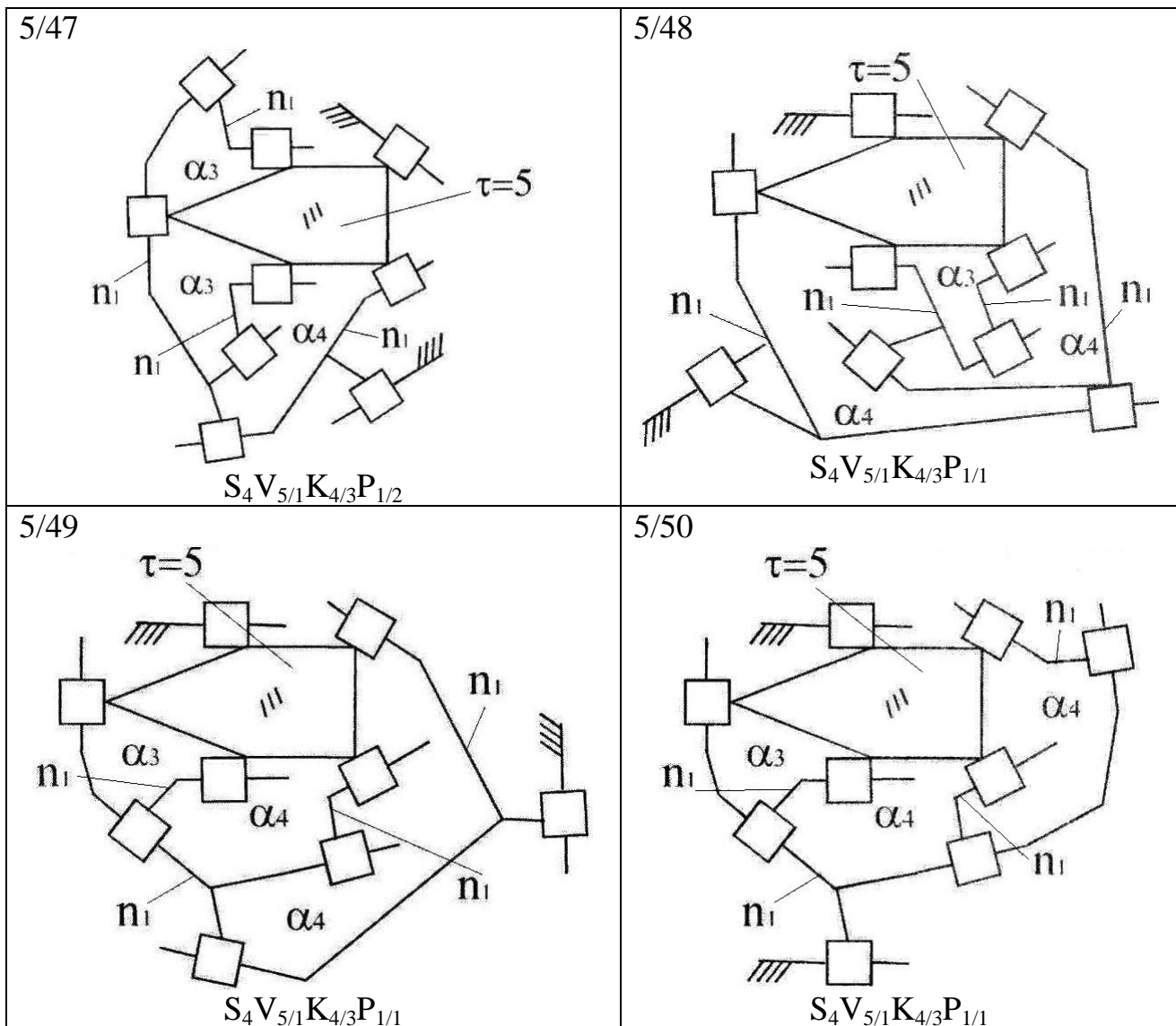


$S_4V_{5/1}K_{3/3}P_1$

5/46



$S_4V_{5/1}K_{4/3}P_{1/1}$



### Список литературы

1. Универсальная структурная классификация механизмов: метод. указ. / Сиб. гос. индустр. ун-т; сост. Л.Т. Дворников. – Новокузнецк: СибГИУ, 2012. – 39 с.
2. Добровольский В.В., Артоболевский И.И. Структура и классификация механизмов. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1939.
3. Дворников Л.Т. Начала теории структуры механизмов: учеб. пособие. – Новокузнецк: Изд-во СибГГМА, 1994. – 102 с.



## К ВОПРОСУ О СТРУКТУРНОМ СИНТЕЗЕ ТРЕХЗВЕННЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

*Попугаев М.Г., Дворников Л.Т.*

*Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк*

Рассмотрим вариант трехзвенных цепей, в котором со стойкой соединяется лишь одно из звеньев, что позволяет получать трехзвенные кинематические соединения (трексы), общая схема приведена на рисунке 1.

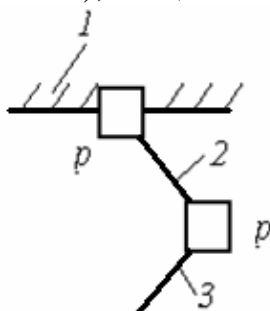


Рисунок 1 – Трехзвенное кинематическое соединение (трекс)

Многозвенные соединения, простейшими из которых являются двухзвенные, т.е. кинематические пары, применяются тогда, когда требуемые движения различных, собранных в сложные соединения тел – звеньев, обеспечивают выполнение заданных функций всех тел в совокупности.

Создание такого рода многозвенных соединений вполне возможно и уже имеет применение, например, карданные соединения, тела качения подшипниковых узлов, шары шаровых винтовых передач, кольца корабельных цепей и др.

Задаваясь значением числа подвижных звеньев  $n = 2$  и наиболее сложным звеном  $\tau = 2$  по формуле подвижности В.В. Добровольского [1], имеющей вид

$$W_m = (6 - m)n - \sum_5^{k=m+1} (k - m)p_k, \quad (1)$$

где  $W$  – подвижность цепи;  $m$  – число общих связей, накладываемых на весь механизм в целом;  $n$  – число подвижных звеньев;  $p_k$  – числа кинематических пар  $k$ -го класса (пятого, четвертого, третьего, второго и первого классов);

найдем, что

$$\begin{aligned} p_5 + p_4 + p_3 + p_2 + p_1 &= 3, \\ W &= 12 - 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Трексы, удовлетворяющие условию (2) и обеспечивающие подвижность от  $W = 6$  до  $W = 9$  включительно, т.е. более 5, состоят из обычных кинематических пар, приведенных в таблице 1.

Таблица 1 – Виды трексов при  $\tau = 2$  и  $W$  от 6 до 9.

Подвижность соединения, $W$	Варианты используемых кинематических пар в трексах
6	$p_5, 2p_1; p_3, p_2, p_1; 3p_2;$
7	$p_3, 2p_1; 2p_2, p_1;$
8	$p_2, 2p_1;$
9	$3p_1.$

На рисунке 2 показаны трексы с шестью ( $p_3, p_2, p_1$ ) и семью ( $2p_2, p_1$ ) подвижностями. На эти трехзвенные соединения получены патенты РФ на изобретения № 2332600 и №2375619.

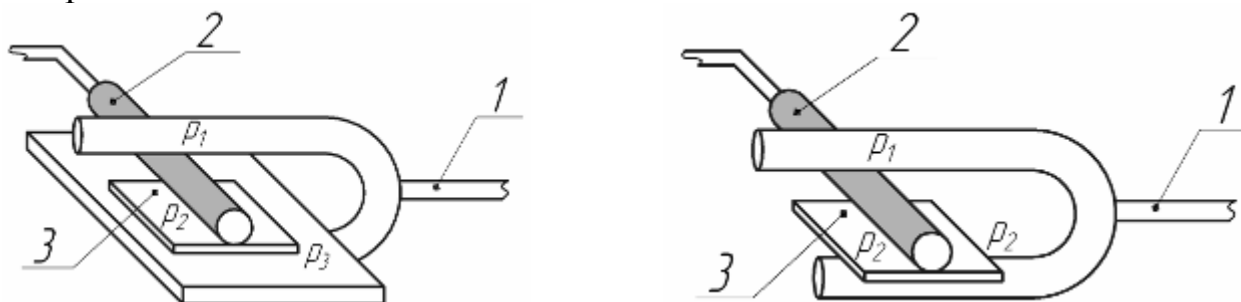


Рисунок 2 – Трехзвенные кинематические соединения

Возможно, найти все многообразие трексов, их применение в технике позволяет обойти ограничение на количество относительных движений в кинематических парах.

Трексы могут создаваться с  $\tau > 2$  до  $\tau = 10$  включительно, однако наибольшую относительную подвижность можно получить при  $\tau = 2$ .

Основы исследования трехзвенных механизмов позволили обратиться к принципиально новому виду соединений звеньев, а именно к трехзвенным кинематическим соединениям – трексам, как альтернативным использованию в технике кинематических пар.

Очевидно, могут существовать и более сложные, чем трехзвенные кинематические соединения (трексы) такие как четырех, пяти и более.

### Список литературы

1. Добровольский, В.В. Теория механизмов / В.В. Добровольский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: МАШГИЗ, 1953. – 472с.
2. Пат. 2332600 РФ, МПК<sup>6</sup> F16H 25/00, F16H 21/02, F16S 5/00. Трехзвенное кинематическое соединение (Трекс) с шестью относительными движениями / Дворников Л.Т., Попугаев М.Г.; – № 2007108182/11; приоритет от 05.03.2007; опубл. 27.08.2008, Бюл. №24.
3. Пат. 2375619 РФ, МПК<sup>6</sup> F16H 25/00, F16S 5/00. Трехзвенное кинематическое соединение (Трекс) с семью относительными движениями / Дворников Л.Т., Попугаев М.Г.; – № 2008139756/11; приоритет от 06.10.2008; опубл. 10.12.2009, Бюл. №34.

## ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТОСТАТИКИ ТРЕХСАТЕЛЛИТНОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА С ЧЕТЫРЕХЗВЕННОЙ ГРУППОЙ АССУРА

*Андреева Я.А., Жуков И.А.*

*Сибирский государственный индустриальный университет, г. Новокузнецк*

Рассмотрим принципиально новый трехсателлитный планетарный механизм [1], схема которого показана на рисунке 1,а. Механизм содержит в своем составе центральное подвижное колесо 1 с внешним зацеплением, основной сателлит 2, водило 3, ось которого является центральной осью механизма, два пассивных сателлита 4 и 5, дополнительно установленные трехпарное звено 6 и шатун 7, центральное неподвижное колесо 8 с внутренним зацеплением, выполненное за одно целое со стойкой, относительно которой рассматривается движение звеньев. Оси колес 1 и 8 соосны с центральной осью, а оси сателлитов 2, 4 и 5 выполнены подвижными.

Этот механизм является самоустанавливающимся, на этом основании предполагается, что приложенный к водилу  $H$  момент сопротивления  $M_C$  распределяется на 3 сателлита равномерно, так как все сателлиты имеют одинаковые геометрические размеры, т.е.

$$M_{C_i} = \frac{M_C}{3}, \tag{1}$$

где  $M_{C_i}$  – момент сопротивления на  $i$ -ом сателлите,  $i = 2, 4, 5$ .

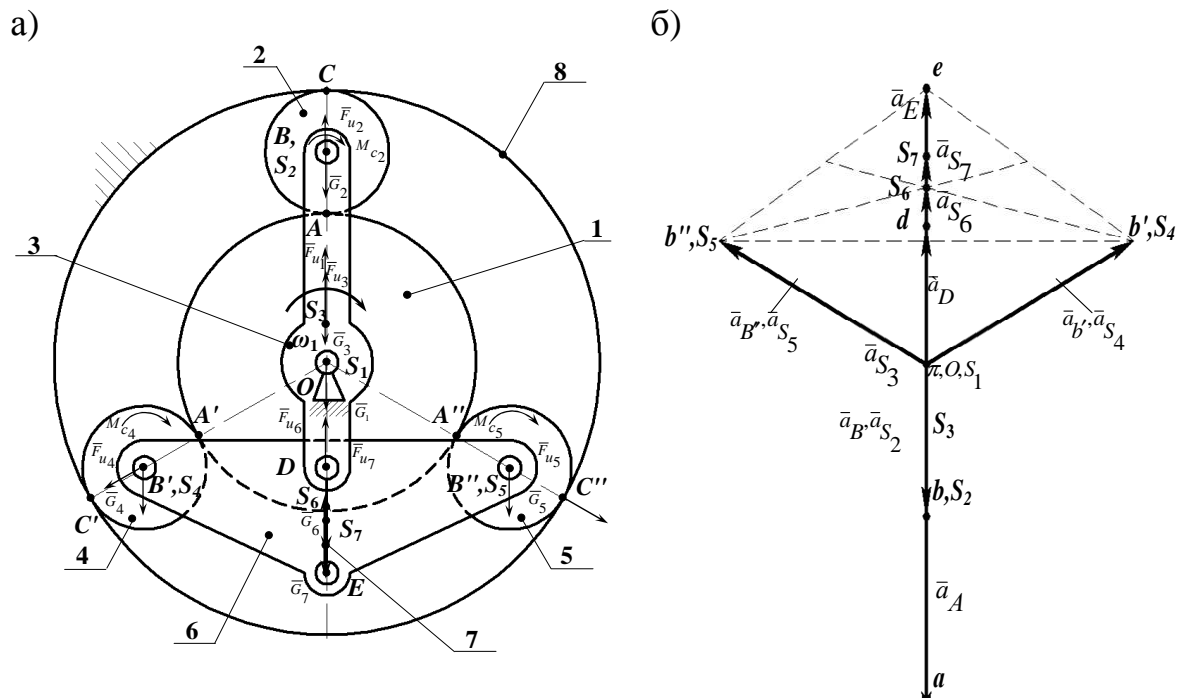


Рисунок 1 – Схема самоустанавливающегося трехсателлитного планетарного механизма и план ускорений

Для кинестатического исследования механизма необходимо применить уравнения статики, для чего следует воспользоваться принципом Даламбера: если ко всем силам, приложенным к звену или нескольким звеньям, добавить силы инерции, развиваемые этими звеньями, то данная система будет находиться в равновесии. Силы инерции  $F_u$  и моменты сил инерции  $M_u$  звеньев возникают при движении звеньев с ускорением. Из плана ускорений (рисунок 1,б) определяются ускорения центров тяжести звеньев  $S_i$  и угловые ускорения звеньев. Силы и моменты инерции вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \bar{F}_{u_1} &= 0; M_{u_1} = 0; \text{ т.к. } \varepsilon_i = 0, \\ \bar{F}_{u_i} &= -m_i \cdot \bar{a}_{S_i}; \quad i = 2 \dots 7, \\ M_{u_i} &= -J_{S_i} \cdot \varepsilon_i; \quad i = 2 \dots 7, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $J_{S_i}$  – момент инерции  $i$ -го звена, относительно оси, проходящей через его центр тяжести.

Вес звеньев определяется по формуле

$$G_i = m_i \cdot g; \quad i = 1 \dots 7, \quad (2)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го звена,  $g$  – ускорение свободного падения.

Исследуемый планетарный механизм состоит из двух групп нулевой подвижности: двухзвенной (2-3) и четырехзвенной (4-5-6-7). Выделим сначала структурную группу (4-5-6-7), заменяя связи с другими звеньями механизма их реакциями (рисунок 2). Приложим все внешние силы и моменты, действующие на систему, и определим реакции в кинематических парах.

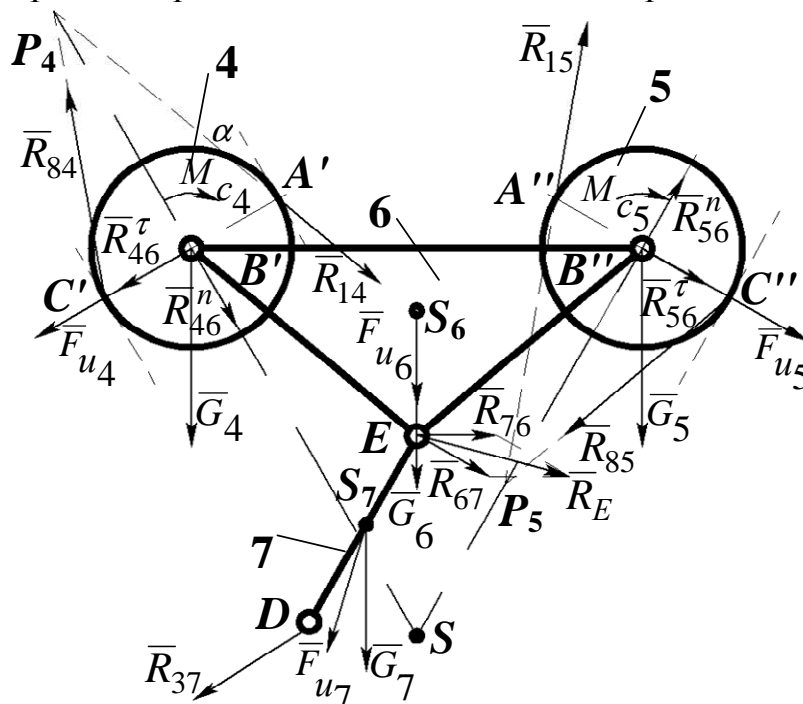


Рисунок 2 – Кинестатика четырехзвенной группы

В этой системе неизвестными являются: величина реакций  $R_{14}$ ,  $R_{84}$ ,  $R_{15}$ ,  $R_{85}$  – которые направлены под углом зацепления в точке контакта зубчатых колес; величина реакций  $R_{46}$  и  $R_{56}$ , которые раскладываются на нормальную

составляющую, направленную через центр спутника и точку пересечения реакций  $\bar{R}_{14}$  и  $\bar{R}_{84}$ ,  $\bar{R}_{15}$  и  $\bar{R}_{85}$  соответственно, и тангенциальную, направленную под прямым углом к нормальной;  $R_E$ , которая раскладывается на составляющие  $\bar{R}_{76}$  ( $\perp ED$ ) и  $\bar{R}_{67}$  ( $\perp ES$ ), где точка  $S$  находится на пересечении линий  $B'P_4$  и  $B''P_5$ . Из равновесия спутника 4, показанного на рисунке 3,а, получаем

$$\sum_{36.4} M_{P_4} = 0; R_{64}^{\tau} \cdot B'P_4 - G_4 \cdot h_{41} - F_{u4} \cdot B'P_4 - M_{c4} = 0 \Rightarrow R_{64}^{\tau}. \quad (3)$$

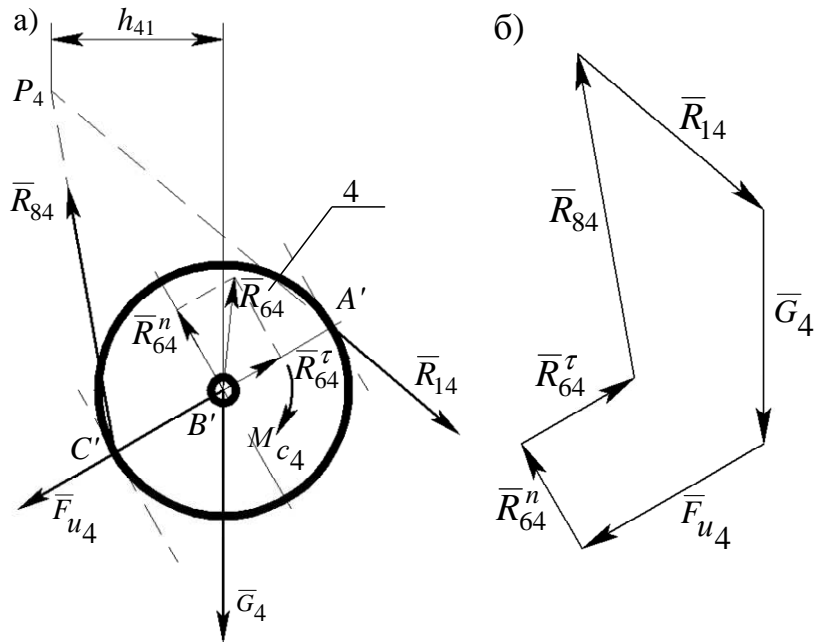


Рисунок 3 – Равновесие спутника 4

Из равновесия спутника 5, показанного на рисунке 4,а, получаем

$$\sum_{36.5} M_{P_5} = 0; R_{65}^{\tau} \cdot B''P_5 - G_5 \cdot h_{51} - F_{u5} \cdot B''P_5 - M_{c5} = 0 \Rightarrow R_{65}^{\tau}. \quad (4)$$

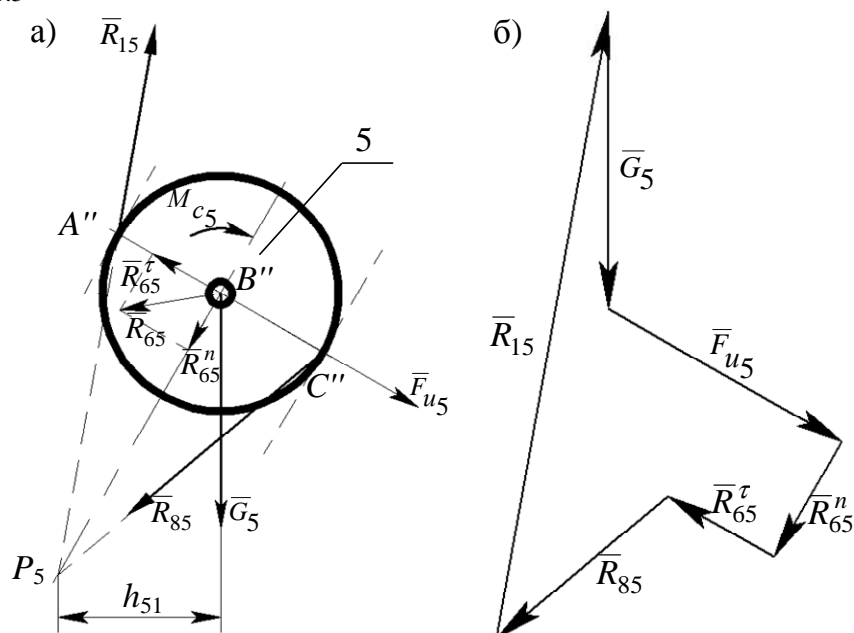


Рисунок 4 – Равновесие спутника 5

Из равновесия трехпарного звена 6, показанного на рисунке 5,а, получаем

$$\sum_{36.6} M(S) = 0; \quad -R_{76} \cdot ES - R_{56}^{\tau} \cdot B''S + R_{46}^{\tau} \cdot B'S = 0 \Rightarrow \bar{R}_{76}; \quad (5)$$

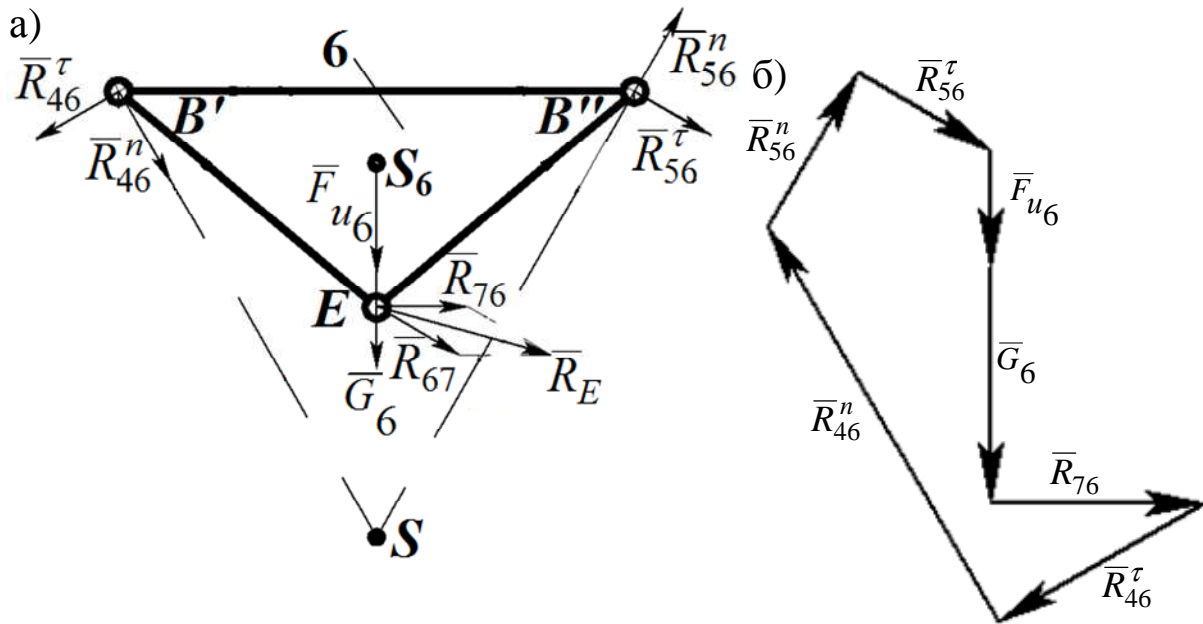


Рисунок 5 – Равновесие трехпарного звена 6

Из равновесия шатуна 7, показанного на рисунке 6,а, получаем

$$\sum_{36.7} M_D = 0; \quad -R_{67} \cdot ED - G_7 \cdot h_{71} - F_{u7} \cdot h_{72} = 0 \Rightarrow R_{67}. \quad (6)$$

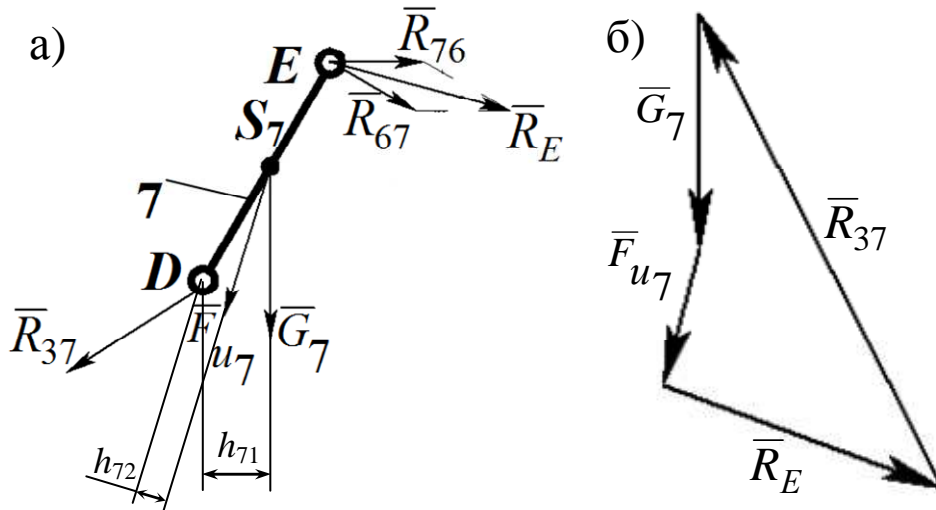


Рисунок 6 – Равновесие шатуна 7

Тогда  $\bar{R}_E = \bar{R}_{76} + \bar{R}_{67}$ .

Из плана сил для звена 6 (рисунок 5,б) определяем

$$\sum_{36.6} \bar{F} = 0; \quad \bar{R}_{46}^{\tau} + \bar{R}_{46}^n + \bar{R}_{56}^{\tau} + \bar{R}_{56}^n + \bar{G}_6 + \bar{F}_{u6} + \bar{R}_E = 0 \Rightarrow \bar{R}_{46}^n, \bar{R}_{56}^n. \quad (7)$$

Из плана сил для звена 7 (рисунок 6,б) определяем

$$\sum_{36.7} \bar{F} = 0; \quad \bar{R}_{37} + \bar{G}_7 + \bar{F}_{u7} + \bar{R}_E = 0 \Rightarrow \bar{R}_{37}. \quad (8)$$

Составляя план сил звена 4 (рисунок 3, б), находим

$$\sum_{36.4} \bar{F} = 0; \bar{R}_{14} + \bar{R}_{84} + \bar{G}_4 + \bar{F}_{u_4} + \bar{R}_{64}^n + \bar{R}_{64}^\tau = 0 \Rightarrow \bar{R}_{14}, \bar{R}_{84} \quad (9)$$

Из плана сил звена 5 (рисунок 4, б) определяем

$$\sum_{36.5} \bar{F} = 0; \bar{R}_{15} + \bar{R}_{85} + \bar{G}_5 + \bar{F}_{u_5} + \bar{R}_{65}^n + \bar{R}_{65}^\tau = 0 \Rightarrow \bar{R}_{15}, \bar{R}_{85}. \quad (10)$$

Далее, рассмотрим двухзвенную структурную группу нулевой подвижности (рисунок 7). В этой системе три неизвестных: величина реакций  $\bar{R}_{82}, \bar{R}_{12}$ , величина и направление реакции  $\bar{R}_{03}$ .

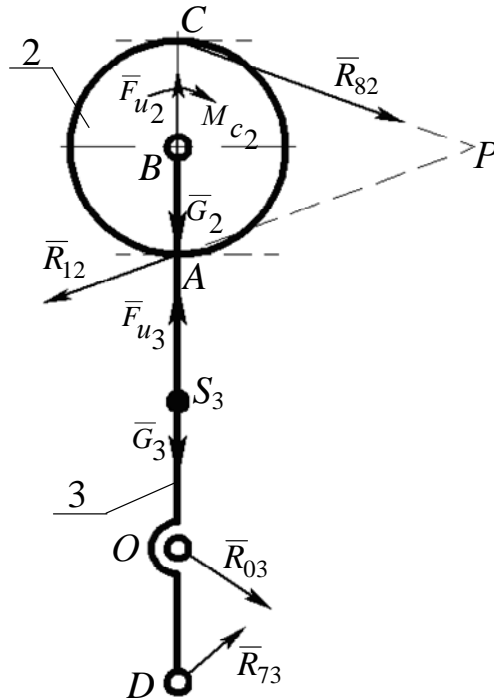


Рисунок 7 – Кинестатика двухзвенной группы

Из равновесия сателлита 2, показанного на рисунке 8,а, получаем

$$\sum_{36.2} M_{P_2} = 0; G_2 \cdot BP_2 - F_{u_2} \cdot BP_2 + R_{32}^n \cdot BP_2 - M_{C_2} = 0 \Rightarrow R_{32}^n. \quad (11)$$

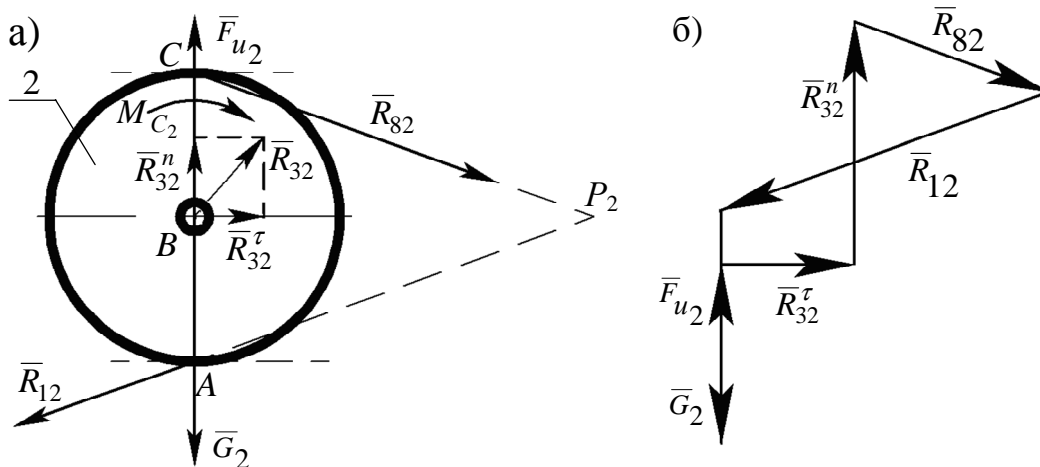


Рисунок 8 – Равновесие сателлита 2

Из равновесия водила 3, показанного на рисунке 9,а, получаем

$$\sum_{36.3} M_O = 0; R_{73} \cdot h_{31} + R_{23}^{\tau} \cdot OB = 0 \Rightarrow R_{23}^{\tau},$$

$$\sum_{36.3} \bar{F} = 0; \bar{R}_{23}^n + \bar{R}_{23}^{\tau} + \bar{G}_3 + \bar{F}_{u3} + \bar{R}_{73} + \bar{R}_{03} = 0 \Rightarrow \bar{R}_{03}. \quad (12)$$

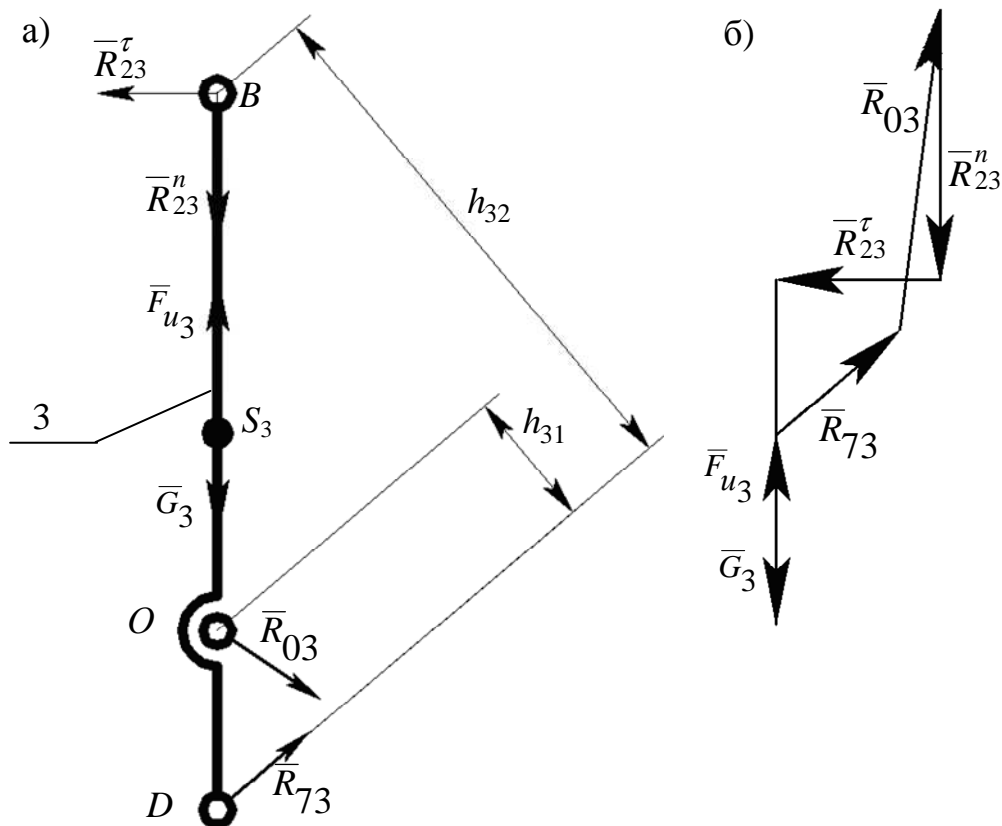


Рисунок 9 – Равновесие водила 3

Из плана сил для звена 2 (рисунок 8,б) определяем

$$\sum_{36.2} \bar{F} = 0; \bar{R}_{12} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{42} + \bar{R}_{32}^n + \bar{R}_{32}^{\tau} + \bar{R}_{82} = 0 \Rightarrow \bar{R}_{12}, \bar{R}_{82}. \quad (13)$$

Таким образом, найдены реакции в кинематических парах  $A(\bar{R}_{12}), A'(\bar{R}_{14}), A''(\bar{R}_{15}), B(\bar{R}_{32}), B'(\bar{R}_{64}), B''(\bar{R}_{65}), C(\bar{R}_{82}), C'(\bar{R}_{84}), C''(\bar{R}_{85}), D(\bar{R}_{37}), E(\bar{R}_{76}), O(\bar{R}_{03})$ .

К ведущему колесу 1 прикладываем уравновешивающий момент  $M_y$  (рисунок 10,а) и находим

$$\sum_{36.1} M_O = 0; M_y - (R_{21} + R_{47} + R_{51}) \cdot \frac{d}{2} \cos \alpha = 0 \Rightarrow M_y,$$

$$\sum_{36.1} \bar{F} = 0; \bar{R}_{21} + \bar{R}_{41} + \bar{R}_{51} + \bar{G}_1 + \bar{R}_{01} = 0 \Rightarrow \bar{R}_{01}. \quad (14)$$



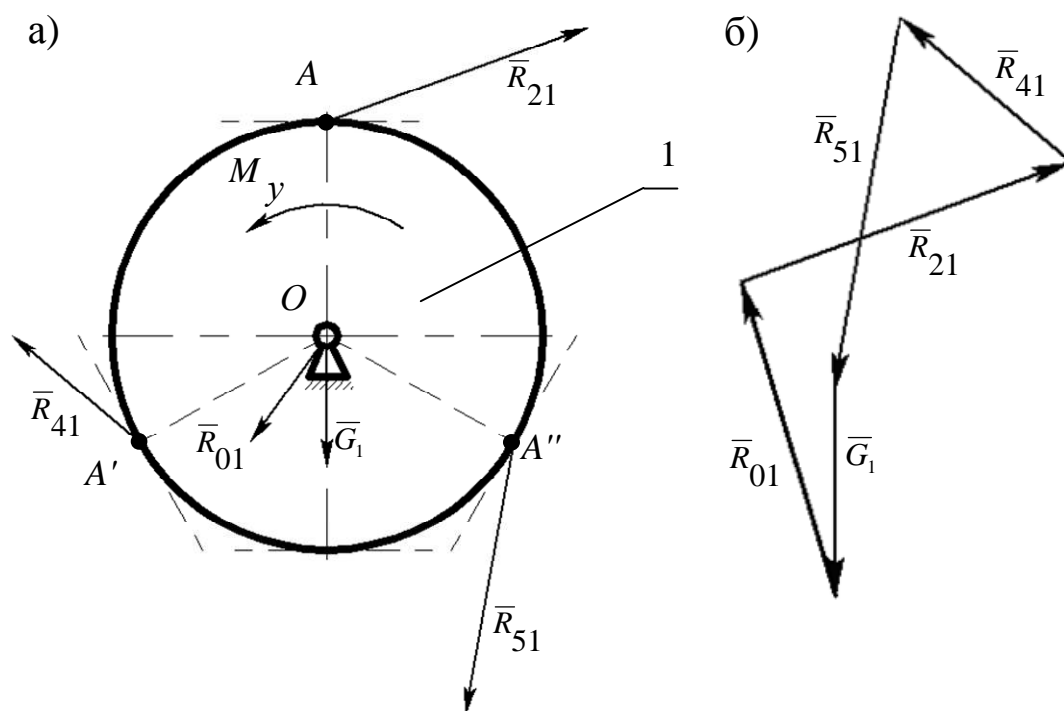


Рисунок 10 – Равновесие ведущего звена 1 и план сил

Таким образом, полная разрешимость задачи кинестатического анализа является доказательством статической определенности трехсателлитного планетарного механизма, дополнительные сателлиты которого соединены посредством трехпарного звена и шатуна.

### Список литературы

1. Патент №2419006. Самоустанавливающийся планетарный механизм / Дворников Л.Т., Дмитриев В.В., Андреева Я.А. – №2010108197; приоритет от 04.03.2010; опубл. 20.05.2011, Бюл. №14.

## ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ МАШИННОГО АГРЕГАТА ПО ЗАДАННОМУ КОЭФФИЦИЕНТУ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ХОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА ВТОРОГО РОДА

**Закабунин В.И.**

*Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова,  
Барнаул*

В статье приведена оригинальная методика использования уравнения Лагранжа второго рода для динамического анализа и синтеза машинного агрегата при его установившемся движении.

Если силы, приложенные к машине, зависят от обобщенной координаты, то задачи динамического анализа и синтеза машинного агрегата решают обычно с помощью уравнения движения в энергетической форме, т.е. теоремы об изменении кинетической энергии механической системы, которое решают либо методом Мерцалова, либо используя диаграмму энергомаасс [1, 2].

Ниже будет показано, что эта же задача может решена с помощью уравнения Лагранжа второго рода, причем природа сил, приложенных к машине, может быть любой.

Рассмотрим жесткую идеальную модель машинного агрегата с одной степенью подвижности, т.е. пренебрегаем упругостью звеньев, трением и зазорами в кинематических парах.

Для расчетной модели, показанной на рисунке 1, уравнение Лагранжа второго рода может быть записано в следующем виде

$$I_{np} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dI_{np}}{d\varphi} = M_{np} = M_{\partial} - |M_c|. \quad (1)$$

Здесь  $I_{np}$  – приведенный момент инерции масс звеньев машинного агрегата;  $M_{np}$  – приведенный момент внешних (заданных) сил, приложенных к машине;  $M_{\partial}$  – приведенный момент движущих сил;  $M_c$  – приведенный момент сил сопротивления;  $\omega$  – угловая скорость звена привода;  $\varphi$  – обобщенная координата (угол поворота звена привода);  $t$  – время.

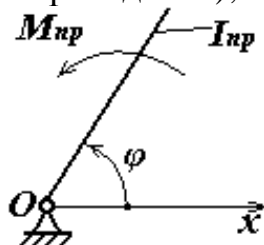


Рисунок 1

Параметры  $M_{\partial}$ ,  $M_c$ ,  $M_{np}$ ,  $I_{np}$ ,  $\frac{dI_{np}}{d\varphi}$  либо заданы, либо могут быть определены с помощью известных методов приведения сил и масс в машине [1, 2].

Величины  $\omega$  и  $\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon$  подлежат определению.

Необходимо отметить, что левая часть уравнения (1), взятая со знаком минус, дает величину приведенного момента сил инерции масс звеньев машинного агрегата относительно оси вращения звена приведения [3].

Подсчитаем составляющую этого момента  $\frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dI_{np}}{d\varphi}$ , отражающую влияние непостоянства приведенного момента инерции масс звеньев на закон движения звена приведения, предполагая, что  $\omega = \omega_{cp} = Const$ .

Такое предположение не должно вносить заметной погрешности в расчеты, так как при установившемся движении угловая скорость звена приведения изменяется в пределах

$$\text{от } \omega_{\max} = \omega_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \quad \text{до } \omega_{\min} = \omega_{cp} \left(1 - \frac{\delta}{2}\right). \quad (2)$$

Здесь  $\delta$  - коэффициент неравномерности хода машины, имеющий обычно малые значения.

С учетом этого, а также с учетом погрешностей, вносимых приближенными решениями нелинейных уравнений движения машинного агрегата, а также, зная, что силы, действующие в машине, описываются достаточно приближенно, можно считать такое допущение достаточно корректным.

Тогда уравнение (1) можно переписать так

$$I_{np} \frac{d\omega}{dt} = M_{np} - \frac{\omega_{cp}^2}{2} \cdot \frac{dI_{np}}{d\varphi} = M_{\delta} - |M_c| - \frac{\omega_{cp}^2}{2} \cdot \frac{dI_{np}}{d\varphi}. \quad (3)$$

Примечание: при решении многих задач считают, что  $I_{np} \approx Const$ .

Тогда  $\frac{dI_{np}}{d\varphi} = 0$  и нет смысла говорить о допущении, что  $\omega = \omega_{cp}$  в выражении  $\frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dI_{np}}{d\varphi}$ .

Правая часть уравнения (3) может быть определена и это дает возможность подсчитать угловое ускорение  $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$  звена приведения для ряда последовательных его положений внутри цикла установившегося движения и построить соответствующий график.

$$\varepsilon_i = \frac{1}{I_{npi}} \left( M_{npi} - \frac{\omega_{cp}^2}{2} \cdot \frac{dI_{np}}{d\varphi} \right), \quad (4)$$

где  $i$  – номер положения звена приведения.

Пусть построен график  $\varepsilon = \varepsilon(\varphi)$  изменения углового ускорения звена приведения (рисунок 2а).

Проинтегрируем этот график.

Так как

$$\int \varepsilon d\varphi = \int \frac{d\omega}{dt} d\varphi = \int \omega d\omega = \frac{\omega^2}{2} + c, \quad (5)$$

то вдоль оси ординат интегральной кривой (рисунок 2) получают значение  $\frac{\omega^2}{2}$  в масштабе

$$\mu_{\frac{\omega^2}{2}} = \mu_\varepsilon \cdot H \cdot \mu_\varphi \cdot \frac{1}{c^2 \cdot \text{мм}}. \quad (6)$$

Здесь  $c$  – начальное значение функции  $\frac{\omega^2}{2}$ , величина пока неизвестная;  $H$  – полюсное расстояние в миллиметрах;  $\mu_\varepsilon, \mu_\varphi$  – масштабы исходного графика.

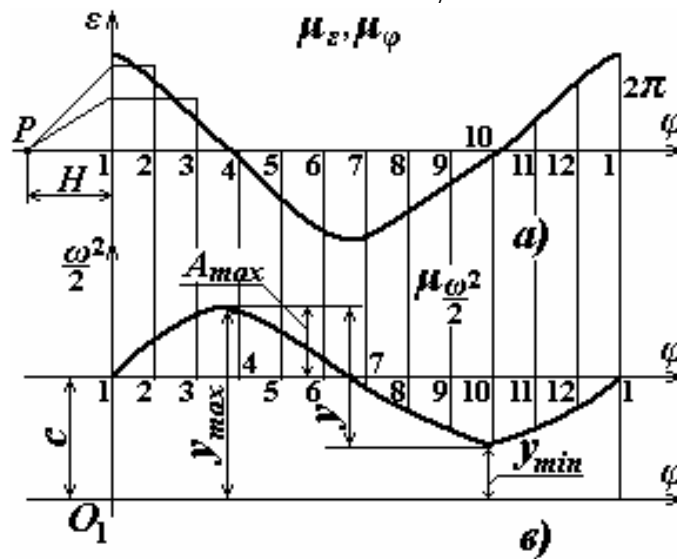


Рисунок 2

Из рисунка 2 видно, что  $y = y_{\max} - y_{\min}$ .

Отсюда

$$y \cdot \mu_{\frac{\omega^2}{2}} = \frac{\omega_{\max}^2}{2} - \frac{\omega_{\min}^2}{2}. \quad (7)$$

Так как

$$\frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2} = \delta \cdot \omega_{cp}^2, \quad (8)$$

где

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}} \quad (9) \text{ – коэффициент неравномерности хода машины, то}$$

$$y \cdot \mu_{\frac{\omega^2}{2}} = \delta \omega_{cp}^2. \quad (10)$$

Отсюда коэффициент неравномерности хода машины

$$\delta = \frac{1}{\omega_{cp}^2} \cdot y \cdot \mu_{\frac{\omega^2}{2}}. \quad (11)$$

Здесь  $y$  – отрезок в *миллиметрах*, измеренный на графике  $\frac{\omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2}(\varphi)$  (рисунок 2в).

Следует отметить, что применяемый в настоящее время процесс определения  $\delta$  с помощью диаграммы энергомасс является более трудоемким.

Найдя  $\delta$ , можно подсчитать конкретное значение  $\omega_{\max} = \omega_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)$  и  $\frac{\omega_{\max}^2}{2}$ .

Тогда ордината

$$y_{\max} = \frac{\omega_{\max}^2}{2} / \mu \frac{\omega^2}{2}, \quad \text{мм} \quad (12)$$

начало  $O_1$  системы координат для графика  $\frac{\omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2}(\varphi)$  (рисунок 2в).

$$c = y_{\max} - A_{\max}, \quad (13)$$

где  $A_{\max}$  измеряют в *миллиметрах* на графике  $\frac{\omega^2}{2}(\varphi)$ .

После этого, в случае необходимости, можно построить график  $\omega = \omega(\varphi)$  и с его помощью завершить динамический анализ машинного агрегата, построив график  $\varphi = \varphi(t)$ .

Определив  $\delta$  (смотри формулу (11)), перейдем к определению момента инерции маховика  $I_M$ , который нужно установить на звене приведения, чтобы обеспечить допустимое значение коэффициента неравномерности хода машины  $[\delta]$ .

Запишем уравнение движения машинного агрегата в дифференциальной форме после установки на звено приведения маховика с моментом инерции  $I_M$ .

$$(I_M + I_{npi}) \cdot \varepsilon_i^* = M_\delta - |M_c| - \frac{\omega_{cp}^2}{2} \cdot \frac{dI_{np}}{d\varphi}. \quad (14)$$

Здесь  $\varepsilon_i^*$  – угловое ускорение звена приведения с установленным маховиком.

Разделим (14) на  $I_{npi}$ .

Тогда с учетом (4) получим

$$\left(\frac{I_M}{I_{np}} + 1\right) \cdot \varepsilon_i^* = \varepsilon_i. \quad (15)$$

Примем в качестве  $I_{npi} = I_{npsp} = Const$ , т.е. среднее значение  $I_{npi}$  за один цикл установившегося движения.

$$\text{Тогда } \frac{I_M}{I_{npsp}} = \kappa, \quad (16)$$

и вместо (15) получим

$$(k+1) \cdot \varepsilon_i^* = \varepsilon_i. \quad (17)$$

Так как  $k+1 = Const$ , то из (17) следует, что график углового ускорения  $\varepsilon_i^* = \varepsilon_i^*(\varphi)$  будет совпадать с графиком  $\varepsilon_i = \varepsilon_i(\varphi)$ , но его масштаб будет равен

$$\mu_{\varepsilon^*} = \frac{\mu_{\varepsilon}}{k+1}, \quad (18)$$

где  $k$  – число показывающее во сколько раз момент инерции маховика  $I_M$  должен быть больше  $I_{нр ср}$ , чтобы обеспечить допустимое значение  $[\delta]$  (смотри соотношение (16)).

Так как вид графика  $\frac{\omega^{*2}}{2} = \frac{\omega^{*2}}{2}(\varphi)$  также не изменится (рисунок 2в), но его масштаб будет равен

$$\frac{\mu_{\omega^{*2}}}{2} = \mu_{\varepsilon^*} \cdot H \cdot \mu_{\varphi} = \mu_{\varepsilon} \cdot H \cdot \mu_{\varphi} \cdot \frac{1}{k+1} = \frac{\mu_{\omega^2}}{k+1}, \quad (19)$$

то

$$y \cdot \frac{\mu_{\omega^{*2}}}{2} = [\delta] \cdot \omega_{ср}^2 \quad (\text{смотри выражение (10)}).$$

Отсюда

$$y \cdot \frac{\mu_{\omega^2}}{k+1} = [\delta] \cdot \omega_{ср}^2 \quad \text{или}$$

$$k = \frac{y \cdot \mu_{\omega^2} - [\delta] \cdot \omega_{ср}^2}{[\delta] \cdot \omega_{ср}^2} = \frac{\delta - [\delta]}{[\delta]}. \quad (20)$$

Здесь  $\delta$  – коэффициент неравномерности хода машины при отсутствии маховика.

В результате

$$I_M = k \cdot I_{нр ср}. \quad (21)$$

Последовательность решения задачи:

1 По заданной кинематической схеме машинного агрегата, зная массовые характеристики всех подвижных звеньев и механические характеристики сил, приложенных к машине, определяем для ряда последовательных положений звена приведения внутри цикла установившегося движения  $M_{\omega}$ ,  $M_{\omega}$ ,  $M_{нр}$ ,  $I_{нр}$ ,  $\frac{dI_{нр}}{d\varphi}$ .

2 Подсчитываем величины

$$\frac{\omega_{ср}^2}{2} \cdot \frac{dI_{нр i}}{d\varphi}, \quad M_{нр i} - \frac{\omega_{ср}^2}{2} \cdot \frac{dI_{нр}}{d\varphi}.$$

3 По формуле (4) подсчитываем  $\varepsilon_i$  и строим график  $\varepsilon_i = \varepsilon_i(\varphi)$ .

4 Интегрируем графически график  $\varepsilon_i = \varepsilon_i(\varphi)$  и получаем график  $\frac{\omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2}(\varphi)$ .

С помощью этого графика находим по формуле (11) коэффициент неравномерности хода машины  $\delta$ .

5 По формуле (20) находим параметр  $\kappa$ , а затем требуемый момент инерции маховика

$$I_M = \kappa \cdot I_{нр ср}.$$

**Выводы.**

1. При решении задач динамического анализа и синтеза механических систем с идеальными голономными связями не следует ограничивать область применения уравнения Лагранжа второго рода случаями, когда силы, приложенные к машине зависят от скорости или/и времени движения звена приведения.

2. Предложен метод динамического анализа установившегося режима работы машины и метод динамического синтеза по заданному коэффициенту неравномерности хода машины, в которых органично взаимосвязаны процесс определения имеющейся неравномерности хода и последующий процесс определения момента инерции маховика. Причем, последняя задача решается исключительно просто.

### **Список литературы**

1. Теория механизмов и машин. Учебник для втузов/под ред. К.В. Фролова. – М: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 662 с.
2. Закабунин В.И. Теория механизмов и машин. Синтез механизмов. Учебное пособие / Алт. гос. техн. ун-т им. И.И. Ползунова. – Барнаул: АлтГТУ, 2006. – 222 с.
3. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. Учебник для втузов. – М. Высшая школа, 1990. – 607 с.

## ВЛИЯНИЕ КОРОНКИ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ «СИЛА-ВНЕДРЕНИЕ»

*Шапошников И.-И.Д.*

*Германия, Эльмсхорн (Elmshorn, Deutschland)*

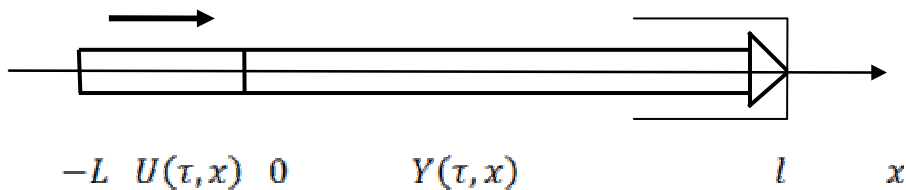
### 1. Введение

По-существу вопроса настоящая статья является продолжением исследований автором влияния коронки на процесс бурения продольным ударом, [1, 2], и посвящена ее влиянию на функцию «сила - внедрение» -  $k = \frac{P(l)}{Y(l)}$ , которую получают путем обработки осциллограмм прямой (к забоя),

и отраженной (от забоя), волн деформаций. Исследователям известно, что регистрируемая осциллографом отраженная волна содержит информацию о том, что происходит на границе штанга - коронка, а не на границе лезвие - горная порода. Оказалось, что тело коронки существенно искажает информацию о процессе, происходящем на второй из названных границ. Учитывается ли этот факт, автору неизвестно.

Штангу, призабойный конец которой оформлен только в виде лезвия, называю «без коронки», а штангу, призабойный конец которой снабжен отдельной коронкой (с лезвием), называю «с коронкой». В частности, долотчатая коронка «40-25» имеет массу  $M \approx 0.5$  кг, при длине  $\approx 70$  мм. Штанга же, диаметром 32мм такой же длины, имеет массу  $\approx 0.05$  кг.

### 2. Расчетная схема и задача «сила – внедрение» без коронки



Волновые уравнения, начальные и граничные условия:

$$\begin{aligned}
 U_{xx}(\tau, x) - U_{\tau\tau}(\tau, x) &= 0; & U(0, x) &= 0; & U_{\tau}(0, x) &= \frac{V}{a} = 2\varepsilon_0 \\
 Y_{xx}(\tau, x) - Y_{\tau\tau}(\tau, x) &= 0; & Y(0, x) &= 0; & Y_{\tau}(0, x) &= 0;
 \end{aligned}$$

$$1) U_x(\tau, -L) = 0; \quad 2) U(\tau, 0) = Y(\tau, 0); \quad 3) U_x(\tau, 0) = Y_x(\tau, 0); \quad 4) Y_x(\tau, l) + bY(\tau, l) = 0;$$

(Обозначения, размерности и исходные данные – в разделе 4. Пример).

Решение этого уравнения для первого, главного, внедрения известно. Это волны смещений, прямая и обратная:

$$\begin{aligned}
 Y(\tau, x) = \varepsilon_0 \left\{ \tau^* \cdot 1(\tau - x) - \tau^* \cdot 1(\tau - x - 2L) + \left[ \frac{2}{b}(1 - e^{-b\tau^*}) - \tau^* \right] \cdot 1(\tau + x - 2l) - \right. \\
 \left. - \left[ \frac{2}{b}(1 - e^{-b\tau^*}) - \tau^* \right] \cdot 1(\tau + x - 2l - 2L) \right\};
 \end{aligned} \tag{1}$$



(Аргумент  $\tau^*$  равен аргументу единичной функции).

2.1. Получение функции «Сила-внедрение» из (1).

Глубину внедрения получаем из этой формулы при  $x = l$ :

$$Y(\tau, l) = \varepsilon_0 \frac{2}{b} \left\{ \left[ (1 - e^{-b\tau^*}) \right] \cdot 1(\tau - l) - \left[ (1 - e^{-b\tau^*}) \right] \cdot 1(\tau - l - 2L) \right\} \quad (1.1)$$

Силу внедрения получаем в виде деформации на конце штанги из волн деформаций, - частной производной по  $x$  от (1):

Волны деформаций:

$$Y_x(\tau, x) = \varepsilon_0 \left\{ -1 \cdot 1(\tau - x) + 1 \cdot 1(\tau - x - 2L) + \left[ 2e^{-b\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2l) - \left[ 2e^{-b\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2l - 2L) \right\} \quad (2)$$

На конце штанги:

$$Y_x(\tau, l) = -2\varepsilon_0 \left\{ \left[ (1 - e^{-b\tau^*}) \right] \cdot 1(\tau - l) - \left[ (1 - e^{-b\tau^*}) \right] \cdot 1(\tau - l - 2L) \right\}$$

Сила:

$$P(\tau, l) = EAY_x(\tau, l) \quad (2.1)$$

(! Соблюдается граничное условие:  $Y_x(\tau, l) + bY(\tau, l) = 0$ ).

2.2. Методика получения функции «сила-внедрение» с помощью осциллограмм прямого и обратного импульса известна. Импульсы деформаций графически суммируют и получают деформацию на конце штанги. Из импульсов деформаций получают импульсы скоростей, (легко), затем их графически интегрируют и также суммируют. Получают глубину внедрения. Далее, из обеих сумм исключают время и получают искомую функцию «сила-внедрение».

Эту методику выполняю аналитически, для того, чтобы во второй части исследования использовать ее при решении поставленной задачи для штанги, снабженной коронкой, и узнать насколько существенно последняя влияет на искомую функцию, полученную без коронки.

Далее понадобятся отдельно волны деформаций и волны скоростей – частные производные от (1) по  $x$  и  $\tau$ , соответственно. Волны деформаций приведены выше, формула (2).

Волны скоростей:

$$Y_x(\tau, x) = \varepsilon_0 \left\{ 1 \cdot 1(\tau - x) - 1 \cdot 1(\tau - x - 2L) + \left[ 2e^{-b\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2l) - \left[ 2e^{-b\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2l - 2L) \right\} \quad (3)$$

Из них: а) – прямая волна деформаций,

$Y_{xa}(\tau, x) = \varepsilon_0 \left\{ -1 \cdot 1(\tau - x) + 1 \cdot 1(\tau - x - 2L) \right\}$ , которую осциллограф регистрирует в виде осциллограммы прямого импульса, известного как «прямоугольный» импульс:

$$Y_{xa}(\tau) = -\varepsilon_0 \left\{ 1 \cdot 1(\tau) - 1 \cdot 1(\tau - 2L) \right\} \quad (2a)$$

б) – обратная, отраженная от забоя, волна деформаций,

$Y_{xb}(\tau, x) = \varepsilon_0 \left\{ \left[ 2e^{-b\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2l) - \left[ 2e^{-b\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2l - 2L) \right\}$ , которую осциллограф регистрирует в виде осциллограммы обратного импульса:

$$Y_{xb}(\tau) = \varepsilon_0 \{ [2e^{-b\tau^*} - 1] \cdot 1(\tau) - [2e^{-b\tau^*} - 1] \cdot 1(\tau - 2L) \}; \quad (2b)$$

а) – прямой импульс скоростей можно записать сразу, сравнив прямую волну из (3) с прямой волной из (2). Они различны только в знаках.

$$Y_{xa}(\tau, x) = \varepsilon_0 \{ +1 \cdot 1(\tau) - 1 \cdot 1(\tau - 2L) \}; \quad (3a)$$

б) – сравнив также (3) и (2), получаем обратный импульс скоростей

$$Y_{xb}(\tau) = \varepsilon_0 \{ [2e^{-b\tau^*} - 1] \cdot 1(\tau) - [2e^{-b\tau^*} - 1] \cdot 1(\tau - 2L) \}; \quad (3b)$$

Замечаем, что  $Y_{xa}(\tau) = -Y_{xb}(\tau)$ ,  $Y_{xb}(\tau) = -Y_{xa}(\tau)$ . Это – общее свойство, в соответствии с аргументами прямой и обратной волн:  $(\tau - x)$  и  $(\tau + x)$ .

Деформация на конце штанги:  $Y_{x\Sigma} = Y_{xa}(\tau) + Y_{xb}(\tau)$ :

$$Y_{x\Sigma} = -2\varepsilon_0 \{ [(1 - e^{-b\tau^*}) - \tau^*] \cdot 1(\tau) - [(1 - e^{-b\tau^*}) - \tau^*] \cdot 1(\tau - 2L) \}; \quad (2.1.1)$$

При вычислении по формуле (2.1) задаем время  $\tau = \tau + l$ , для того, чтобы волна достигла лезвия, поэтому получаем одинаковые результаты для формул (2.1) и (2.1.1).

Интегрируем импульсы скоростей.

$$Y_a(\tau) = \int_0^{\tau} \varepsilon_0 \{ +1 \cdot 1(\xi) - 1 \cdot 1(\xi - 2L) \} d\xi = \varepsilon_0 \{ \tau^* \cdot 1(\tau) - \tau^* \cdot 1(\tau - 2L) \};$$

$$Y_b(\tau) = \int_0^{\tau} \varepsilon_0 \{ [2e^{-b\xi} - 1] \cdot 1(\xi) - [2e^{-b\xi} - 1] \cdot 1(\xi - 2L) \} d\xi = \varepsilon_0 \left\{ \left[ \frac{2}{b} (1 - e^{-b\tau^*}) - \tau^* \right] \cdot 1(\tau) - \left[ \frac{2}{b} (1 - e^{-b\tau^*}) - \tau^* \right] \cdot 1(\tau - 2L) \right\};$$

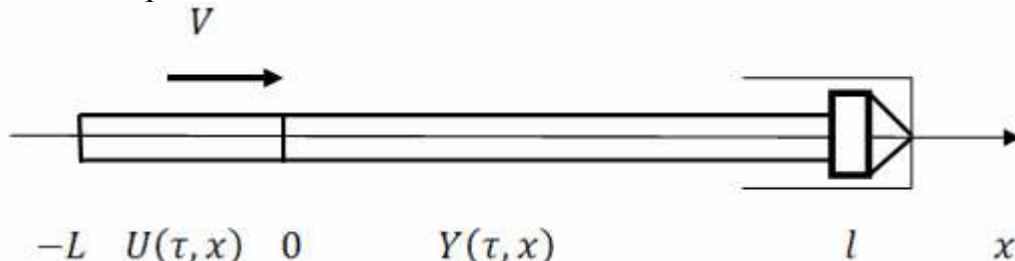
Перемещение конца штанги, внедрение,  $Y_{\Sigma} = Y_a(\tau) + Y_b(\tau)$ :

$$Y_{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{2}{b} \{ [(1 - e^{-b\tau^*})] \cdot 1(\tau) - [(1 - e^{-b\tau^*})] \cdot 1(\tau - 2L) \}; \quad (1.1.1)$$

(! Также соблюдается граничное условие  $Y_x(\tau) + bY(\tau) = 0$ ).

Таким образом, как и следовало ожидать, получены одинаковые результаты для  $Y_x(\tau)$  и  $Y(\tau)$  по обоим методикам.

3. Расчетная схема и задача «сила-внедрение» с коронкой. Коронку представляю сосредоточенной массой, величиной  $M$ .



Волновые уравнения, начальные и граничные условия:

$$U_{xx}(\tau, x) - U_{\tau\tau}(\tau, x) = 0; \quad U(0, x) = 0; \quad U_{\tau}(0, x) = \frac{V}{a} = 2\varepsilon_0$$

$$Y_{xx}(\tau, x) - Y_{\tau\tau}(\tau, x) = 0; \quad Y(0, x) = 0; \quad Y_{\tau}(0, x) = 0;$$

1)  $U_x(\tau, -L) = 0$ ; 2)  $U(\tau, 0) = Y(\tau, 0)$ ; 3)  $U_x(\tau, 0) = Y_x(\tau, 0)$ ; 4)  $Y_x(\tau, l) + bY(\tau, l) + mY_{\tau\tau}(\tau, l) = 0$ ;  
(Обозначения, размерности и исходные данные – в разделе 4. Пример).

Решение этого уравнения для первого, главного, внедрения известно. Это волны смещений, прямая и обратная, [1]:

$$Y(\tau, x) = \varepsilon_0 \{ \tau^* \cdot 1(\tau - x) - \tau^* \cdot 1(\tau - x - 2L) + \left[ \frac{q+s}{bs} (1 - e^{-(q-s)\tau^*}) - \frac{q-s}{bs} (1 - e^{-(q+s)\tau^*}) - \tau^* \right] \cdot 1(\tau + x - 2l) - \left[ \frac{q+s}{bs} (1 - e^{-(q-s)\tau^*}) - \frac{q-s}{bs} (1 - e^{-(q+s)\tau^*}) - \tau^* \right] \cdot 1(\tau + x - 2l - 2L) \}; \quad (4)$$

(Аргумент  $\tau^*$  равен аргументу единичной функции).

Здесь:  $q = 1/(2m)$ ;  $s = q\sqrt{1-4bm}$ ;  $m = Ma^2/(EA)$ ;

3.1. Получение функции «сила-внедрение» из формулы (4). Глубину внедрения получаю из этой формулы при  $x=l$ :

$$Y(\tau, l) = \varepsilon_0 \frac{1}{bs} \{ [(q+s)(1 - e^{-(q-s)\tau^*}) - (q-s)(1 - e^{-(q+s)\tau^*})] \cdot 1(\tau - l) - [(q+s)(1 - e^{-(q-s)\tau^*}) - (q-s)(1 - e^{-(q+s)\tau^*})] \cdot 1(\tau - l - 2L) \}; \quad (4.1)$$

Силу внедрения получаю в виде деформации на конце штанги из волн деформаций, - частной производной по  $x$  от волны (4):

Волны деформаций:

$$Y_x(\tau, x) = \varepsilon_0 \{ -1 \cdot 1(\tau - x) + 1 \cdot 1(\tau - x - 2L) + \left[ \frac{1}{ms} e^{-(q-s)\tau^*} - \frac{1}{ms} e^{-(q+s)\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2l) - \left[ \frac{1}{ms} e^{-(q-s)\tau^*} - \frac{1}{ms} e^{-(q+s)\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2l - 2L) \}; \quad (4.2)$$

На конце штанги:

$$Y_x(\tau, l) = \varepsilon_0 \frac{1}{ms} \{ [e^{-(q-s)\tau^*} - e^{-(q+s)\tau^*} - 2ms] \cdot 1(\tau - l) - [e^{-(q-s)\tau^*} - e^{-(q+s)\tau^*} - 2ms] \cdot 1(\tau - l - 2L) \}; \quad (4.2.1)$$

В отличие от случая «без коронки», в котором  $b = -\frac{Y_x(\tau, l)}{Y(\tau, l)}$ , здесь «с коронкой»,  $b \neq -\frac{Y_x(\tau, l)}{Y(\tau, l)}$ . Это также следует из граничного условия

4)  $Y_x(\tau, l) + bY(\tau, l) + mY_{\tau\tau}(\tau, l) = 0$ , которое также соблюдается, (проверено). Тем не менее, искомую величину « $b$ » также можно находить с помощью осциллограмм. Добавляется только работа по графическому дифференцированию обратной волны скоростей. Однако, при добавляются две погрешности: одна от дополнительной процедуры дифференцирования, другая – от неточного знания величины массы коронки, которая реально участвует в отражении волны деформации. Для получения функции «сила-внедрение», (или величины « $b$ ») надежнее воспользоваться буром-штангой, конец которой выполнен в виде лезвия, соответствующего лезвию коронки, причем с твердосплавной пластиной, наименьшей возможной толщины и высоты, то есть – штангой «без коронки».

3.2. Методика получения функции «сила-внедрение» с помощью осциллограмм прямого и обратного импульса, - пояснения в 2.2.

Волны деформаций приведена выше, формула (4.2).

Волны скоростей:

$$\begin{aligned}
Y_{\tau}(\tau, x) = & \varepsilon_0 \{ +1 \cdot 1(\tau - x) - 1 \cdot 1(\tau - x - 2L) + \\
& + \left[ \frac{1}{ms} e^{-(q-s)\tau^*} - \frac{1}{ms} e^{-(q+s)\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2L) - \left[ \frac{1}{ms} e^{-(q-s)\tau^*} - \right. \\
& \left. - \frac{1}{ms} e^{-(q+s)\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2l - 2L) \}. \quad (4.3)
\end{aligned}$$

Из них: а) – прямая волна деформаций, которую осциллограф зарегистрирует в виде осциллограммы прямого импульса, известного как «прямоугольный» импульс:

$$Y_{xa}(\tau) = -\varepsilon_0 \{ 1 \cdot 1(\tau) - 1 \cdot 1(\tau - 2L) \} \quad (4.2a)$$

б) – обратная, отраженная от забоя, волна деформаций,

$$\begin{aligned}
Y_{xb}(\tau, x) = & \varepsilon_0 \left\{ \left[ \frac{1}{ms} e^{-(q-s)\tau^*} - \frac{1}{ms} e^{-(q+s)\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2L) - \left[ \frac{1}{ms} e^{-(q-s)\tau^*} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{ms} e^{-(q+s)\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau + x - 2l - 2L) \right\} ,
\end{aligned}$$

которая будет в виде осциллограммы обратного импульса:

$$\begin{aligned}
Y_{xb}(\tau) = & \varepsilon_0 \left\{ \left[ \frac{1}{ms} e^{-(q-s)\tau^*} - \frac{1}{ms} e^{-(q+s)\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau) - \left[ \frac{1}{ms} e^{-(q-s)\tau^*} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{ms} e^{-(q+s)\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau - 2L) \right\} \quad (4.2b)
\end{aligned}$$

а) – прямой импульс скоростей можно записать как (3а):

$$Y_{za}(\tau, x) = \varepsilon_0 \{ +1 \cdot 1(\tau) - 1 \cdot 1(\tau - 2L) \};$$

б) – обратный импульс скоростей – из (4.3):

$$\begin{aligned}
Y_{zb}(\tau) = & \varepsilon_0 \left\{ \left[ \frac{1}{ms} e^{-(q-s)\tau^*} - \frac{1}{ms} e^{-(q+s)\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau) - \left[ \frac{1}{ms} e^{-(q-s)\tau^*} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{ms} e^{-(q+s)\tau^*} - 1 \right] \cdot 1(\tau - 2L) \right\}. \quad (4.3b)
\end{aligned}$$

Деформация на конце штанги:  $Y_{x\Sigma} = Y_{xa}(\tau) + Y_{xb}(\tau)$ :

$$\begin{aligned}
Y_{x\Sigma} = Y_x(\tau) = & \varepsilon_0 \frac{1}{ms} \{ [e^{-(q-s)\tau^*} - e^{-(q+s)\tau^*} - 2ms] \cdot 1(\tau) - [e^{-(q-s)\tau^*} - \\
& - e^{-(q+s)\tau^*} - 2ms] \cdot 1(\tau - 2L) \} \quad (4.2.2)
\end{aligned}$$

Также при вычислениях задаю время  $\tau = \tau + l$ , для того, чтобы волна достигла лезвия, поэтому получены одинаковые результаты для формул (4.2.1) и (4.2.2).

Интегрирую импульсы скоростей:

$$Y_a(\tau) = \int_0^{\tau} \varepsilon_0 \{ +1 \cdot 1(\xi) - 1 \cdot 1(\xi - 2L) \} d\xi = \varepsilon_0 \{ \tau^* \cdot 1(\tau) - \tau^* \cdot 1(\tau - 2L) \};$$

$$Y_b(\tau) = \int_0^\tau \varepsilon_0 \frac{1}{ms} \{ [e^{-(q-s)\xi} - e^{-(q+s)\xi} - 2ms] \cdot 1(\xi) - [e^{-(q-s)\xi} - e^{-(q+s)\xi} - 2ms] \cdot 1(\xi - 2L) \} d\xi = \varepsilon_0 \left\{ \left[ \frac{q+s}{bs} (1 - e^{-(q-s)\tau^*}) - \frac{q-s}{bs} (1 - e^{-(q+s)\tau^*}) - \tau^* \right] \cdot 1(\tau) - \left[ \frac{q+s}{bs} (1 - e^{-(q-s)\tau^*}) - \frac{q-s}{bs} (1 - e^{-(q+s)\tau^*}) - \tau^* \right] \cdot 1(\tau - 2L) \right\}. \quad (4)$$

Перемещение конца штанги, внедрение,  $Y_\Sigma = Y_a(\tau) + Y_b(\tau)$ :

$$Y_\Sigma = \varepsilon_0 \frac{1}{bs} \{ [(q+s)(1 - e^{-(q-s)\tau^*}) - (q-s)(1 - e^{-(q+s)\tau^*})] \cdot 1(\tau) - [(q+s)(1 - e^{-(q-s)\tau^*}) - (q-s)(1 - e^{-(q+s)\tau^*})] \cdot 1(\tau - 2L) \}; \quad (4.1)$$

(! Граничное условие 4)  $Y_x(\tau, l) + bY(\tau, l) + mY_{\tau\tau}(\tau, l) = 0$  также соблюдается, также имеется в виду конец штанги с лезвием).

Для контроля получена вторая частная производная  $Y_{\tau\tau}(\tau, x)$ .

Таким образом, как и следовало ожидать, получены одинаковые результаты для  $Y_x(\tau)$  и  $Y(\tau)$  по обоим методикам.

#### 4. Пример

##### 4.1. Обозначения, размерности, исходные данные

$Y(\tau, x)$  - волна смещений, м;  $Y_x(\tau, x) = \frac{\partial Y(\tau, x)}{\partial x}$  - частная производная (волна деформаций);

$1(\tau)$  - функция Хевисайда.  $1(\tau) = 1$ , при  $\tau \geq 0$ ,  $1(\tau) = 0$ , при  $\tau < 0$ ;  $\tau = at$  - «время» - длина штанги, пройденная волной, м;

$a$  - скорость волны в стали,  $a \sim 5180$  м/с;  $t$  - время, с;  $V$  - скорость бойка, м/с.

Принято:  $V_0 = 7,7$  м/с;  $\varepsilon_0 = \frac{V}{(2a)}$  - деформация в штанге при ударе бойком, равного с ней поперечного сечения;  $\varepsilon_0 \sim 7,42 \cdot 10^{-4}$ ;  $L$  - длина бойка, м;  $l$  - длина штанги, м;  $A$  - площадь поперечного сечения бойка и штанги, м<sup>2</sup>.

Штанга и боек  $\varnothing 31,5 \cdot \varnothing 9,1$  мм  $\rightarrow A \sim 7,14 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>;  $l_{\varnothing} \gg 2L$ ;

$k$  - коэффициент жесткости лезвие – порода «сила-внедрение», Н/м;

$f$  - коэффициент крепости горной породы по М.М. Протодряконову;

$b = k/(EA)$  - коэффициент жесткости «порода-штанга», 1/м;

$k_{\bar{n}\bar{o}} = R_{\bar{n}\bar{e}} 2l_{\bar{e}} tg 0,5\gamma^0 \sim f \cdot 10^7 2l_{\bar{e}} \cdot tg 0,5\gamma^0$  Н/м. Согласно [3].

$k_{\bar{n}\bar{o}} \sim 1,12 \cdot 10^6 f$  для  $l_{\bar{e}} = 42$  мм,  $\gamma = 110^0$ ;  $\rightarrow$

$\rightarrow b_7 \sim 0,05$  1/м;  $b_{14} \sim 0,10$  1/м;  $b_{21} \sim 0,15$  1/м;

$k_{\bar{a}\bar{e}\bar{i}} \sim 6,65 \cdot 10^6 f$  Н/м. Согласно [4]. В этом варианте:

$\rightarrow b_7 \sim 0,3$  1/м;  $b_{14} \sim 0,6$  1/м;  $b_{21} \sim 0,9$  1/м;

Для исследования приняты:

$b_1 \sim 0,05$  1/м;  $b_2 \sim 0,50$  1/м;  $b_3 \sim 1,0$  1/м;

$A_{y\partial} = 0,5m_0V^2 = EA\varepsilon_0^2 2L$ ; - энергия удара, Н·м = Дж;

$M$  - масса коронки, кг.  $m = Ma^2/(EA)$  - ее аналог.

#### 4.2. Подготовительные расчеты

Штанга:  $A = 7,14 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;

Боек:  $A = 7,14 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $L = 0,35 \text{ м}$ ;  $V_0 = 7,7 \text{ м/с}$ ;  $A_{\partial\partial} = 58 \text{ Дж}$ ;

$2L = 0,7 \text{ м}$ ;  $2\varepsilon_0 = 1,484 \cdot 10^{-3}$ ;  $2\varepsilon_0 = 1,484$  ← для расчета  $Y(l)$  в мм.

Коронка:  $m = Ma^2/(EA) \text{ м}$ ;  $q = 1/(2m) \text{ 1/м}$ ;  $s = q\sqrt{1-4bm} \text{ 1/м}$ ;

1)  $M = 1 \text{ кг}$ :  $m = 0,179 \sim 0,2 \text{ м}$ ;  $q = 2,5 \text{ 1/м}$ ;

$s_{11} = 2,449489743 \text{ 1/м}$ ;  $s_{12} = 1,936491673 \text{ 1/м}$ ;  $s_{13} = 1,118033989 \text{ 1/м}$ ;

2)  $M = 0,5 \text{ кг}$ :  $m = 0,089 \sim 0,1 \text{ м}$ ;  $q = 5 \text{ 1/м}$ ;

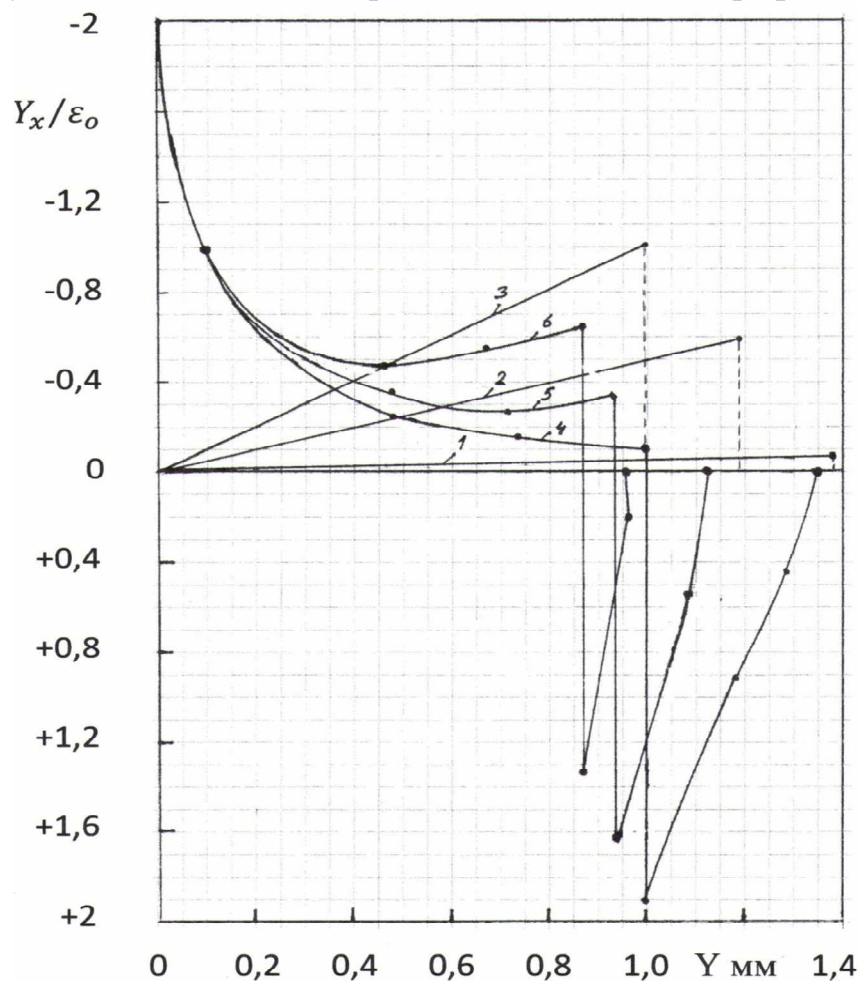
$s_{21} = 4,949747468 \text{ 1/м}$ ;  $s_{22} = 4,472135955 \text{ 1/м}$ ;  $s_{23} = 3,872983346 \text{ 1/м}$ ;

3)  $M = 0,1 \text{ кг}$ :  $m = 0,0178 \sim 0,02 \text{ м}$ ;  $q = 25 \text{ 1/м}$ ;

$s_{31} = 24,94994994 \text{ 1/м}$ ;  $s_{32} = 24,49489743 \text{ 1/м}$ ;  $s_{33} = 23,979157762 \text{ 1/м}$ ;

Коэффициенты  $b$ :  $b_1 = 0,05 \text{ 1/м}$ ;  $b_2 = 0,50 \text{ 1/м}$ ;  $b_3 = 1,0 \text{ 1/м}$ ;

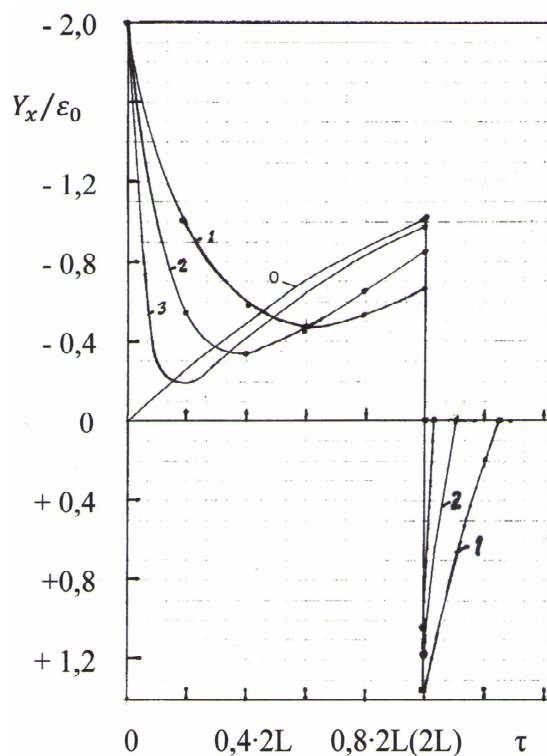
#### 4.3. Результаты вычислений представлены ниже на графиках.



Функция «сила-внедрение», (искомая).

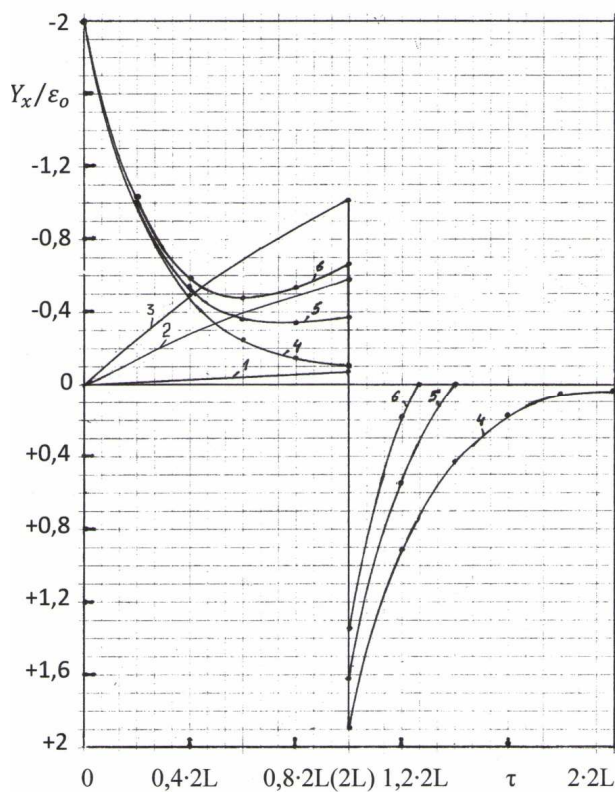
По информации от прямой и отраженных волн деформаций. (Без упругого отпора). 1, 2 и 3 - без коронки. 4, 5 и 6 - с коронкой,  $M = 1 \text{ кг}$ .

1 и 4 -  $b = 0,05 \text{ 1/м}$ . 2 и 5 -  $b = 0,5 \text{ 1/м}$ . 3 и 6 -  $b = 1,0 \text{ 1/м}$ .



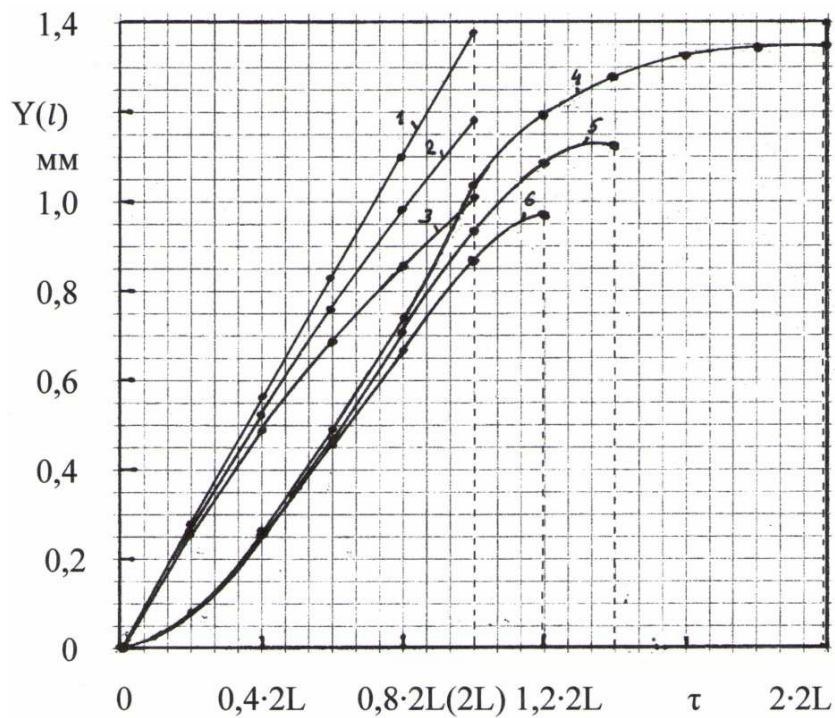
Влияние массы коронки на деформацию штанги  $Y_x(l)$  - сумму прямой и отраженной волн. (Без упругого отпора).

0 – без коронки. 1, 2 и 3 – с коронкой, массой  $M = 1; 0,5$  и  $0,1$  кг, соответственно.



Деформация штанги  $Y_x(l)$  - сумма прямой и отраженной волн деформаций. (Без упругого отпора). 1, 2 и 3 - без коронки. 4, 5 и 6 - с коронкой,  $M = 1$  кг.

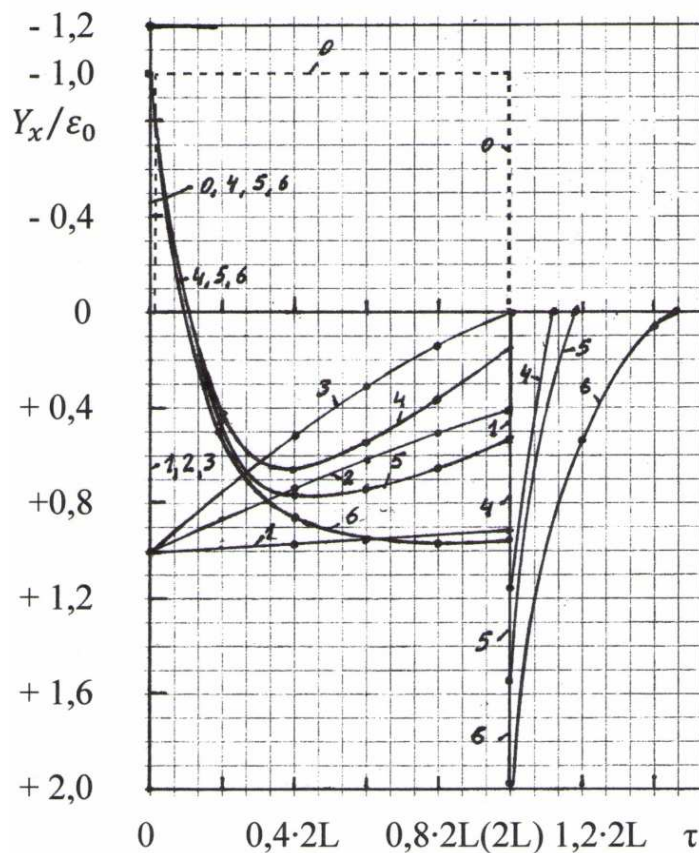
1 и 4 -  $b = 0,05$  1/м. 2 и 5 -  $b = 0,5$  1/м. 3 и 6 -  $b = 1,0$  1/м.



Перемещение лезвия  $Y(l)$ . (Без упругого отпора).

1,2 и 3 - без коронки. 4,5 и 6 - с коронкой,  $M = 1$  кг.

1 и 4 -  $b = 0,05$  1/м. 2 и 5 -  $b = 0,5$  1/м. 3 и 6 -  $b = 1,0$  1/м.



Прямая (0) и отраженные (1...6) волны деформаций. (Без упругого отпора).

1,2 и 3 - без коронки. 4,5 и 6 - с коронкой,  $M = 1$  кг.

1 и 4 -  $b = 0,05$  1/м. 2 и 5 -  $b = 0,5$  1/м. 3 и 6 -  $b = 1,0$  1/м.



5. Предварительные, до экспериментов, выводы.

1. Гипотеза о том, что масса коронки существенно влияет на процесс бурения продольным ударом и искажает функцию «сила-внедрение», определяемую экспериментально, подтверждается.

2. Глубина внедрения лезвия с учетом массы коронки меньше и уменьшается с увеличением ее массы.

3. Уменьшение глубины внедрения лезвия с учетом массы коронки равносильно увеличению коэффициента жесткости «сила-внедрение» и, следовательно, это явление возможно объясняет превышение  $k_{\text{оа}}$  над  $k_{\text{нб}}$ .

4. В результате настоящего исследования появилось предположение о возможности производить полный инженерный расчет бурения продольным ударом, используя только величину  $k_{\text{нб}}$  и величину  $M$  - массу коронки.

### **Список литературы**

1. Шапошников И.-И.Д. Бурение продольным ударом. Влияет ли масса коронки // Отраслевые аспекты технических наук. – 2011. – №7. – С. 2-4

2. Шапошников И.-И.Д. Бурение продольным ударом. Влияние коронки // Отраслевые аспекты технических наук. – 2011. – №9. – С. 11-16.

3. Крюков Г.М. Физика разрушения горных пород при бурении и взрывании. Часть II. Раздел 1. – М.: Изд. МГГУ, 2004.

4. Шапошников И.-И.Д. Бурение продольным ударом. Влияние формы штанги // Отраслевые аспекты технических наук. – 2011. – №3. – С. 6-11.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ НЕЧЕТКОГО УПРАВЛЕНИЯ В MATLAB

*Пешко М.С.*

*Омский государственный технический университет, Омск*

В современных автоматических системах все чаще используются интеллектуальные технологии управления, позволяющие использовать накопленный опыт и знания человека в области управления. На рисунке 1 представлена система нечеткого управления, использующая интеллектуальный подход.

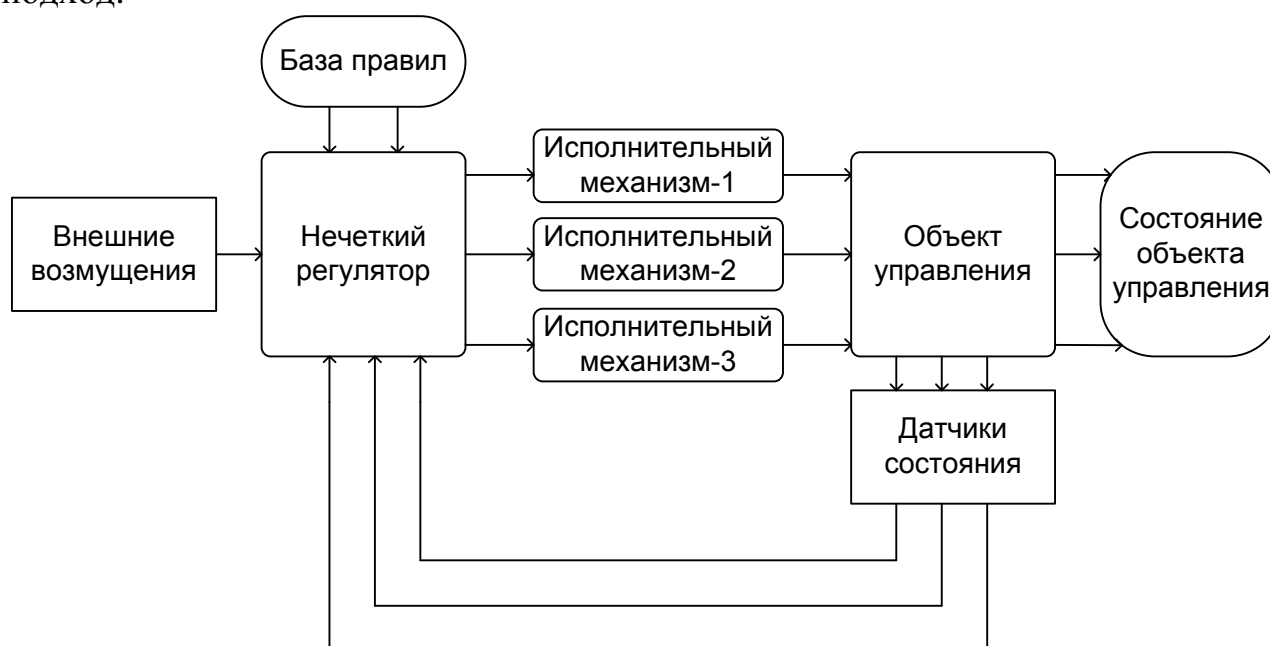


Рисунок 1 – Структурная схема системы нечеткого управления

Нечеткий регулятор управляет тремя технологическими параметрами посредством трех исполнительных механизмов. При управлении используется информация о состоянии объекта управления и информация о состоянии внешних возмущений, полученная с соответствующих датчиков.

Конкретные значения физических величин состояния объекта управления подвергаются фазификации (преобразуются в нечеткие лингвистические переменные) и решается задача логического вывода на основе базы правил [1-3], которые составлены с использованием опыта технолога и могут быть модернизированы по мере накопления такого опыта. В результате нечеткого вывода определяются необходимые управляющие воздействия, описываемые в терминах лингвистических переменных. На заключительном этапе происходит дефазификация, где формируются физические управляющие сигналы, подаваемые на исполнительные механизмы, что обеспечивает перевод технологического процесса в нужный режим.

Модель системы нечеткого управления разработана в математической лаборатории Matlab/Simulink. Нечеткий регулятор смоделирован с помощью пакета Fuzzy Logic Toolbox. В качестве объекта управления использовалась динамическая модель объекта управления. Matlab-модель системы нечеткого управления технологическими параметрами приведена на рисунке 2.

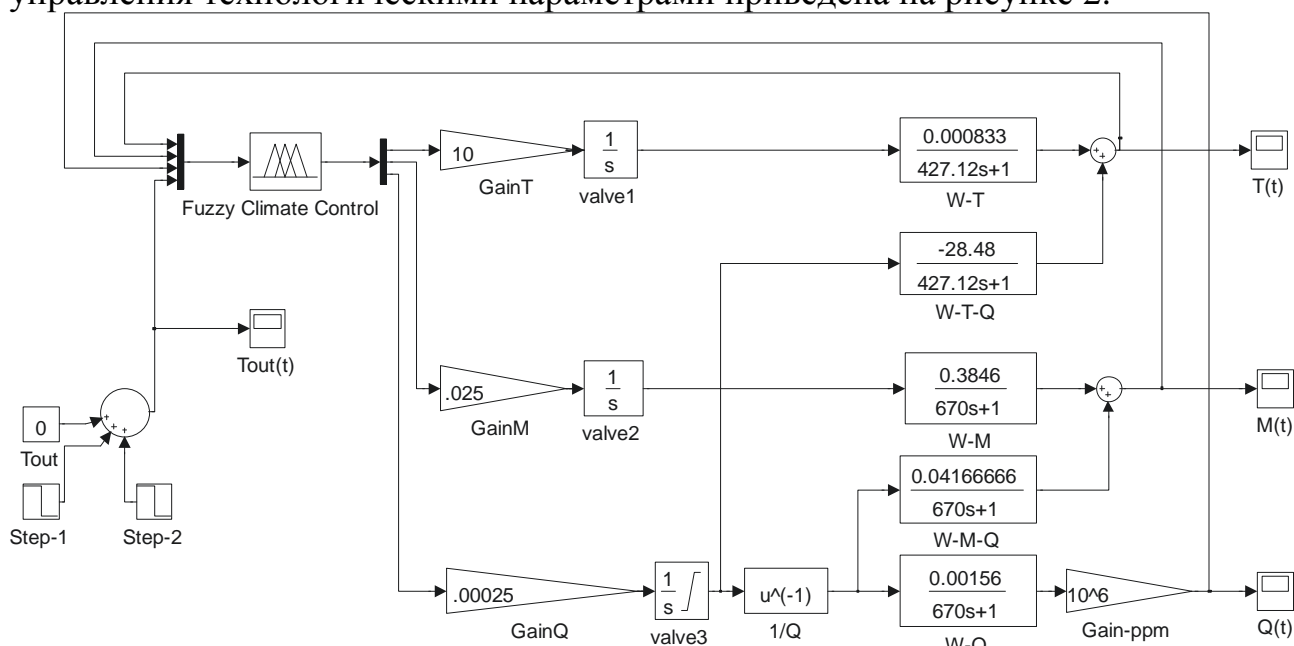


Рисунок 2 – Модель системы нечеткого управления

Звенья W-T, W-M, M-Q моделируют динамику изменения температуры, влажности и концентрации углекислого газа, а звенья W-T-Q, W-M-Q – взаимовлияние параметров технологического режима. Исполнительные устройства контуров управления моделируются звеньями valve1-3. Возмущение представлено постоянным значением и ступенчатыми функциями Tout, Step1-2.

Нечеткий регулятор Fuzzy Controller смоделирован с использованием пакета Fuzzy Logic Toolbox и включен в модель системы в виде субмодели.

На вход нечеткого регулятора, блок Fuzzy Controller, поступает 4 сигнала: значение температуры T(t), значение влажности M(t), значение содержания углекислого газа Q(t) и значение температуры наружного воздуха Tout(t). Значения перечисленных физических величин подвергаются фазификации и затем осуществляется нечеткий вывод с использованием базы правил нечеткого регулятора. В результате регулятор формирует управляющие воздействия по трем каналам, определяющие скорость открытия/закрытия исполнительных устройств (valve1-3).

Для решения задачи фазификации были введены лингвистические переменные, идентифицирующие состояние параметров объекта управления и состояние внешнего возмущения: температура «Т», влажность «М», концентрация CO2 «Q» и наружная температура «Tout», при этом для каждой лингвистической переменной определен следующий набор термов:

«Т» - {n, sn, z, sp, p, bp};

«М» - {n, sn, z, sp};

«Q» - {bn, n, sn, z, sp, p, bp, bbp};  
 «Tout» - {z, n, bn}.

При выборе функции принадлежности (ФП) нами была разработана и внедрена в Matlab собственная ФП «lagrmf» (рисунок 3), наиболее точно отражающая оценку состояния параметров объекта управления.

ФП «lagrmf» описывается двумя полиномами Лагранжа:

$$\begin{cases} A \leq \mu(X) = 0; \\ A \leq X < B; \mu(X) = a_l + a^1_l T + \sum_{n=2}^5 a^n_l (X - \Delta X)^n; \\ B \leq X \leq C; \mu(X) = a_r - a^1_r T + \sum_{n=2}^5 (-1)^n a^n_r (X - \Delta X)^n; \\ \mu(X) > C = 0; \end{cases}$$

где  $\mu(X)$  – функция принадлежности от некоторого четкого значения  $X$ ;  $A, B, C$  – параметры ФП: левая граница, ядро и правая граница соответственно;  $\Delta X$  – отклонение от принятого ядра ФП;  $a_l = -2,52$ ;  $a^1_l = 0,27$ ;  $a^2_l = 3,177$ ;  $a^3_l = 20,833$ ;  $a^4_l = 29,947$ ;  $a^5_l = 13,02$ ;  $a_r = 4,52$ ;  $a^1_r = 0,27$ ;  $a^2_r = 3,177$ ;  $a^3_r = 20,833$ ;  $a^4_r = 29,947$ ;  $a^5_r = 13,02$ ;

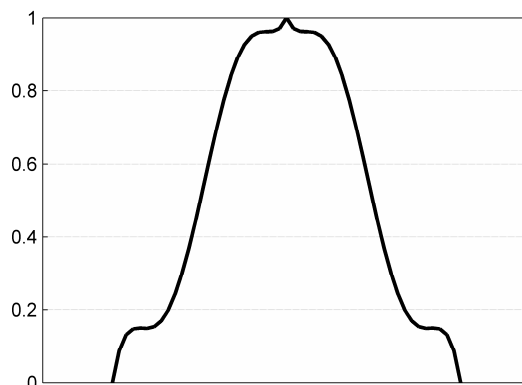


Рисунок 3 – Пользовательская функция принадлежности «lagrmf»

Для расчета значений интерполирующего полинома Лагранжа по массиву значений была использована следующая Matlab-функция [4]:

```
function yy = lagrang(x, y, xx)
N = length(x);
yy = zeros(size(xx));
for k = 1:N
    t = ones(size(xx));
    for j = [1:k-1, k+1:N]
        t = t.*(xx-x(j))/(x(k)-x(j));
    end
    yy = yy + y(k)*t;
end
```

Matlab-функция реализующая ФП «lagrmf» с использованием функции «lagrang» имеет следующий вид:

```
function y = lagrmf(x, params)
if length(params) < 3
    error('The lagrMF needs three (3) parameters.');
```

**end**

```
a = params(1); b = params(2); c = params(3);
if a > b,
    error('Illegal parameter condition: a > b');
```

**elseif** b > c,

```
    error('Illegal parameter condition: b > c');
```

**elseif** a > c,

```
    error('Illegal parameter condition: a > c');
```

**end**

```
y = zeros(size(x));
% Left and right shoulders (y = 0)
index = find(x <= a | c <= x);
y(index) = zeros(size(index));
% Left slope
if (a ~= b)
    index = find(a < x & x < b);
    massLeftX=a:((b-a)/5):b;
    leftSlope=[0, 0.15, 0.3, 0.7, 0.95, 1];
    y(index) = lagrang(massLeftX, leftSlope, x(index));
end
% right slope include center
if (b ~= c)
    index = find(b <= x & x < c);
    massRightX=b:((c-b)/5):c;
    rightSlope=[1, 0.95, 0.7, 0.3, 0.15, 0];
    y(index) = lagrang(massRightX, rightSlope, x(index));
end
```

Для описания управляющих воздействий использованы переменные: исполнительный механизм-1 «HeatValve», исполнительный механизм-2 «VaporValve», исполнительный механизм-3 «AirValve». Для каждой лингвистической переменной определен следующий набор термов:

«HeatValve» - {close, stop, open};  
«VaporValve» - {close, stop, open};  
«AirValve» - {close, stop, open};

Для термов всех трех лингвистических переменных была выбрана синглтонная ФП. Термы имеют следующие значения: «close»=-1; «stop»=0; «open»=1, где значение -1 означает закрывать с максимальной скоростью, 0 –

остановка исполнительного механизма и 1 – открывать с максимальной скоростью.

В качестве базы правил используется база правил Мамдани, где все значения входных и выходных переменных заданы нечеткими множествами. Каждое правило такой базы представляется, как аналог вербального кодирования, схожего с процессом обучения в человеческом мозге. На основе эмпирических правил, составленных технологом, взаимосвязь между всеми входными и выходными лингвистическими переменными нечеткого регулятора определяется следующей базой правил Мамдани:

1. ЕСЛИ ((Т=«n») ИЛИ (Т=«sn») ИЛИ (Т=«z»)) И (Tout=«z»),  
ТО HeatValve=«open»;
2. ЕСЛИ (Т=«sp») И (Tout=«z»), ТО HeatValve=«stop»;
3. ЕСЛИ ((Т=«p») ИЛИ (Т=«bp»)) И (Tout=«z»),  
ТО HeatValve = «close»;
4. ЕСЛИ М=«n» И Tout=«z», ТО VaporValve=«open»;
5. ЕСЛИ М=«sn» И Tout=«z», ТО VaporValve=«stop»;
6. ЕСЛИ ((М=«z») ИЛИ (М=«sp»)) И (Tout=«z»),  
ТО VaporValve=«close»;
7. ЕСЛИ Q=«bn» И Tout=«z», ТО AirValve=«close»;
8. ЕСЛИ Q=«n» И Tout=«z», ТО AirValve=«stop»;
9. ЕСЛИ ((Q=«sn») ИЛИ (Q=«z») ИЛИ (Q=«sp») ИЛИ (Q=«p») ИЛИ  
(Q=«bp») ИЛИ (Q=«bbp»)) И (Tout=«z»), ТО AirValve=«open»;
- ... ..
- ... ..
- 10.ЕСЛИ Т=«z» И Tout=«n», ТО HeatValve=«stop»;
- ... ..
- ... ..
- 11.ЕСЛИ М=«z» И Tout=«n», ТО VaporValve=«stop»;
- ... ..
- ... ..
- 12.ЕСЛИ Q=«z» И Tout=«n», ТО AirValve=«stop»;
- ... ..
- ... ..
- 13.ЕСЛИ Т=«sn» И Tout=«bn», ТО HeatValve=«stop»;
- ... ..
- ... ..
- 14.ЕСЛИ М=«z» И Tout=«bn», ТО VaporValve=«stop»;
- ... ..
- ... ..
- 15.ЕСЛИ Q=«bp» И Tout=«bn», ТО AirValve=«stop»;
- ... ..
- ... ..

База правил имеет ключевые правила (2, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15), при которых система нечеткого управления останавливает регулирование, переводя исполнительные механизмы в режим «стоп», т.к. достигает рекомендуемое технологом сочетание параметров процесса.

В качестве метода логической конъюнкции (And method) используется метод «min», или нечеткое логическое «И». Метод логической дизъюнкции (Or method) – метод «max», что соответствует нечеткому логическому «ИЛИ». Активизация (Implication) выполняется по методу «min» и аккумулярование заключений (Aggregation) по методу «max». Дефазификация происходит по методу центра тяжести для дискретного множества значений функции принадлежности, что аналогично методу центра тяжести для одноточечных множеств (COGS).

На основе построенной в Matlab модели системы нечеткого управления технологическими параметрами было проведено исследование. Результаты исследований в виде графиков переходных процессов всех контуров управления представлены на (рисунок 4).

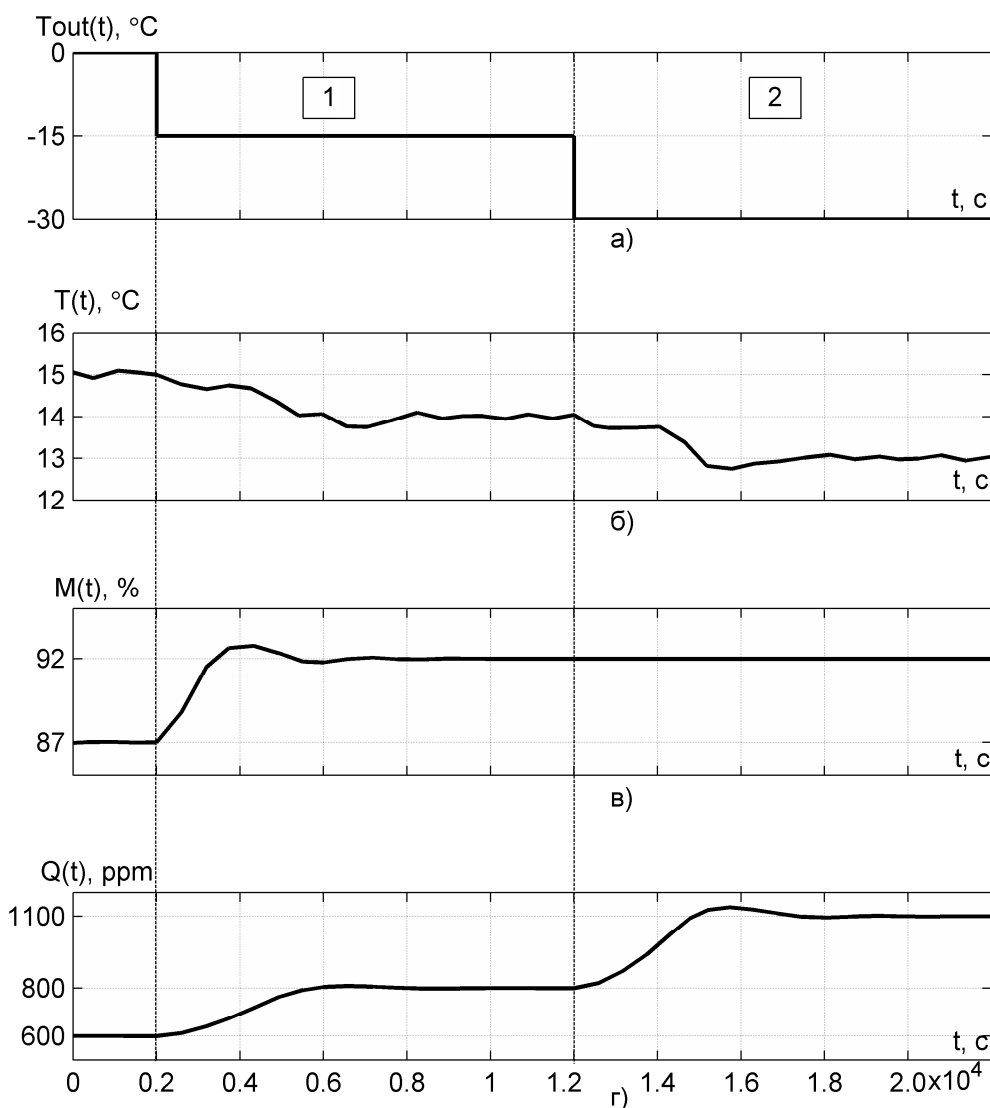


Рисунок 4 – Графики переходных процессов нечеткой системы управления

График на (рисунок 4,а) показывает входное воздействие температуры окружающей среды. Заданы 2 скачка температуры:  $0 \div -15^{\circ}\text{C}$  на участке 1;  $-15 \div -30^{\circ}\text{C}$  на участке 2. В начальный момент времени, наружная температура  $0^{\circ}\text{C}$  максимально соответствует терму «z» переменной  $T_{out}$  ( $\mu_z(0^{\circ}\text{C})=1$ ) и действуют правила 2, 5, 7, устанавливающие параметры в следующие значения: температура  $15^{\circ}\text{C}$ , влажность 87% и  $\text{CO}_2$  600 ppm.

Как видно из графиков (рисунок 4), при ступенчатом изменении наружной температуры воздуха на участке 1 с  $0^{\circ}\text{C}$  ( $T_{out}=z$ ) до  $-15^{\circ}\text{C}$  ( $T_{out}=n$ ), нечеткий регулятор понижает температуру до  $14^{\circ}\text{C}$  (рис. 4б), повышает влажность до 92% (рисунок 4,в) и повышает концентрацию  $\text{CO}_2$  до 800 ppm (рисунок 4,г). Для установившихся значений параметров функции принадлежности термов лингвистических переменных составляют:  $\mu_z(14^{\circ}\text{C})=1$  для переменной  $T$ ,  $\mu_z(92\%)=1$  для переменной  $M$  и  $\mu_z(800 \text{ ppm})=1$  для переменной  $Q$ , что соответствует ключевым правилам 10, 11, 12. Таким образом, нечеткий регулятор привел процесс в рекомендуемое технологом состояние.

На 2 участке, при ступенчатом изменении наружной температуры с  $-15^{\circ}\text{C}$  ( $T_{out}=n$ ) до  $-30^{\circ}\text{C}$  ( $T_{out}=bn$ ), нечеткий регулятор понижает температуру до  $13^{\circ}\text{C}$ , оставляет влажность без изменений и повышает концентрацию  $\text{CO}_2$  до 1100 ppm. Для установившихся значений параметров функции принадлежности термов лингвистических переменных составляют:  $\mu_{sn}(13^{\circ}\text{C})=1$  для переменной  $T$ ,  $\mu_z(92\%)=1$  для переменной  $M$  и  $\mu_{bp}(1100 \text{ ppm})=1$  для переменной  $Q$ , что соответствует ключевым правилам 13, 14, 15.

Переходные характеристики имеют плавный апериодический характер и демонстрируют устойчивую работу нечеткого регулятора при выходе на новые режимы работы. Длительность переходного процесса для различных контуров составляет: 6000 с. для контура температуры, 4000 с. для контура влажности и 4000 с. для контура  $\text{CO}_2$ .

На основании приведенных исследований модели, было установлено, что нечеткий регулятор обеспечивает адаптацию системы к изменениям внешних условий и приводит технологические параметры в новые режимы в соответствии с базой правил.

### Список литературы

1. Штовба С.Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику / С.Д. Штовба. – Винница : Континент-Прим., 2003. – 198 с.
2. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А.В. Леоненков. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.
3. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB / С.Д. Штовба. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.
4. Интерполяция функций интерполяционными полиномами. – Режим доступа: <http://matlab.exponenta.ru/spline/book1/10.php>, свободный. – Загл. с экрана.



## МЕТОДИКА СИНТЕЗА ПЛОСКИХ ГРУПП НУЛЕВОЙ ПОДВИЖНОСТИ С КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМИ ПЯТОГО И ЧЕТВЕРТОГО КЛАССОВ

*Дворников Л.Т.<sup>1</sup>, Садиева А.Э.<sup>2</sup>, Кокоева У.У.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк;*

<sup>2</sup>*Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова,  
Бишкек, Кыргызстан*

К настоящему времени широко известны методы синтеза структур плоских шарнирных групп Ассур т.е. групп с кинематическими парами пятого класса. Это задача решалась самим Л.В.Ассуром [1] а также в трудах В.В.Добровольского [2], Г.Г.Баранова [3], Э.Е.Пейсаха [4], Л.Т.Дворникова [5], Л.Н.Гудимовой [6], С.П.Старикова [7]. В настоящей работе рассматривается задача о синтезе плоских групп, в составе которых кроме кинематических пар пятого класса ( $p_5$ ), используются кинематические пары четвертого класса ( $p_4$ ).

Такие системы широко используются в зубчатых и кулачковых механизмах, а поэтому представляют практический интерес. Обратимся, прежде всего группам создаваемым с треугольным базисным звеном, т.е. с  $\tau = 3$ . Ограничим себя числами звеньев до шести, т.е. принимая  $n = 3, 4, 5$  и  $6$

Универсальная структурная система [5] для плоских кинематических цепей с кинематическими парами четвертого и пятого классов имеет следующий вид

$$\begin{cases} p_5 + p_4 = \tau \cdot n_\tau + (\tau - 1)n_{\tau-1} + \dots + in_i + \dots + 2n_2 + n_1, \\ n = n_\tau + n_{\tau-2} + \dots + n_i + \dots + n_2 + n_1 \\ W = 3n - 2p_5 - p_4 \end{cases} \quad (1)$$

где  $\tau$  – число геометрических элементов базисного звена,  $\tau$ -угольника,  
 $n_i$  – число звеньев, добавляющих в цепь по  $i$  кинематических пар,  
 $W$  – подвижность кинематической цепи,  
 $n$  – число подвижных звеньев.

Поставим условие

$$p_5 = n, \quad (2)$$

которое определяет все зубчатые механизмы.

Подставляя (2) в третье уравнение системы (1) при  $\tau = 3$ , получим

$$p_4 = n - W. \quad (3)$$

Тогда из (1) найдем, что с учетом (2) и (3)

$$\begin{cases} p_5 + p_4 = 2n, \\ n = 1 + n_2 + n_1. \end{cases} \quad (4)$$

При  $W=0$  из (3), следует что  $p_4 = n$ , и тогда для групп с парами пятого и четвертого класса  $p_5 = p_4 = n$ .

Решая систему (4) можно определить числа  $n_1$ ,  $n_2$  которые добавляются в цепь по две и по одной кинематической паре. Тогда при  $n$ , изменяющемся от 2 до 6 решениями будут следующие

1.  $n = 2$ ,  $p_4 = 2$ ,  $p_5 = 2$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 0$ ,
2.  $n = 3$ ,  $p_4 = 3$ ,  $p_5 = 3$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1$ ,
3.  $n = 4$ ,  $p_4 = 4$ ,  $p_5 = 4$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 2$ ,
4.  $n = 5$ ,  $p_4 = 5$ ,  $p_5 = 5$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 3$ ,
5.  $n = 6$ ,  $p_4 = 6$ ,  $p_5 = 6$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 4$ .

(5)

Начнем строить группы Ассур с  $n = 2$ . Такая группа показана на рисунке 1,а в стержневом, на рисунке 1,б – зубчатом вариантах.

Данная группа имеет кроме базисного звена  $\tau$ , одно звено  $n_1$ , которое добавляет одну пару. Базисное звено  $\tau$  может быть присоединено к ведущему звену кинематической парой  $p_4$ .

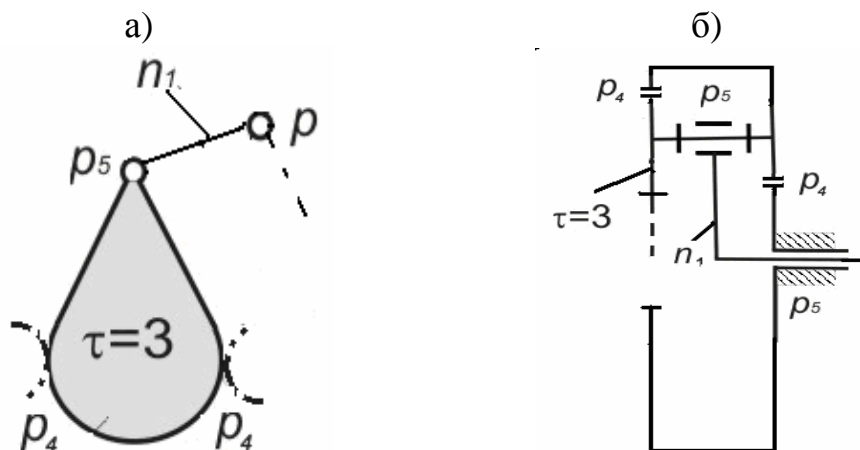


Рисунок 1 – Группа Ассур при  $n = 2$ ,  $p_4 = 2$ ,  $p_5 = 2$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 0$

Некоторые структуры групп Ассур при  $n = 3$ ,  $n = 4$ ,  $n = 5$ ,  $n = 6$  приведены на рисунках 2, 3, 4, 5. Звенья группы, приведенные на рисунке 2 образуют между собой треугольный замкнутый изменяемый контур. Данная группа присоединяется к ведущему звену кинематической парой  $p_5$ .

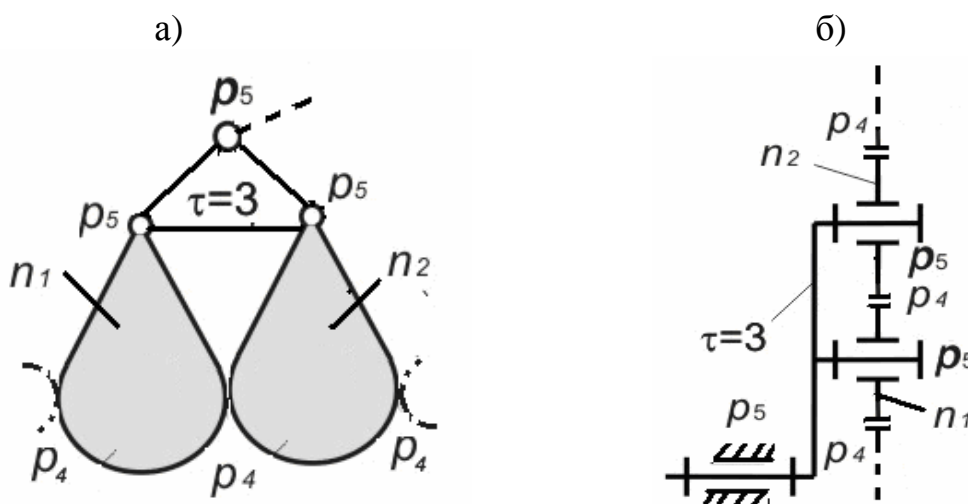


Рисунок 2 – Группа Ассур при  $n = 3$ ,  $p_4 = 3$ ,  $p_5 = 3$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1$

Группа Ассур, по рисунку 3а,б кроме треугольного базисного звена имеет одно звено  $n_1$  и два звена  $n_2$ , которые расположены симметрично относительно звена  $\tau$ . Звенья  $n_2$  соединяются с другими звеньями кинематическими парами  $p_4$ . Звенья групп на рисунках 3в,г,д,ж,з, соединяясь между собой, образуют четырехугольные замкнутые изменяемые контуры.

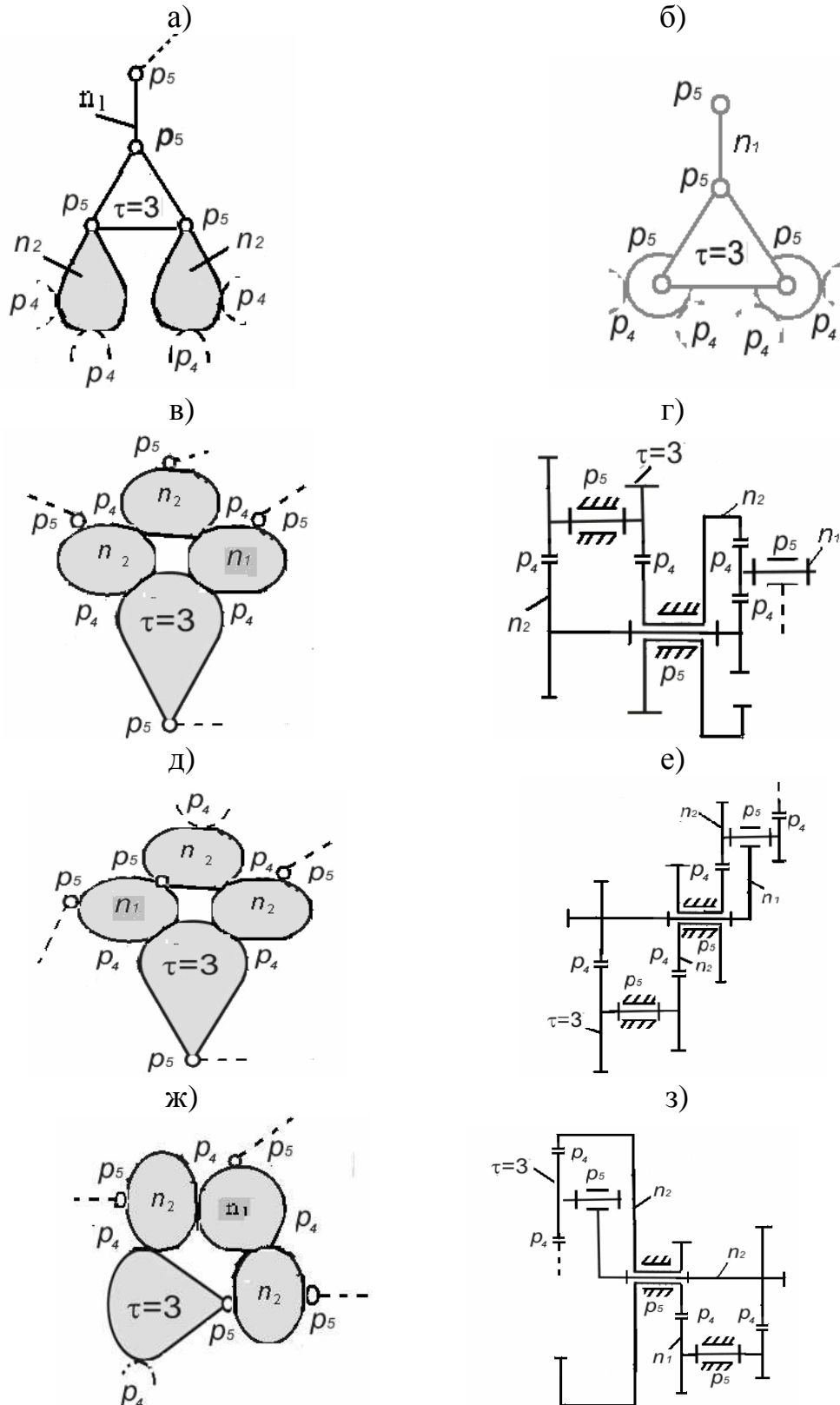


Рисунок 3 – Группы Ассур при  $n = 4$ ,  $p_4 = 4$ ,  $p_5 = 4$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 2$

Пятизвенные и шестизвенные группы Ассур показаны на рисунках 4 и 5 соответственно, в стержневом варианте. Они построены без изменяемого замкнутого контура.

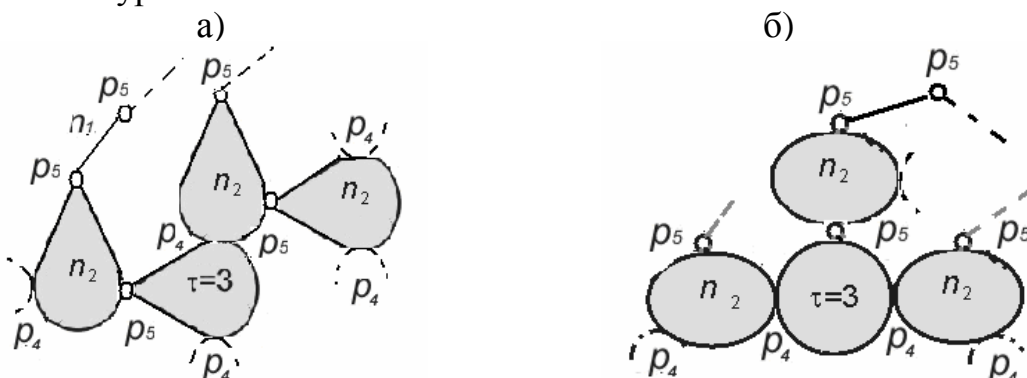


Рисунок 4 – Группы Ассур при  $n = 5$ ,  $p_4 = 5$ ,  $p_5 = 5$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 3$

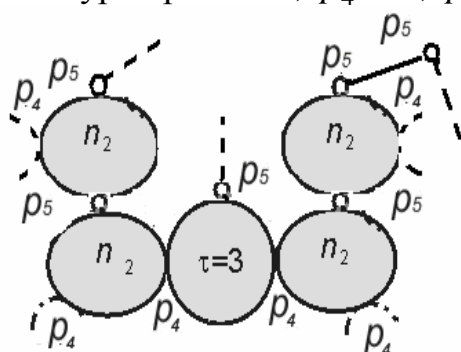


Рисунок 5 – Группа Ассур при  $n = 6$ ,  $p_4 = 6$ ,  $p_5 = 6$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 4$

Таким образом можно заключить, при  $\tau = 3$  когда звенья получают значение  $n = 2$ ,  $n = 3$ ,  $n = 6$ , можно получить по одной группе Ассур, а при  $n = 5$  две схемы, и четыре схемы при  $n = 4$ .

### Список литературы

1. Ассур Л.В. Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации. – М.: Изд. АН СССР, 1952. – 589 с.
2. Добровольский В.В. Теория механизмов. – М.: Машгиз, 1951. – 465 с.
3. Баранов Г.Г. Классификация, строение, кинематика и кинетостатика плоских механизмов с парами первого рода // Тр. Семинара по теории механизмов и машин. – М., 1952. – №2, вып. 46. – С. 15-39.
4. Пейсах Э.Е. Атлас структурных схем восьмизвенных плоских шарнирных механизмов // Теория механизмов и машин – 2006. – №1(7). – С. 3-17.
5. Дворников Л.Т. Начала теории структуры механизмов. Учебное пособие. – Новокузнецк: СибГГМА, 1994.
6. Гудимова Л.Н. Десятизвенные плоские шарнирные группы Ассур с шестизвенным базисным звеном // Материалы восемнадцатой научно-практической конференции по проблемам механики и машиностроения. – Новокузнецк: СибГИУ, 2008. С. 86-28.
7. Дворников Л.Т., Стариков С.П. Кинематика и кинетостатика плоских шестизвенных групп Ассур четвертого класса // Теория механизмов и машин. – 2006. – №1(7). – С. 61-65.

## **СПОСОБЫ ПРИМЕНЕНИЯ КОМПЬЮТЕРА В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

*Соловьёва Т.Ф., Зубова С.В.*

*Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет, Москва*

Использование компьютера в процессе преподавания дисциплины ТММ может значительно повысить уровень усвояемости предлагаемой информации студентами.

Объектом изучения дисциплины являются различные механизмы и машины. Изложение методов их анализа, а тем более синтеза, становится намного более доходчивым, когда студенты имеют возможность увидеть тот или иной механизм в динамике с параллельной демонстрацией характеристик различных параметров.

Такое представление материала позволяет поднять процесс обучения на качественно более высокий уровень: становится возможным не только фиксировать различные характеристики функционирования с дальнейшим анализом их влияния на работоспособность механизмов, давать им качественную оценку, но и проводить оптимизационный выбор изучаемых объектов по заранее определенным критериям.

При этом компьютеризации учебного процесса для улучшения усвоения предмета очень важно подходить при четко определенных границах, за которыми может происходить потеря физического смысла излагаемого материала и базовых определений, безусловно имеющих первостепенную важность для формирования технического мышления будущих инженеров.

Использование компьютера в учебном процессе может идти в нескольких направлениях:

- а. При чтении курса лекций;
- б. При выполнении лабораторных работ;
- в. При выполнении курсовых проектов;
- г. При руководстве индивидуальным обучением с научно — техническим уклоном.

Авторами были составлены программы для использования компьютера в учебном процессе по всем вышеперечисленным направлениям.

Проведение с их использованием занятий значительно увеличивало интерес к изучаемой дисциплине. У студентов возникали вопросы, направленные на более детальное и глубокое освоение материала, что способствовало формированию технического интеллекта, инженерного мышления.

В качестве примера можно привести использование компьютера в процессе выполнения курсового проекта.

На кафедре разработана программа, в которой в анимационном режиме прослеживается путь создания криволинейного профиля кулачка при заданном законе перемещения толкателя. Программа разработана таким образом, что у студента есть возможность варьировать не только закон движения ведомого звена (толкателя), но и параметры кулачка. Фиксируя один из критериев работоспособности механизма, можно получить оптимальные значения остальных параметров, характеризующих механизм (рисунок 1).

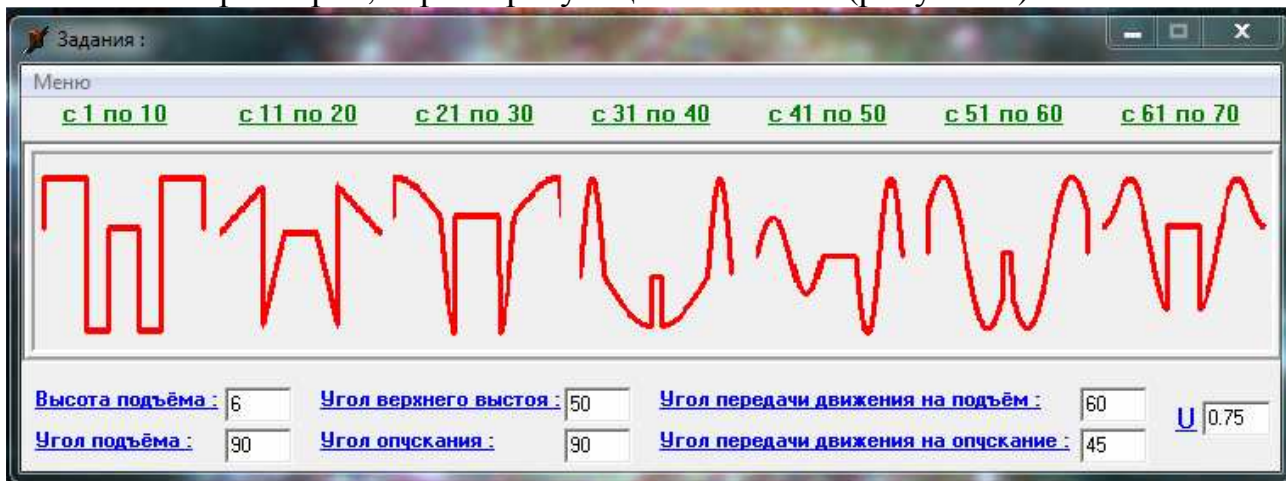


Рисунок 1

Программа позволяет наглядно проследить влияние положения звеньев в процессе функционирования в пределах цикла движения на построение кинематической зависимости хода толкателя от аналога скорости. По этой диаграмме студенты определяют геометрические размеры кулачка (рисунок 2).

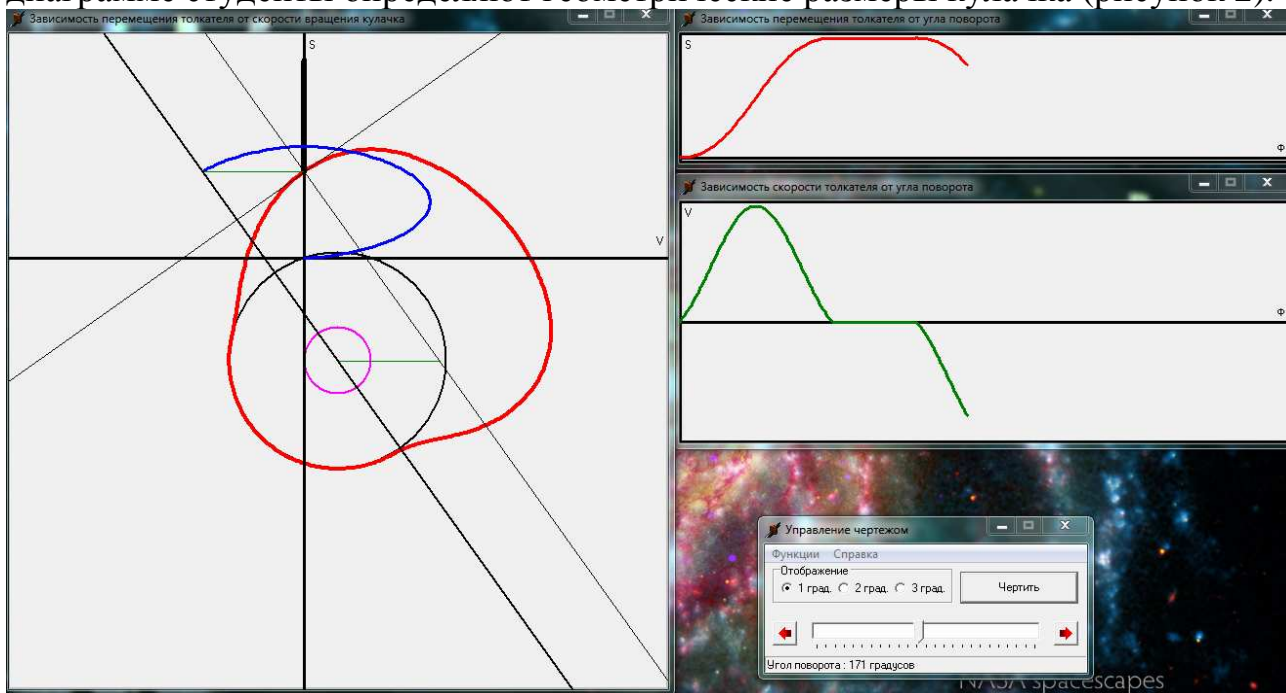


Рисунок 2

В анимационном режиме контролируется величина угла давления – основной характеристики работоспособности кулачкового механизма (рисунок 3).

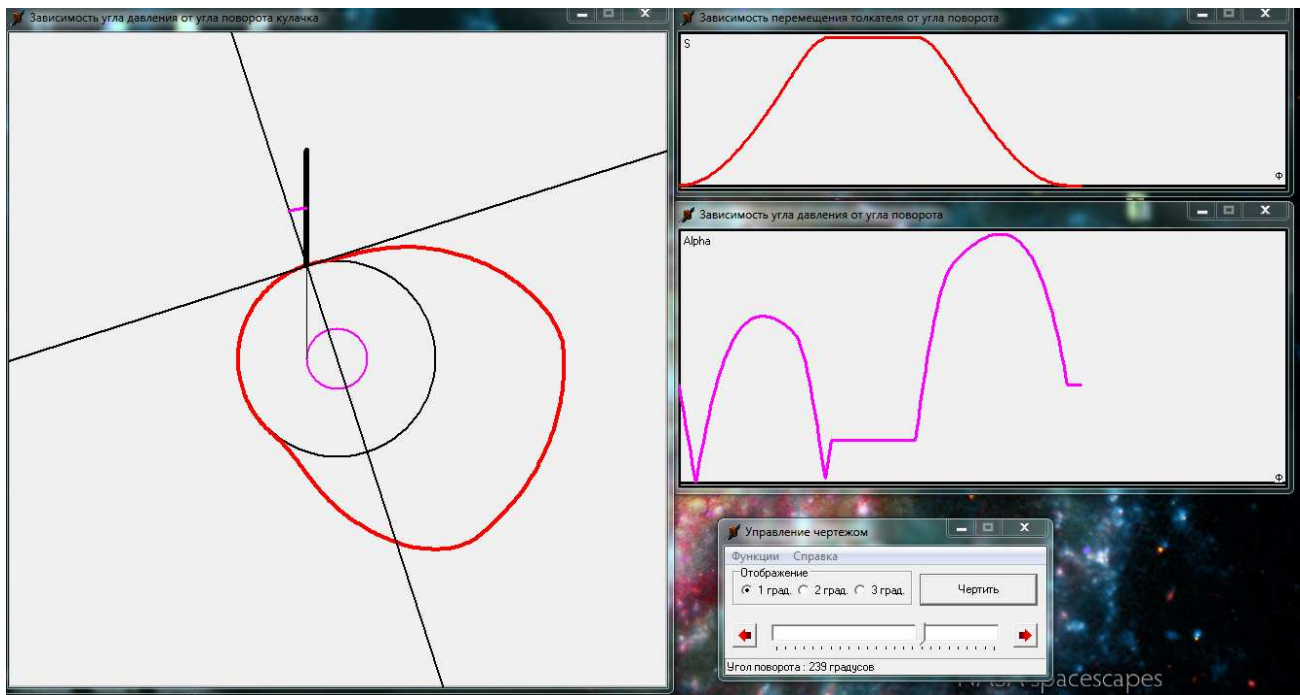


Рисунок 3

Зубчатые зацепления широко используются во всех видах механических устройств. Один из листов курсового проекта посвящен проектированию такого зацепления. Боковая поверхность зуба очерчивается эвольвентным профилем, построение которого требует от преподавателя отдельного объяснения; при этом очень важную роль играет последовательность и точность графических построений большого объема.

Разработана программа, позволяющая демонстрировать поэтапное выполнение требуемых построений с последовательным наложением фрагментов, что значительно упрощает восприятие материала и повышает качество выполнения студентами этого задания.

В разделе лабораторных работ разработана программа по структурному анализу механизмов. В базу данных программы заложены комплекты различных видов групп Ассур, объединение которых между собой позволяет составлять кинематическую сеть. Программа предусматривает проверку работоспособности составленной цепи с указанием места возможной ошибки при неудовлетворительном решении.

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ ЗУБА ЧЕРВЯЧНОЙ ФРЕЗЫ ВЕКТОРНЫМИ ФУНКЦИЯМИ ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ ШЛИЦЕВОГО ВАЛА

*Браилов И.Г.<sup>1</sup>, Мясоедова Т.М.<sup>1</sup>, Ибнояминова С.Л.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия, Омск;*

<sup>2</sup>*Омский государственный технический университет, Омск*

Одной из наиболее распространенных задач, которые возникают в ходе технологической подготовки производства, является проектирование режущего инструмента. Представленная работа направлена на повышение эффективности и качества проектирования на этапе технологической подготовки инструментального обеспечения машиностроительного производства. Затронуты вопросы моделирования червячной фрезы для фрезерования шлицевых валов с прямобочным профилем ГОСТ 8027-86.

Обработка шлицевых валов производится на станках с использованием сложнорежущего инструмента специальных червячных фрез. Автоматизация проектирования таких процессов требует разработки математических моделей самого процесса и инструмента. Профиль шлицевого вала образуется как огибающая последовательных положений зубьев инструмента при качении без скольжения начальной прямой инструмента по начальной окружности изделия. Для автоматизированного проектирования фрезы и, в частности, для создания 3D модели необходимо, в первую очередь, математически описать профиль зуба в нормальном сечении. Профиль зуба имеет пять участков: три прямолинейных и два радиусных. Радиусы дуг и их центры, а также прямолинейные участки определены по методике, представленной в работе [1].

Таким образом, описываем один зуб в нормальном сечении в выбранной системе координат. На фрезе имеется несколько реек, одна рейка в нормальном сечении (рисунок 1) состоит из  $n$  зубьев (согласно рекомендациям [1]), каждый  $n$ -ый зуб в своих принятых системах координат, так же описывается вектор-функцией [1].

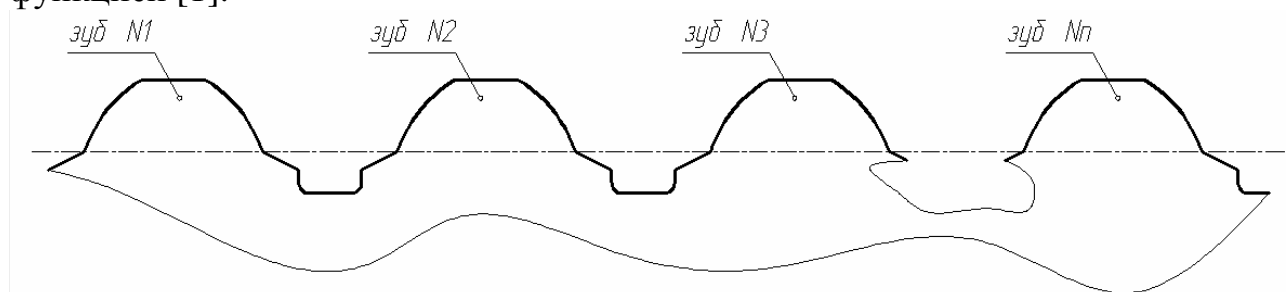


Рисунок 1 – Профиль рейки червячной шлицевой фрезы в нормальном сечении

В этом случае вводится индексация:  $i$  – порядковый номер вектора,  $1 \leq i \leq 5$ ;  $j$  – порядковый номер зуба в рейке,  $1 \leq j \leq n$ , где  $n$  – количество зубьев на одной рейке;  $k$  – порядковый номер рейки,  $1 \leq k \leq l$ ,  $l$  – количество реек фрезы. На



представленном рисунке каждый участок описывается вектором  $\bar{r} = (i, j, k)$  или векторной функцией  $\bar{r} = (i, j, k)$  в своих локальных системах координат  $O(i, j, k)$   $X(i, j, k)$   $Y(i, j, k)$ .

Системы координат выбраны: для радиусных участков – в центре дуг окружностей, для прямолинейных – в начале участка. Направление осей совпадает во всех системах координат. Так же выбрана глобальная система координат  $O_{гл.зуб}$   $X_{гл.зуб}$   $Y_{гл.зуб}$   $Z_{гл.зуб}$ , для  $j$ -го зуба,  $k$ -ой рейки фрезы.

Таким образом, векторы  $\bar{r} = (1, j, k)$ ,  $\bar{r} = (2, j, k)$ ,  $\bar{r} = (3, j, k)$ ,  $\bar{r} = (4, j, k)$ ,  $\bar{r} = (5, j, k)$  можно записать:

$$\bar{r}(1, j, k) = \begin{vmatrix} 0 \\ y(A) \\ z(A) \end{vmatrix}; \quad \bar{r}(2, j, k) = \begin{vmatrix} 0 \\ R \cdot \sin \varphi_2 \\ R \cdot \cos \varphi_2 \end{vmatrix}; \quad \bar{r}(3, j, k) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ z(B) \end{vmatrix}; \quad (1)$$

$$\bar{r}(4, j, k) = \begin{vmatrix} 0 \\ R \cdot \sin \varphi_4 \\ R \cdot \cos \varphi_4 \end{vmatrix}; \quad \bar{r}(5, j, k) = \begin{vmatrix} 0 \\ y(C) \\ -z(C) \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где  $z(A)$ ,  $y(A)$ ,  $z(B)$ ,  $y(B)$ ,  $z(C)$ ,  $y(C)$  – координаты конца вектора, определяемые по расчетам исходя из данных по шлицевому соединению,  $R$  – величина радиуса дуги, определяемая по методике, представленной в работе [1],  $\varphi$  – текущий угол, который изменяется от начального значения ( $\varphi_n$ ) до конечного значения ( $\varphi_k$ ), (рисунок 2).

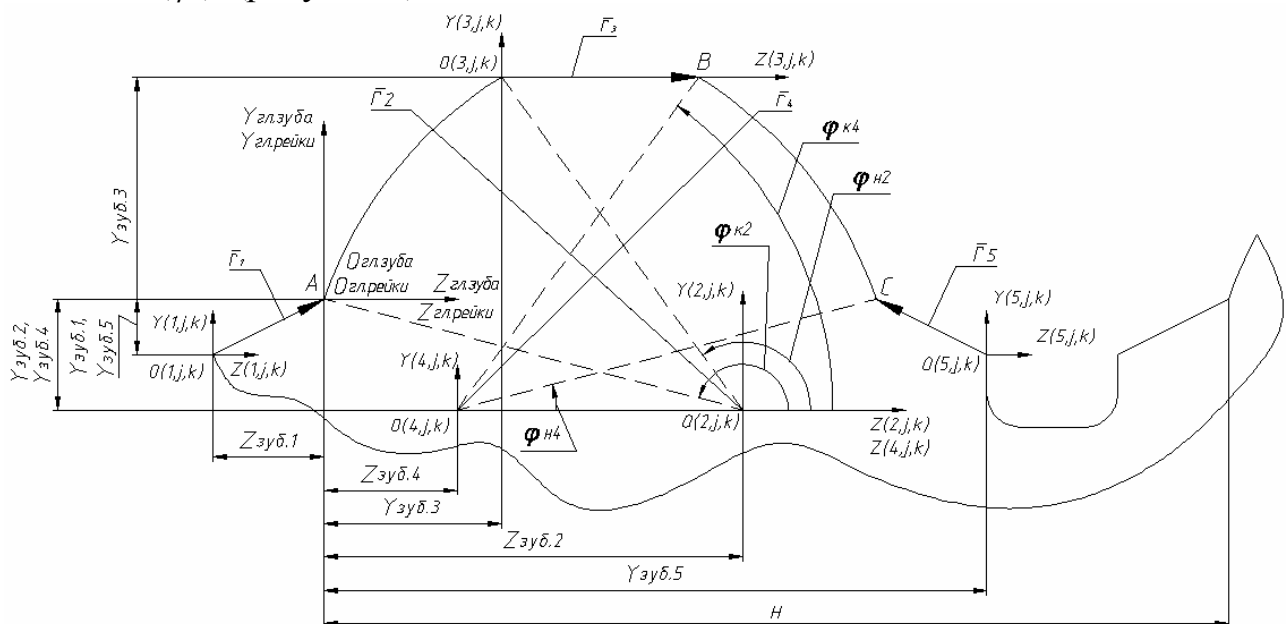


Рисунок 2 – Аналитическое представление профиля зуба червячной фрезы векторными функциями

Описанные векторы приводятся к глобальной системе координат зуба путем аффинных преобразований. Вектор  $\bar{r} = (i, j, k)_{гл.зуба}$  в глобальной системе координат зуба примет вид:

$$\bar{r} = (i, j, k)_{гл.зуба} = M_{ПП} + \bar{r}(i, j, k), \quad (3)$$

где  $M_{III}$  – матрица параллельного переноса;  $M_{III}=E$ , то есть  $M_{III}$  – единичная матрица:

$$M_{III} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

В координатной форме вектор  $\bar{r} = (i, j, k)_{гл.зуба}$  запишется:

$$\bar{r} = (1, j, k)_{гл.зуба} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ -Y_{зуб.1} \\ -Z_{зуб.1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ y(A) \\ z(A) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ y(A) - Y_{зуб.1} \\ z(A) - Z_{зуб.1} \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Так же приведя к глобальной системе координат все остальные векторы получим:

$$\bar{r} = (2, j, k)_{гл.зуба} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{зуб.2} \\ Z_{зуб.2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ R \cdot \sin \varphi_2 \\ R \cdot \cos \varphi_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ R \cdot \sin \varphi_2 + Y_{зуб.2} \\ R \cdot \cos \varphi_2 + Z_{зуб.2} \end{vmatrix}; \quad (6)$$

$$\bar{r} = (3, j, k)_{гл.зуба} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{зуб.3} \\ Z_{зуб.3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ z(B) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{зуб.3} \\ Z_{зуб.3} + z(B) \end{vmatrix}; \quad (7)$$

$$\bar{r} = (4, j, k)_{гл.зуба} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{зуб.4} \\ Z_{зуб.4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ R \cdot \sin \varphi_4 \\ R \cdot \cos \varphi_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ R \cdot \sin \varphi_4 + Y_{зуб.4} \\ R \cdot \cos \varphi_4 + Z_{зуб.4} \end{vmatrix}; \quad (8)$$

$$\bar{r} = (5, j, k)_{гл.зуба} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{зуб.4} \\ Z_{зуб.4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ y(C) \\ -z(C) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{зуб.4} + y(C) \\ Z_{зуб.4} - z(C) \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Остальные зубья рейки фрезы в нормальном сечении опишем в глобальной системе координат рейки  $O_{гл.рейки} X_{гл.рейки} Y_{гл.рейки} Z_{гл.рейки}$ , совпадающей с глобальной системой координат зуба следующим образом:

$$\bar{r}(i, j, k)_{гл.рейки} = M_{III} \cdot \bar{r}(шаг)_j + \bar{r}(i, j, k)_{гл.зуба}, \quad (10)$$

где  $M_{III}$  – матрица параллельного переноса;  $\bar{r}(шаг)_j$  – шаг смещения  $j$ -го зуба относительно предыдущего  $k$ -ой рейки.

$$\bar{r}(шаг)_j = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ (j-1)H \end{vmatrix}. \quad (11)$$

При этом первый вектор  $j$ -го зуба будет выражен как:

$$\bar{r}(1, j, k)_{\text{гл.рейки}} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ (j-1)H \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ y(A) - Y_{\text{зуб.1}} \\ z(A) - Z_{\text{зуб.1}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ y(A) - Y_{\text{зуб.1}} \\ z(A) - Z_{\text{зуб.1}} + (j-1)H \end{vmatrix}. \quad (12)$$

Второй вектор  $j$ -го зуба соответственно запишем как:

$$\bar{r}(2, j, k)_{\text{гл.рейки}} = \begin{vmatrix} 0 \\ R \cdot \sin \varphi_2 + Y_{\text{зуб.2}} \\ R \cdot \cos \varphi_2 + Z_{\text{зуб.2}} + (j-1)H \end{vmatrix}. \quad (13)$$

Третий вектор  $j$ -го зуба соответствует выражению:

$$\bar{r}(3, j, k)_{\text{гл.рейки}} = \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{\text{зуб.3}} \\ Z_{\text{зуб.3}} + z(B) + (j-1)H \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Четвертый вектор  $j$ -го зуба опишем как:

$$\bar{r}(4, j, k)_{\text{гл.рейки}} = \begin{vmatrix} 0 \\ R \cdot \sin \varphi_4 + Y_{\text{зуб.4}} \\ R \cdot \cos \varphi_4 + Z_{\text{зуб.4}} + (j-1)H \end{vmatrix}. \quad (15)$$

Пятый вектор  $j$ -го зуба примет форму:

$$\bar{r}(5, j, k)_{\text{гл.рейки}} = \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{\text{зуб.4}} + y(C) \\ Z_{\text{зуб.4}} - z(C) + (j-1)H \end{vmatrix}. \quad (16)$$

Таким образом, описание одного зуба фрезы векторными функциями направлено на разработку проволочной модели всего инструмента для использования в системах САПР.

### Список литературы

1. Проектирование металлорежущих инструментов / Под ред. И. И. Семенченко. – М.: Машгиз, 1963. – 952 с.
2. Браилов И.Г. Моделирование формообразования на станках с ЧПУ / И.Г. Браилов, Б.А. Голоденко, В.П. Смоленцев. – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 1998. – 147 с.

## **ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ БЕССТУПЕНЧАТЫХ ТРАНСМИССИЙ**

***Бяков В.А., Галевко В.В.***

*Московский автомобильно-дорожный государственный технический  
университет, Москва*

На существующем уровне автомобилестроения существует большая необходимость в недорогих эффективных автоматических бесступенчатых передачах. Исследования показывают, что в пробке мегаполиса водитель выполняет операции по переключению передач до нескольких тысяч раз за несколько часов. Поэтому если произвести анализ рынка современных городских автомобилей, то можно заметить, что большую долю в производстве занимают автомобили с автоматическими трансмиссиями. Такие типы трансмиссий легче в управлении, не требуют особого внимания человека при управлении автомобилем, выгоднее при движении в пробках, менее требовательны к квалификации водителя. В данном случае количество операций, выполняемых водителем, при управлении автомобилем с автоматической трансмиссией значительно уменьшается. Очевидны преимущества трансмиссии такого типа. Есть примеры использования гидромеханических, электрических трансмиссий, наконец, есть гибридные автомобили.

Гидромеханические трансмиссии довольно требовательны к качеству обслуживания, при этом их слабым местом является собственно сама автоматическая коробка передач (особенно на автомобилях с пробегом). Уплотнения гидравлической системы данных автомобилей требовательны к качеству масла и срокам обслуживания и имеют множество элементов, слабо защищенных от постоянного воздействия неблагоприятных факторов.

Электрические трансмиссии в настоящее время также получают развитие. Все чаще можно услышать о концептах с таким типом трансмиссии. Появились даже серийно выпускаемые городские электрические автомобили. Но эти автомобили работают в условиях, когда источник заряда или заправки находится в непосредственной близости от транспортного средства, и, следовательно, нет необходимости в чрезвычайно большом сроке работы без подзарядки. Однако в современных городах отсутствует развитая сеть электрических заправочных станций; совместить же электрическую и обычную топливную заправку является сложной задачей из-за опасности возгорания привычного топлива, а строить новые обособленные электрозаправки экономически невыгодно из-за малого количества электромобилей. Образуется замкнутый круг, результатом которого является невысокий спрос на данные машины.

Гибридные автомобили имеют, как привычный двигатель внутреннего сгорания, так и электрический. Имеется возможность подзарядки электродвигателя от работающего двигателя внутреннего сгорания. Но количество пройденных километров на электротяге не оправдывает стоимость

данных автомобилей. К тому же надёжность современных электрических трансмиссий ниже, чем у механических. Масса автомобиля, за счёт использования аккумуляторных батарей в качестве источников заряда, значительно увеличивается. Поэтому количество автомобилей с гибридными силовыми установками также не очень велико.

В результате возникает вопрос: почему бесступенчатая трансмиссия должна быть именно механической? Механические трансмиссии в данном случае более привычны для водителя. Возможно, когда-нибудь все серийные автомобили будут оснащаться электрическими трансмиссиями, но до этого момента наиболее востребованными видятся механические автоматические трансмиссии. Применительно к недорогим компактным автомобилям вариатор более выгоден. Как правило, на такие автомобили устанавливается не очень мощный двигатель, но для успешного конкурирования данных машин необходимо наличие кондиционера и автоматической трансмиссии, важны показатели расхода топлива. Установка автоматической трансмиссии на базе гидротрансформатора, дополненной ступенчатой коробкой передач, в данном случае нежелательна. Стоимость её установки сравнима со стоимостью самого автомобиля, к тому же это дополнительные расходы мощности, что, при одновременной работе с системой кондиционирования, не является приемлемым. Установка же, вариатора, как элемента бесступенчатой автоматической трансмиссии, в данном случае может стать разумной альтернативой, так как при серийном производстве стоимость вариатора по сравнению с гидромеханической трансмиссией, как правило, ниже. К тому же при тех же габаритах можно получить выигрыш в эффективности и плавности работы.

В настоящее время вариаторными трансмиссиями оснащаются лёгкие внедорожники, микроавтобусы. Причём это уже не единичные автомобили, а довольно большие серии. Наиболее распространены клиноременные вариаторы двух типов. Диапазон их регулирования доходит до пяти.

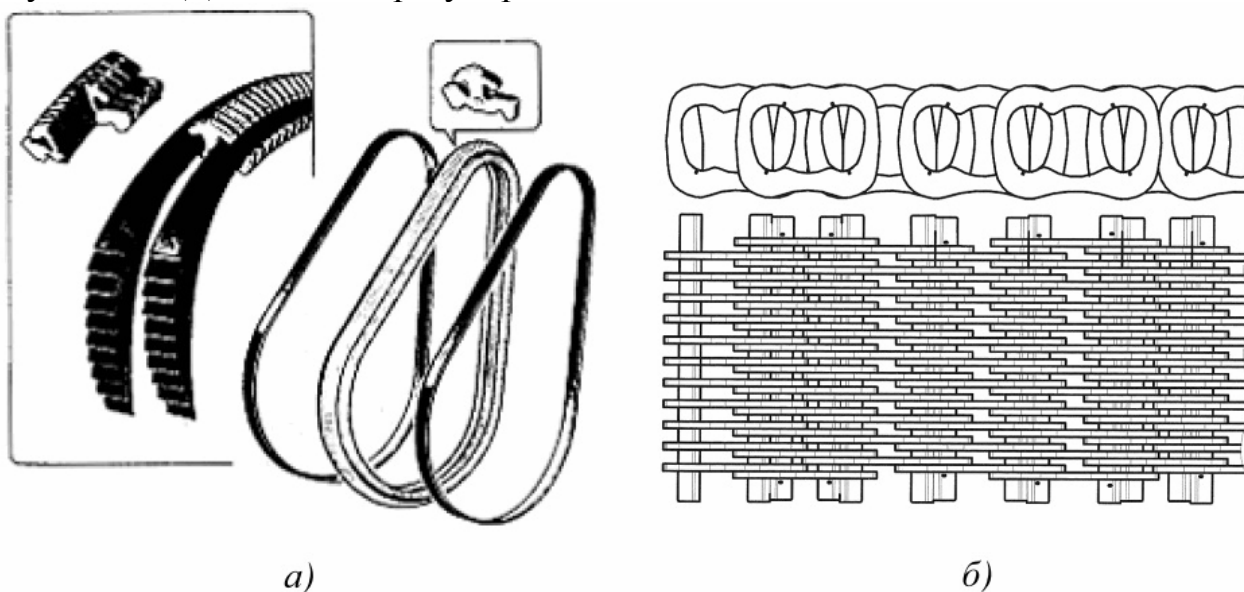


Рисунок 1 – Передающие элементы современных клиноременных вариаторов  
а – первого типа; б – второго типа

В первом типе клиноременных вариаторов (рисунок 1,а) в качестве передающего элемента используется лента, состоящая из множества плоских гребешков, надетых на парные стальные ленты. Таким образом, ремень является толкающим. При этом зацепление происходит боковыми поверхностями гребешков.

Второй тип (рисунок 1,б) – конструкции, имеющие в качестве передающего элемента стальную цепь. Зацепление между шкивами и цепью происходит за счет удлинённых пальцев цепи. Крутящий момент в обоих случаях передается трением между шкивами и элементами стального ремня или цепи.

Помимо клиноременных в автостроении применяются также торовые вариаторы. Крутящий момент в них также передается за счёт трения. Основным преимуществом (при соответствующих соотношениях геометрических параметров) торовых вариаторов является сведение к минимуму скольжение поверхностей соприкосновения у ведущего и ведомого тороидальных конусов с расположенными между ними подвижными роликами. Однако широкому распространению торовых вариаторов препятствует сложность их конструкции, а также высокие требования к точности изготовления и монтажа. Тем не менее, данный тип вариаторов используется в производстве автомобилей Nissan.

На сегодняшний день около сотни моделей серийно выпускаемых автомобилей оснащаются вариаторами. Это автомобили ведущих японских, американских и европейских производителей. Из последних разработок в данной области можно выделить клиноременный вариатор со стальной цепью, в конструкции которого применено параллельное расположение нескольких пар шкивов и ремней, а общее передаточное отношение является произведением передаточных чисел каждого из элементарных вариаторов [1]. Диапазон регулирования полученной бесступенчатой коробки оказался в несколько раз более высоким по сравнению с её аналогами. На базе «Ford Expedition» был построен опытный образец, где обычная механическая коробка передач была заменена на указанный вариаторный узел. Полученный агрегат по размерам и массе не превышал привычную механическую коробку передач, был гораздо меньше автоматической гидромеханической трансмиссии со ступенчатой коробкой передач, а также намного проще её по конструкции, так как имел в своём составе не более двадцати деталей, что в несколько раз меньше количества деталей гидромеханической передачи.

Среди спортивных автомобилей применение автоматических трансмиссий не получило широкого распространения, так как движение в условиях трассы требует чёткой работы трансмиссии соответственно быстроизменяющимся дорожным условиям. Современные гидромеханические трансмиссии не обладают надлежащей точностью, они не способны быстро адаптироваться к изменяющимся дорожным условиям. Поэтому на спортивных автомобилях в основном используются либо коробки передач с ручным переключением передач, либо роботизированные коробки, позволяющие ускорять процесс смены передач, но действующие под управлением водителя. Во время переключения передач в таких трансмиссиях происходит разрыв потока мощности, сопровождаемый потерей секунд, столь важных на гоночной трассе.

Точность работы и скорость изменения крутящего момента при помощи вариатора позволяет связать и заставить его совместно работать с датчиками продольного и бокового ускорения, датчиками давления шин [2]. Кроме того, изменение величины и направления вектора от сил веса и инерции играют большую роль в прохождении трассы, поскольку разная нагрузка приходится на переднюю и заднюю ось автомобиля в процессе его ускорения и торможения, а также в поворотах. Если при этом увеличивать подачу мощности на более загруженные колёса, то можно добиться от автомобиля большей эффективности. Также возможно связать вариаторный узел с системами курсовой устойчивости и противобуксовочными системами.

Для внедорожных автомобилей также актуален вопрос разрыва потока мощности в момент переключения передач. Здесь возможно использование вариатора вместо обычной механической коробки в паре с раздаточной коробкой, для увеличения диапазона работы трансмиссии. Также возможно применение вариатора как элемента конструкции дифференциала автомобиля, что также позволит регулировать крутящий момент и плавно подключать блокировки.

Использование вариаторов в трансмиссии мотороллеров, мотоколёсок позволяет удешевить конструкцию, повысить скоростные и тяговые характеристики данных транспортных средств.

Применительно к большегрузным автомобилям использование вариатора позволит значительно снизить расход топлива, повысить эффективность перевозок грузов. Упростит работу водителей на преодолении затяжных подъемов, спусков.

Главным недостатком существующих конструкций является то, что крутящий момент в данных вариаторах передаётся за счёт трения. Это сильно ограничивает область применения фрикционных вариаторов, так как данные агрегаты не могут передавать большой крутящий момент, оставаясь в тех же габаритах, что и обычные коробки передач. Они требовательны к качеству и материалам изготовления, однако из-за постоянного трения сильно снижается ресурс таких бесступенчатых передач. При работе фрикционных вариаторов требуется дорогостоящий вид смазочных материалов. Максимальное значение мощности, передаваемое таким вариатором, составляет 185 кВт.

Одним из путей решения данной проблемы и повышения эффективности бесступенчатых передач является исключение фрикционного механизма при передаче крутящего момента путём замены на зубчатую передачу, или аналогичную ей по эффективности. В качестве альтернативы фрикционным были предложены импульсные вариаторы [3]. Однако ни одна из опытных конструкций не закрепилась на серийных колёсных и гусеничных машинах. Причина в том, что в импульсных вариаторах силовой поток с ведущего вала на ведомый передаётся отдельными импульсами. Это обуславливает повышенную неравномерность вращения исполнительных органов и одновременно определяет относительно высокий уровень динамической нагруженности всего привода. При размещении за вариатором трансмиссии, у которой длинная кинематическая цепочка, импульсная передача крутящего момента будет способствовать возникновению в ней крутильных колебаний и будет вредной для узлов и агрегатов машины.

В связи с этим получают всё большее распространение цепные вариаторы, у которых торцовые силовые элементы цепей взаимодействуют с зубьями (пазами) конических шестерён. К ним можно отнести зубчатый вариатор Б.В. Пылаева [4].

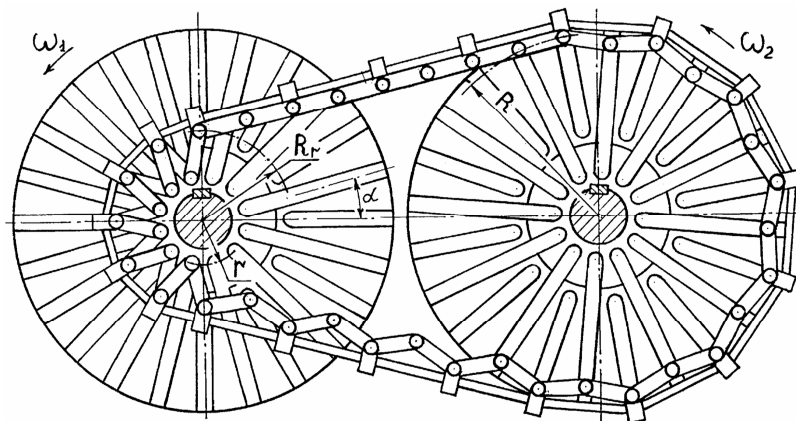


Рисунок 2 – Схема зубчатого вариатора Б.В. Пылаева

Вариатор (рисунок 2) содержит ведущий и ведомый валы, на каждом из которых вращается по паре конических колёс (с возможностью принудительного взаимосвязанного изменения расстояния между колёсами в каждой паре), имеющих радиальные прорези, а также замкнутую шарнирную цепь с зубьями, охваченную гибкой металлической лентой. Недостатком конструкции является возможность ударов из-за неопределённости в задании механизмом изменения радиуса кривизны шага цепи, необходимого по условиям зацепления в момент начала контакта её силовых пальцев с прорезями колёс. Другим недостатком является то, что недостаточная совместная жёсткость на кручение цепи и соединительной ленты могут привести к скручиванию цепи вокруг продольной оси и усилению динамических ударов.

В настоящее время ведется разработка зубчатого вариатора, свободного от присущих вариатору Б.В. Пылаева недостатков. Расчеты показывают возможность создать вариатор с гибким промежуточным звеном нефрикционного типа, способного к передаче мощностей, превышающих возможности фрикционных аналогов.

Статья опубликована при финансовой поддержке гранта №5.1 (для научных коллективов университета) Программы стратегического развития ФГБОУ МАДИ на период 2012-2016гг.

### Список литературы

1. Brown A.W., J. van Rooij, Frank A.A.. The Design of an Inline GCI Chain CVT for Large Vehicles.
2. Brian Beckman. The Physics of Racing. Burbank, CA 91503. 2008.
3. Леонов А.И., Дубровский А.Ф. Механические бесступенчатые нефрикционные передачи непрерывного действия. – М.: Машиностроение, 1984. – 192 с.
4. Патент РФ № 2133393 кл. F 16 H 9/24 от 20.07.99.



## ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА ДАЛАМБЕРА К РЕШЕНИЮ ТЕХНИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

*Михайленко Н.И., Живаго Э.Я.*

*Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк*

Принцип Даламбера сформулирован в 1743 г. и является одним из общих принципов механики. В литературе встречаются и другие названия: *метод кинестатики, петербургский принцип*, а также принцип Германа – Эйлера – Даламбера.

Согласно этому принципу, *если в любой момент времени к действующим на точку силам, как активным, так и реакции связи присоединить силу инерции, то полученная система сил будет уравновешенной (эквивалентной нулю)*, то есть

$$\bar{F} + \bar{R} + \bar{\Phi} = 0, \quad (\bar{F}, \bar{R}, \bar{\Phi}) \sim 0, \quad (1)$$

где  $\bar{\Phi}$  – сила инерции материальной точки по модулю равная произведению массы точки на модуль её ускорения и направленная противоположно этому ускорению:

$$\bar{\Phi} = -m\bar{a}; \quad \Phi = ma \quad (2)$$

Следует отметить, что в формулировке принципа Даламбера говорится об уравновешенности системы сил, а не о равновесии (покое) материальной точки.

Так как ускорение точки складывается из касательной и нормальной составляющих ( $\bar{a} = \bar{a}_\tau + \bar{a}_n$ ), то сила инерции тоже может быть представлена двумя составляющими (рисунок 1):

$$\bar{\Phi} = \bar{\Phi}_\tau + \bar{\Phi}_n,$$

$$\text{где } \bar{\Phi}_\tau = -m\bar{a}_\tau, \quad \Phi_\tau = ma_\tau = m \frac{dV}{dt}; \quad \bar{\Phi}_n = -m\bar{a}_n, \quad \Phi_n = ma_n = m \frac{V^2}{\rho}; \quad (3)$$

Если точка принадлежит телу, вращающемуся вокруг оси с угловой скоростью  $\omega$  и угловым ускорением  $\varepsilon$  (рисунок 2), то

$$\Phi_\tau = ma_\tau = m\varepsilon r; \quad \Phi_n = ma_n = m\omega^2 r. \quad (4)$$

Если точка совершает сложное движение, то её абсолютное ускорение складывается из относительного, переносного ускорений и ускорения Кориолиса.

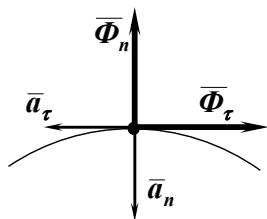


Рисунок 1 – Составляющие силы инерции и ускорения точки при её движении по кривой

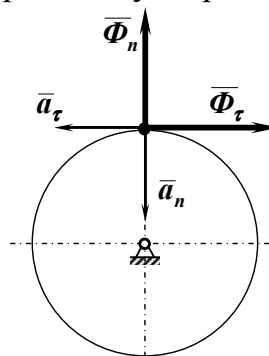


Рисунок 2 – Составляющие силы инерции и ускорения точки, принадлежащей вращающемуся телу

$$\bar{a}_a = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_c.$$

Соответствующие силы инерции будут равны

$$\bar{\Phi}_r = -m\bar{a}_r, \quad \bar{\Phi}_e = -m\bar{a}_e, \quad \bar{\Phi}_c = -m\bar{a}_c$$

Рассмотрим механическую систему, состоящую из  $n$  материальных точек, которые под действием внешних и внутренних сил движутся по отношению к инерциальной системе отсчета с ускорением  $\bar{a}_k$ . Применяя к каждой точке системы принцип Даламбера, получим

$$\bar{F}_k + \bar{R}_k + \bar{\Phi}_k = 0, \quad (\bar{F}_k, \bar{R}_k, \bar{\Phi}_k) \sim 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

и придём к результату, выражающему принцип Даламбера для системы: если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на неё внешних и внутренних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной (эквивалентной нулю). Математически принцип Даламбера для системы записывается  $n$  равенствами (5).

Значение принципа Даламбера состоит в том, что при непосредственном его применении к задачам динамики уравнения движения системы составляются в форме хорошо известных уравнений равновесия, что делает единым подход к решению задач и часто упрощает соответствующие расчеты.

Просуммировав уравнения (5), получим одно уравнение

$$\sum_{k=1}^n \bar{F}_k + \sum_{k=1}^n \bar{R}_k + \sum_{k=1}^n \bar{\Phi}_k = 0, \quad (6)$$

Умножим каждое из равенств (5) на радиус-вектор  $\bar{r}_k$   $k$ -й точки и просуммировав их получим

$$\sum_{k=1}^n \bar{r}_k \times \bar{F}_k + \sum_{k=1}^n \bar{r}_k \times \bar{R}_k + \sum_{k=1}^n \bar{r}_k \times \bar{\Phi}_k = 0,$$

или

$$\sum_{k=1}^n \bar{M}_O(\bar{F}_k) + \sum_{k=1}^n \bar{M}_O(\bar{R}_k) + \sum_{k=1}^n \bar{M}_O(\bar{\Phi}_k) = 0. \quad (7)$$

В проекциях на оси декартовой системы координат, начало которых совпадает с центром  $O$  получим шесть уравнений равновесия пространственной произвольной системы сил:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n F_{kx} + \sum_{k=1}^n R_{kx} + \sum_{k=1}^n \Phi_{kx} = 0, & \quad \sum_{k=1}^n M_x(\bar{F}_k) + \sum_{k=1}^n M_x(\bar{R}_k) + \sum_{k=1}^n M_x(\bar{\Phi}_k) = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} + \sum_{k=1}^n R_{ky} + \sum_{k=1}^n \Phi_{ky} = 0, & \quad \sum_{k=1}^n M_y(\bar{F}_k) + \sum_{k=1}^n M_y(\bar{R}_k) + \sum_{k=1}^n M_y(\bar{\Phi}_k) = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{kz} + \sum_{k=1}^n R_{kz} + \sum_{k=1}^n \Phi_{kz} = 0, & \quad \sum_{k=1}^n M_z(\bar{F}_k) + \sum_{k=1}^n M_z(\bar{R}_k) + \sum_{k=1}^n M_z(\bar{\Phi}_k) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Обозначим главные векторы активных сил  $\bar{F} = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k$ , реакций связей

$$\bar{R} = \sum_{k=1}^n \bar{R}_k, \quad \text{и сил инерции} \quad \bar{\Phi} = \sum_{k=1}^n \bar{\Phi}_k, \quad \text{главные моменты активных сил}$$

$$\bar{M}_O^F = \sum_{k=1}^n \bar{M}_O(\bar{F}_k), \quad \text{реакций связей} \quad \bar{M}_O^R = \sum_{k=1}^n \bar{M}_O(\bar{R}_k), \quad \text{и сил инерции} \quad \bar{M}_O^\Phi = \sum_{k=1}^n \bar{M}_O(\bar{\Phi}_k).$$

Если силы, действующие на точку, разложить на внешнюю  $\bar{F}_k^e$  и внутреннюю  $\bar{F}_k^i$ , то уравнение (5) примет вид

$$\bar{F}_k^e + \bar{F}_k^i + \bar{\Phi}_k = 0.$$

Согласно свойствам внутренних сил системы их главный вектор и главный момент относительно любого центра приведения равны нулю и уравнения (6) и (7) можно переписать

$$\sum_{k=1}^n \bar{F}_k^e + \sum_{k=1}^n \bar{\Phi}_k = 0, \quad \sum_{k=1}^n \bar{M}_O(\bar{F}_k^e) + \sum_{k=1}^n \bar{M}_O(\bar{\Phi}_k) = 0. \quad (9)$$

Полученные уравнения аналогичны уравнениям (6) и (7), но в них не входят внутренние силы.

Понятие о силе инерции и принцип Даламбера составляют основу метода кинестатики, главной целью которого является применение методов статики к задачам динамики машин и механизмов. Чтобы пользоваться этим методом нужно уметь вычислять главный вектор и главный момент сил инерции.

Главный вектор сил инерции механической системы, в частности твердого тела, равен произведению массы системы (тела) и направлен противоположно этому ускорению.

$$\bar{\Phi} = -m\bar{a}_C. \quad (10)$$

Главный момент сил инерции механической системы (твердого тела) относительно некоторого центра  $O$  или оси  $z$  равен взятой со знаком минус производной по времени от кинетического момента системы (тела) относительно того же центра или той же оси.

$$\bar{M}_O^\Phi = -\frac{d\bar{K}_O}{dt} \quad \text{и} \quad M_z^\Phi = -\frac{dK_z}{dt}. \quad (11)$$

Если движение точек механической системы рассматривать как сложное, то есть  $\bar{r}_k = \bar{r}_C + \bar{\rho}_k$ , то

$$\bar{K}_O = \bar{K}_C^{(r)} + \bar{r}_C \times M\bar{V}_C,$$

где  $\bar{K}_C^{(r)} = \sum \bar{\rho}_k \times m_k \bar{V}_k^{(r)}$  – главный момент количества движения системы в её относительном движении по отношению к системе координат, движущейся поступательно вместе с центром масс. В этом случае главный момент сил инерции относительно неподвижного центра приведения  $O$

$$\bar{M}_O^\Phi = -\frac{d\bar{K}_O}{dt} = -\frac{d\bar{K}_C^{(r)}}{dt} - M\bar{r}_C \times \bar{a}_C. \quad (12)$$

Силы инерции точек механической системы можно привести к центру масс, который может быть подвижной точкой. В этом случае главный момент сил инерции относительно центра масс

$$\bar{M}_C^\Phi = -\frac{d\bar{K}_C^{(r)}}{dt}, \quad (13)$$

(производная в (13) полная, поскольку угловая скорость подвижной системы координат равна нулю).

В общем случае систему сил инерции можно привести к одной силе и к одной паре сил.

В частных случаях

1. при поступательном движении силы инерции твердого тела приводятся к равнодействующей  $\bar{\Phi}$ , линия действия которой проходит через центр масс тела,

2. при вращении тела вокруг неподвижной оси главный момент сил инерции относительно оси вращения равен произведению осевого момента инерции на угловое ускорение.

Так как  $K_z = J_z \omega$ , то равенство (11) можно записать в виде

$$M_z^\Phi = -J_z \frac{d\omega}{dt}, \quad \text{или} \quad M_z^\Phi = -J_z \varepsilon. \quad (14)$$

Главные моменты сил инерции (центробежные моменты инерции) относительно осей, лежащих в плоскости перпендикулярной оси вращения

$$M_x^\Phi = J_{xz} \varepsilon - J_{yz} \omega^2, \quad M_y^\Phi = J_{yz} \varepsilon + J_{xz} \omega^2. \quad (15)$$

3. В случае плоскопараллельного движения система сил инерции будет представлена и главным вектором и главным моментом сил инерции относительно оси, проходящей через центр масс

$$\bar{\Phi} = -m\bar{a}_C, \quad M_{zC}^\Phi = -J_{zC} \varepsilon. \quad (16)$$

С учетом полученных выше соотношений для проекций главного вектора и главного момента сил инерции, а также выражений для проекций главного вектора и главного момента реакций связей, уравнения принципа Даламбера (8) принимают вид

$$\begin{aligned} F_x + X_A + X_B + m\varepsilon y_C + m\omega^2 x_C &= 0, & M_x^F + Y_A l_A - Y_B l_B + J_{xz} \varepsilon - J_{yz} \omega^2 &= 0, \\ F_y + Y_A + Y_B - m\varepsilon x_C + m\omega^2 y_C &= 0, & M_y^F - X_A l_A + X_B l_B + J_{yz} \varepsilon + J_{xz} \omega^2 &= 0, \\ F_z + Z_A &= 0, & M_z^F - J_z \varepsilon &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Эти шесть уравнений полностью описывают характеристики вращающегося твердого тела. Особым из них является последнее уравнение – это дифференциальное уравнение вращательного движения. Первые пять уравнений служат для определения пяти величин реакций опор:  $X_A$ ,  $Y_A$ ,  $Z_A$ ,  $X_B$  и  $Y_B$ .

Величины реакций, получаемые из уравнений (17), в общем случае зависят от характера вращения тела (кроме реакции  $Z_A$ ), т. е. от величины угловой скорости и углового ускорения. Такие реакции называются динамическими, в отличие от статических реакций неподвижного тела.

Динамические реакции могут быть значительно больше статических (примеры 1 и 2).

### Список литературы

1. Курс теоретической механики. Под редакцией К.С. Колесникова. – М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2002. – Том 1. – 735 с.
2. Тарг С.М., Краткий курс теоретической механики, Учеб. для втузов. –М.: Высшая школа, 1988. – 416 с.

## РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И МОНИТОРИНГА РЕСУРСА МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Гриб В.В.<sup>1</sup>, Карелина М.Ю.<sup>1</sup>, Петрова И.М.<sup>1</sup>, Филимонов М.А.<sup>2</sup>*  
<sup>1</sup>*Московский автомобильно-дорожный государственный технический  
университет, Москва*  
<sup>2</sup>*ЗАО НИЦ «Технопрогресс», Москва*

Создание моделей накопления повреждений с целью мониторинга технического состояния и оценки остаточного ресурса применительно к изделиям машиностроения работающих в различных условиях эксплуатации, оценка эффективности влияния технологических мероприятий на долговечность и надежность деталей машин и элементов конструкций по критериям прочности и износостойкости является актуальной научной задачей, имеющей большое практическое значение, так как многие технические системы в настоящее время исчерпали назначенный ресурс и должны эксплуатироваться на основе данных об их техническом состоянии.

В зависимости от условий нагружения и окружающей среды реализуются различные механизмы накопления повреждений и разрушения. Износ машины является одним из основных факторов, способствующих увеличению динамических нагрузок, уровня вибрации и шума, что приводит к потере работоспособности технической системы. Компьютерное моделирование динамики и изнашивания узлов позволяет связать воедино изменение функциональных и динамических параметров машин с износом отдельных её элементов и прогнозировать эти процессы на время будущей эксплуатации. В процессе эксплуатации, вследствие деградации технического состояния узлов, динамика механизма значительно изменяется, что приводит к повышению интенсивности изнашивания деталей и увеличению вероятности разрушения. Особенно заметно эти явления протекают в кривошипно-шатунных механизмах. В работе [1] предложена математическая модель, учитывающая влияние величины зазоров в подвижных соединениях и неравномерность вращения коленчатого вала поршневого компрессора на характер изменения динамических параметров элементов механизма движения. Там же получено, что динамические нагрузки в пусконаладочном режиме в 1,3 раза выше, чем в рабочих режимах. Основные подходы к математическому моделированию динамики кривошипно-шатунного механизма с учетом зазоров в узлах трения приведены в [2]. Предложено рассматривать уравнения движения в бесконечно малых перемещениях механической системы, что позволяет учесть влияние зазоров почти во всех основных сопряжениях механизма, размеры которых на несколько порядков меньше размеров номинальных длин звеньев. Подобный динамический анализ состояния системы позволяет в первом приближении оценить износ трущихся деталей. В этом случае дискретные состояния узла рассматриваются через определенный интервал, называемый шагом износа.

Закономерности изнашивания материалов из которых изготовлен узел в зависимости от наиболее влияющих факторов определяются экспериментально или принимаются на основе известных справочных материалов. Переход от одного состояния по критерию износа к другому осуществляется скачкообразно. В пределах шага износа параметры состояния и свойства системы принимаются неизменными, что позволяет развитие процессов, протекающих при изнашивании, заменить квазистатической расчетной моделью. Чем меньше выбранный шаг, тем более корректно расчетная модель описывает протекающие процессы. С использованием данной модели была определена величина износа механизма двигателя [2]. Экспериментальные исследования виброакустических характеристик механизма при различных состояниях узлов показал их удовлетворительное соответствие расчетным характеристикам.

Предложенная модель оценки динамики и износа элементов механических систем позволяет проводить уточненные расчеты на долговечность по критериям динамического нагружения и износа. В этом случае оценку вероятности разрушения по методике учета постепенного снижения предела выносливости вследствие циклического нагружения, алгоритм которой изложен в [3]. Вероятность разрушения детали за назначенный период эксплуатации при заданном законе распределения амплитуд напряжений или блоке нагружения, полученном экспериментально определяется с помощью квантили.

$$u_p = \frac{1 - \tilde{n}}{\sqrt{\tilde{n}^2 v_{\sigma-1}^2 + v_\varepsilon^2}} \quad (1)$$

здесь  $\tilde{n} = \frac{n_p}{n}$  – относительный коэффициент запаса;  $n_p = \sigma_{a \max} / \sigma_{-1D}$  предельный

коэффициент нагруженности;  $n = \frac{\bar{\sigma}_{a \max}}{\bar{\sigma}_{-1D}}$  – отношение среднего значения

максимальной амплитуды в блоке нагружения к среднему значению предела выносливости;  $v_{\sigma-1}$  – коэффициент вариации предела выносливости;  $v_\varepsilon$  – коэффициент вариации максимальных амплитуд в блоке нагружения.

Предельный коэффициент нагруженности  $n_p = \sigma_{a \max} / \sigma_{-1D}$  обозначает, что при  $\sigma_{a \max} / \sigma_{-1D} > n_p$ , будут наступать усталостные разрушения до истечения срока службы и ли заданного значения долговечности, а при  $\sigma_{a \max} / \sigma_{-1D} < n_p$  разрушений не будет. При расчете предполагается, что все напряжения блока нагружения действуют последовательно в порядке убывания, начиная с самого высокого значения амплитуды  $\sigma_a$ , что приведет к небольшой погрешности в безопасную сторону. Исследования проведенные совместно с Филимоновым М.А. (ГИАП) показали, что увеличение зазоров в крейцкопфном подшипнике 0,05мм до 0,15мм соответствует увеличению нагрузки на 30%. Увеличение динамических нагрузок за счет износа можно учесть увеличением предельного коэффициента нагруженности. С использованием алгоритма [3] был проведен расчет вероятности разрушения шатунов оппозитного компрессора в

зависимости от изменения зазора в сопряжении, результаты которого представлены в таблице. В таблице представлены для трех нагрузок увеличение амплитуд напряжений  $\sigma_a$  в зависимости от зазора в сопряжении, соответствующие каждой амплитуде значение предельного коэффициента нагруженности и квантили вероятности разрушения, соответствующие нормальному закону распределения.

Таблица 1 – Результаты расчета вероятности разрушения шатунов

Нагрузка, кН	Зазор в сопряжении, мм	$\sigma_a$ , МПа	$n_p$	$u_p$
300	0,06	63,0	1,33	-1,98
	0,10	72,0	1,17	-1,08
	0,15	78,5	1,07	-0,48
250	0,06	53,3	1,58	-3,18
	0,10	60,0	1,40	-2,33
	0,15	66,5	1,26	-1,83
180	0,06	40,0	2,10	-4,73
	0,10	45,5	1,85	-4,19
	0,15	50,7	1,66	-3,55

Полученные результаты подтверждают возможность использования данного подхода к оценке вероятности разрушения элементов механических систем. Предложенный метод позволяет учесть влияние на надежность износа и возможных перегрузок.

### Список литературы

1. Гриб В.В., Сафонов Б.П., Жуков Р.В. Динамика механизма движения поршневого компрессора с учетом зазоров в подвижных соединениях // Вестник машиностроения. – 2002. – №4. – С. 3-7.
2. Гриб В.В., Петрова И.М., Жуков Р.В. Компьютерное моделирование изменения технического состояния механизма ДВС в процессе эксплуатации // Вестник МАДИ(ГТУ), вып. 2. – 2004. – С. 17-24.
3. Расчеты деталей машин на выносливость в вероятностном аспекте / Под ред. Гусенкова А.П., Петровой И.М., Гадолиной И.В. – М.: МЦНТИ, 1991. – 85 с.

## О ТРЕЩИНАХ ГЕРЦА И ГРАНИЦАХ ПРИМЕНИМОСТИ ЕГО ТЕОРИИ

*Куклин С.А., Цвигун В.Н.*

*Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк*

Г.Герц пытался «использовать свою теорию контактного взаимодействия для точного определения твердости тел через контактное давление, вызывающее пластическое течение» [1, с.107]. Начало пластического течения зафиксировать трудно, поэтому эта методика для пластичных материалов оказалась неудовлетворительной. В отличие от пластичных сред, в хрупких средах под действием контактного давления возникают трещины, появление которых заметить намного проще, но здесь встает другой вопрос: «Насколько применима теория Герца к хрупким средам?»

Трещины появляются от растягивающих напряжений, возникающих по периметру площадки контакта индентора, в некоторых источниках эти трещины называют «трещинами Герца».

Для индентора сферической формы радиус площадки контакта  $a$ , максимальное контактное давление  $p_0$  и максимальное растягивающее напряжение  $\sigma_r$ , определяются по формулам [1, с.480]

$$a = \sqrt[3]{\frac{3P \cdot R}{4E^*}}, \quad (1)$$

$$p_0 = \frac{3P}{2\pi \cdot a^2}, \quad (2)$$

$$\sigma_r = \frac{p_0}{3}(1 - 2\nu), \quad (3)$$

где  $P$  – нагрузка на индентор,  $R$  – радиус индентора (при внедрении в плоскую поверхность),  $E^*$  – приведенный модуль Юнга

$$E^* = \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1}, \quad (4)$$

$E_1, E_2, \nu_1, \nu_2$  – модули упругости и коэффициенты Пуассона соприкасающихся тел.

Естественно предположить, что для одного и того же материала растягивающие напряжения соответствующие появлению трещины должны быть одинаковы. Согласно формуле (3) для этого должны быть одинаковы максимальные контактные давления. Используя формулу (2), запишем

$$p_0 = \frac{3P_1}{2\pi \cdot a_1^2} = \frac{3P_2}{2\pi \cdot a_2^2}; \quad \frac{P_1}{a_1^2} = \frac{P_2}{a_2^2}; \quad \frac{a_2}{a_1} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}, \quad (5)$$

здесь  $P_1, P_2, a_1, a_2$  – нагрузки и радиусы первичных кольцевых трещин при разрушении среды инденторами с радиусами  $R_2$  и  $R_1$ .

В свою очередь из формулы (1) следует



$$\frac{a_2}{a_1} = \sqrt[3]{\frac{P_2 \cdot R_2}{P_1 \cdot R_1}} \quad (6)$$

Из (5) и (6)

$$\frac{a_2}{a_1} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} = \sqrt[3]{\frac{P_2 \cdot R_2}{P_1 \cdot R_1}}; \quad \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{3/2} = \frac{P_2 \cdot R_2}{P_1 \cdot R_1}; \quad \frac{P_1}{P_2} \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{3/2} = \frac{R_2}{R_1}; \quad (7)$$

$$\frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{P_1^{-3/2}}{P_2^{-3/2}} = \frac{R_2}{R_1}; \quad \frac{P_1^{\left(\frac{2}{2}-\frac{3}{2}\right)}}{P_2^{\left(\frac{2}{2}-\frac{3}{2}\right)}} = \frac{R_2}{R_1}; \quad \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} = \frac{R_2}{R_1}$$

Сопоставляя последние формулы в преобразованиях (5) и (7) запишем

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (8)$$

Как видно из последней формулы *возрастание радиуса трещин Герца равно возрастанию радиусов инденторов*. Итак, радиусы трещин должны удовлетворять уравнению (8), для проверки этого утверждения была проведена серия испытаний. Для опытов брали твердомер Бринелля, динамометр и для наблюдения трещин – стереомикроскоп МБС9(х32). Для хрупких материалов наблюдается следующая последовательность разрушения:

- появляется очень маленькая лунка;
- на расстоянии 0,1...0,2мм от края индентора, на дефектах материала, зарождаются одна или несколько микроскопических трещин, касательных к лунке;
- магистральная трещина начинает расти по кольцу вокруг индентора и конусом вглубь среды;
- в большинстве случаев трещина замыкается в круг или (при наличии сдвигающих усилий) в эллипс.

Сферические инденторы разных диаметров 4,66; 7,81; 9,45 мм из стали ШХ15 внедрялись в белый мрамор и стекло до появления трещины. Фиксировалось усилие  $P$  в момент появления трещины, диаметр трещины  $d_{mp}$ . Диаметры замерялись под микроскопом.

Приведем результаты испытаний (таблицы 1, 2). В приведенных таблицах:  $P$  – нагрузка на индентор,  $R$  – радиус индентора;  $r_{mp}$  – радиус трещины;  $Min$ ,  $Max$ ,  $Mid$  - минимальное, максимальное и среднее значения;  $\delta$  – стандартное отклонение в % к среднему.

Выпишем для сравнения основные результаты испытаний (таблица 3).

Анализ таблицы 3 показывает, что формула (8) соблюдается, не вполне точно, в частности, для меньших диаметров инденторов относительный радиус трещины выше (рисунок 1).

Таблица 1 – Результаты внедрения инденторов в белый мрамор

R, мм	2,33			3,9			4,72		
№пп	P, Н	r <sub>мп</sub> , мм	r <sub>мп</sub> /R	P, Н	r <sub>мп</sub> , мм	r <sub>мп</sub> /R	P, Н	r <sub>мп</sub> , мм	r <sub>мп</sub> /R
1	970	0,63	0,27	2180	1,00	0,26	3500	1,25	0,26
2	1300	0,70	0,30	3000	1,38	0,35	4100	1,40	0,30
3	1670	0,70	0,30	3500	1,38	0,35	2620	1,13	0,24
4	1420	0,70	0,30	2370	1,20	0,31	4750	1,45	0,31
5	1770	0,75	0,32	3250	0,95	0,24	4670	1,35	0,29
6	2250	0,83	0,35	2020	0,95	0,24	3700	1,00	0,21
7	1120	0,60	0,26	3120	1,25	0,32	3100	1,00	0,21
8	2050	0,80	0,34	2420	0,94	0,24	3070	1,13	0,24
9	2320	0,75	0,32	2200	0,93	0,24	3070	1,13	0,24
10	1350	0,70	0,30	1980	0,99	0,25	3420	1,13	0,24
11	2050	0,70	0,30	4750	1,75	0,45	3650	1,2	0,25
12	2320	0,80	0,34	4570	1,38	0,35	3100	0,93	0,20
13	2250	0,78	0,33	2400	1,18	0,30	3450	0,9	0,19
14	1770	0,60	0,26	2050	1,08	0,28	3450	1,05	0,22
15	2150	0,70	0,30	2630	1,15	0,29	1950	0,75	0,16
16	1920	0,68	0,29	3000	1,15	0,29	3070	0,88	0,19
17	2150	0,70	0,30	2750	1,08	0,28	3920	1,13	0,24
18	1920	0,75	0,32	3020	1,18	0,30	3420	0,93	0,20
19	1920	0,75	0,32	3320	1,08	0,28	3820	1,10	0,23
20	1670	0,63	0,27	2500	1	0,26	3750	1,05	0,22
Min	970	0,60	0,26	1980	0,93	0,24	1950	0,75	0,16
Max	2320	0,83	0,35	4750	1,75	0,45	4750	1,45	0,31
Mid	1817	0,71	0,31	2851,5	1,15	0,29	3479	1,09	0,23
δ	22%	9%	9%	27%	18%	18%	18%	16%	16%

Таблица 2 – Результаты внедрения инденторов в стекло

R, мм	2,33			3,9			4,72		
№пп	P, Н	r <sub>мп</sub> , мм	r <sub>мп</sub> /R	P, Н	r <sub>мп</sub> , мм	r <sub>мп</sub> /R	P, Н	r <sub>мп</sub> , мм	r <sub>мп</sub> /R
1	625	0,52	0,22	425	0,42	0,11	775	0,45	0,10
2	200	0,23	0,10	387	0,37	0,09	412	0,36	0,08
3	875	0,37	0,16	325	0,30	0,08	662	0,49	0,10
4	750	0,32	0,14	475	0,38	0,10	250	0,31	0,07
5	288	0,39	0,17	413	0,50	0,13	1250	0,53	0,11
6	300	0,39	0,17	363	0,42	0,11	500	0,39	0,08
7	875	0,57	0,24	375	0,45	0,11	363	0,37	0,08
8	750	0,35	0,15	363	0,37	0,09	363	0,38	0,08
9	525	0,35	0,15	550	0,43	0,11	600	0,43	0,09
10	200	0,22	0,09	338	0,33	0,08	525	0,65	0,14
11	238	0,27	0,11	588	0,44	0,11	250	0,31	0,07
12	980	0,40	0,17	550	0,40	0,10	375	0,42	0,09
13	200	0,23	0,10	525	0,43	0,11	663	0,44	0,09
14	162	0,23	0,10	350	0,32	0,08	938	0,49	0,10
15	388	0,29	0,12	538	0,39	0,10	638	0,43	0,09
16	400	0,28	0,12	263	0,30	0,08	638	0,42	0,09
17	225	0,24	0,10	375	0,35	0,09	750	0,56	0,12
18	200	0,22	0,09	275	0,30	0,08	800	0,50	0,11
19	212	0,22	0,09	275	0,30	0,08	388	0,35	0,07
20	200	0,23	0,10	312	0,30	0,08	287	0,34	0,07
Min	162	0,22	0,09	263	0,30	0,08	250	0,31	0,07
Max	980	0,57	0,24	588	0,50	0,13	1250	0,65	0,14
Mid	430	0,31	0,13	403	0,37	0,10	571	0,43	0,09
δ	64%	33%	33%	25%	16%	16%	44%	20%	20%

Таблица 3 – Относительные радиусы трещин  $r_{mp}/R$

$R$ , мм	2,33	3,9	4,72
Стекло	0,13	0,10	0,09
Мрамор	0,31	0,29	0,23

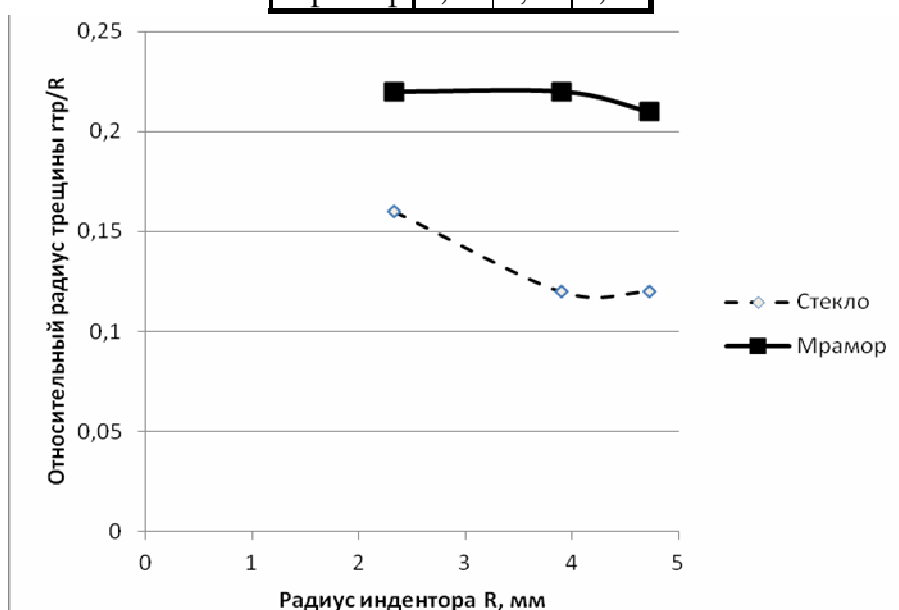


Рисунок 1 – Итоги испытаний по внедрению инденторов в мрамор и стекло

Для выяснения расхождений с теорией Герца был проведен дополнительный численный расчет поставленной задачи. Расчет проводился методом конечных элементов: к инденторам тех же диаметров  $D=4,66; 7,81; 9,45$  мм прикладывались средние усилия, полученные из экспериментов (таблицы 1, 2)  $P=1817; 2852; 3479$ Н для мрамора и  $P=430; 403; 571$ Н для стекла. Материал инденторов – сталь с модулем упругости  $E=2 \cdot 10^5$ МПа и коэффициентом Пуассона  $\nu=0,28$ . Материал среды – мрамор с модулем упругости  $E=0,4 \cdot 10^5$ МПа и коэффициентом Пуассона  $\nu=0,1$  и стекло с модулем упругости  $E=0,7 \cdot 10^5$ МПа и коэффициентом Пуассона  $\nu=0,25$ .

Было рассмотрено распределение главных напряжений на поверхности (рисунок 2). Здесь максимум соответствует диаметру кольцевой трещины.

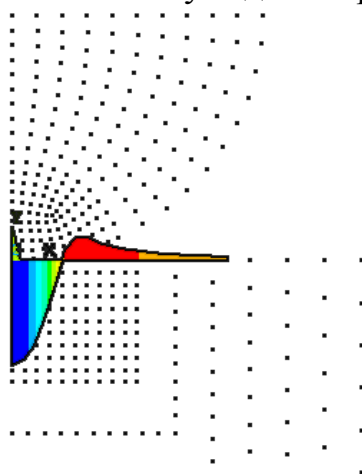


Рисунок 2 – Распределение главных максимальных напряжений и конечно-элементная сетка численного эксперимента

Таблица 4 – Данные по распределению главных максимальных напряжений

$x/R$	Стекло при $R$ , мм			Мрамор при $R$ , мм		
	2,33	3,9	4,72	2,33	3,9	4,72
0,000	-2618	-1749	-1722	-2216	-1857	-1738
0,010	-2519	-1617	-1584	-2202	-1813	-1685
0,041	-2015	-954	-910	-2125	-1623	-1458
0,071	-1306	-223	-212	-2004	-1306	-1112
0,082	-1004	-66	-63	-1961	-1192	-991
0,092	-669	50	48	-1919	-1079	-871
0,102	-345	141	136	-1841	-952	-743
0,112	-98	135	131	-1625	-774	-587
0,122	153	138	135	-1404	-596	-430
0,133	215	127	125	-1178	-416	-272
0,153	253	94	94	-696	-72	22
0,194	176	62	63	406	330	307
0,235	127	43	44	543	361	317
0,276	74	30	31	513	307	262
0,316	69	27	28	383	231	198
0,357	64	24	24	307	183	157
0,398	58	20	21	252	150	129
0,408	57	20	20	243	144	123
0,449	52	16	17	209	121	104
0,490	47	14	15	157	99	86

**Примечание.**  $x$ -расстояние от оси индентора

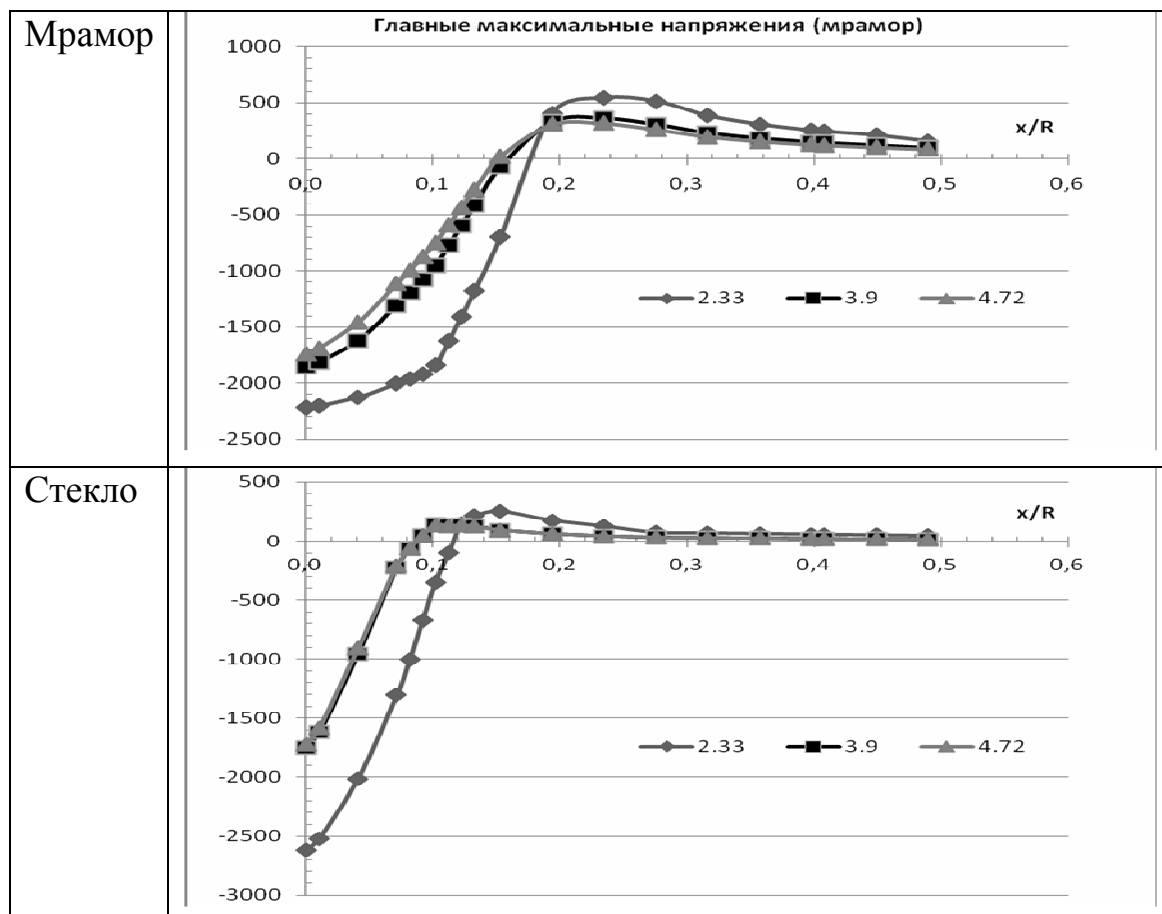


Рисунок 3 – Распределение главных максимальных напряжений

Результаты серии подобных численных экспериментов (таблица 4, рисунок 3) показывают лучшее схождение с лабораторными испытаниями, чем предсказывает теория Герца. При численном эксперименте тоже наблюдается увеличение относительных радиусов трещин для меньших диаметров инденторов.

Обработка полученных данных дифференцированием дает следующие значения максимальных напряжений и их положения относительно оси индентора (таблица 5, выделено серым цветом). Для удобства сравнения в этой таблице добавлены результаты из лабораторных испытаний.

Таблица 5 – Максимумы напряжений, полученные дифференцированием, в сравнении с лабораторными исследованиями

	Мрамор			Стекло		
$R$ , мм	2,33	3,9	4,72	2,33	3,9	4,72
$r_{mp}/R$ (числ)	0,22	0,22	0,21	0,16	0,12	0,12
$r_{mp}/R$ (лаб.)	0,31	0,29	0,23	0,13	0,10	0,09
$\delta$	9%	18%	16%	33%	16%	20%
$\sigma_1$ , МПа	568	373	330	255	138	135

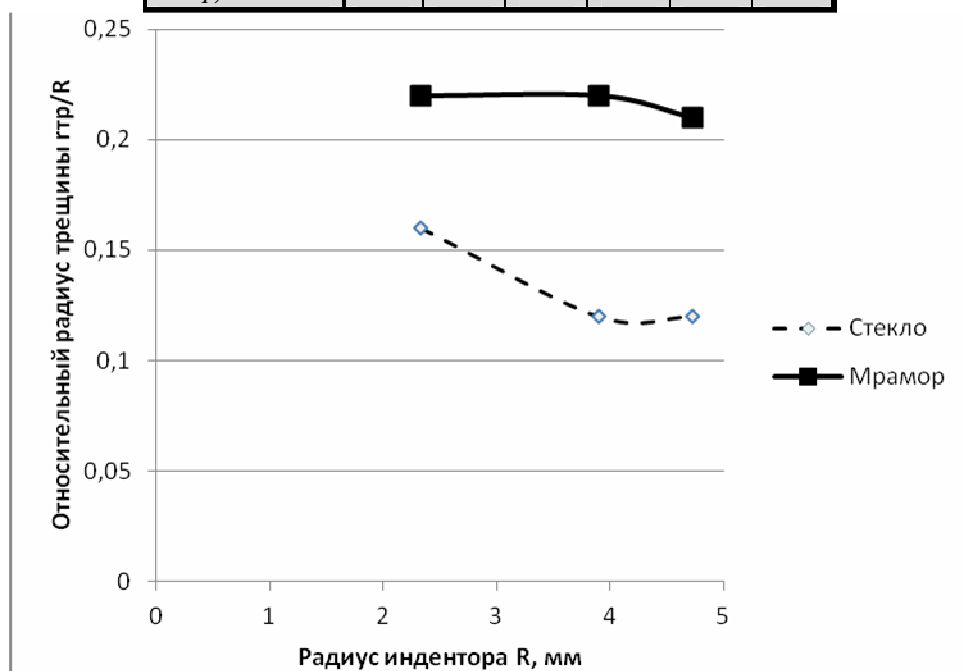


Рисунок 4 – Итоги численных испытаний по внедрению инденторов в мрамор и стекло

Хотя заметны расхождения результатов численных и лабораторных экспериментов, но просматривается также совпадение характера зависимостей радиуса трещины от радиуса индентора (достаточно сравнить рисунки 1 и 4). Расхождения численных результатов частично связаны с возможным несоответствием заданных упругих свойств ( $E$ ,  $\nu$ ) и частично с разбросом результатов лабораторных экспериментов.

Естественно встает вопрос: «Почему для инденторов малых диаметров относительный радиус трещин выше?» Прежде чем ответить на него полезно провести еще один численный эксперимент.

Построим график изменения радиуса трещины по мере возрастания нагрузки, при разбиении среды внедрения на разное количество конечных элементов (рисунок 5). Здесь по оси абсцисс откладывается нагрузка на индентор, а по оси ординат радиус возникновения максимальных напряжений растяжения (радиус трещины).

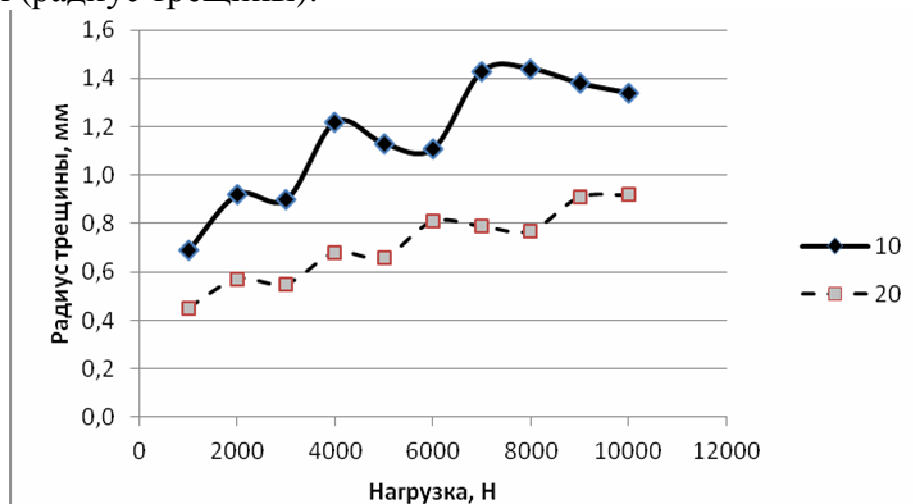


Рисунок 5 – Оценка влияния количества элементов

Здесь видно, что при разбиении на 20 элементов на графике появляется 4 пика, против 3 пиков для 10 конечных элементов.

Появления пиков можно объяснить следующим образом (рисунок 6).

Первоначально индентор воздействует на элемент №1 и через него на все остальные элементы. Площадь соприкосновения ограничена нижней и правой границей элемента №1. По мере нагружения площадь не меняется, соответственно растет напряжение. Затем наступает момент, когда индентор соприкасается с элементом №2 (пунктирная линия) – площадь соприкосновения резко увеличивается, напряжение падает. Затем напряжение растет, вовлекается элемент №3 – напряжение падает и т.д. Соответственно чем меньше будут конечные элементы, тем чаще будет повторяться этот процесс.

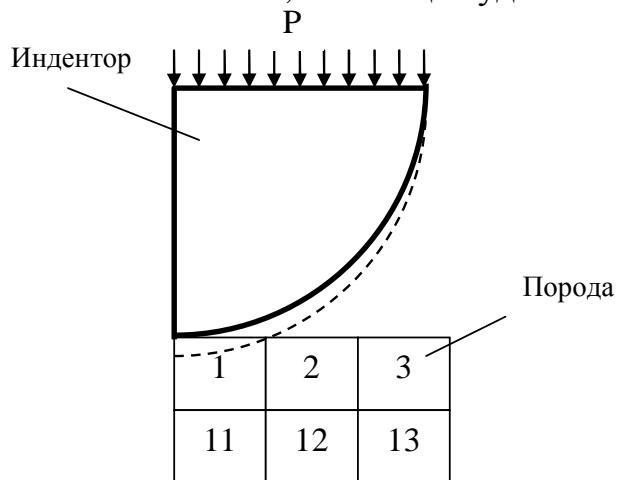


Рисунок 6 – Пояснение влияния количества элементов на изменение напряжений

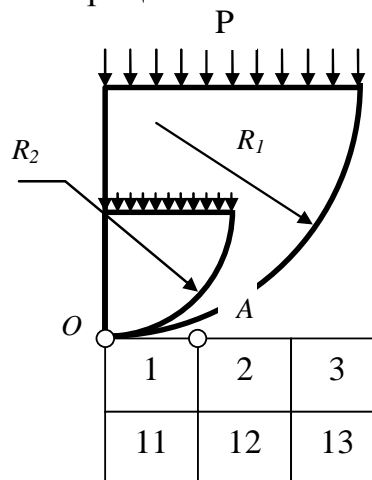


Рисунок 7 – Пояснение больших относительных радиусов трещин для инденторов малых диаметров

Аналогично конечно-элементную модель можно также применить для пояснения больших относительных радиусов трещин для инденторов малых диаметров (рисунок 7).

Допустим, что два индентора – большого радиуса  $R_1$  и малого радиуса  $R_2$  воздействуют только на один конечный элемент, и максимальное растягивающее напряжение возникает в точке  $A$  между элементами №1 и №2, тогда  $OA/R_2 > OA/R_1$ , и с ростом диаметров инденторов это отношение будет все время уменьшаться. Если размер конечных элементов будет существенно меньше размера индентора, то разница в относительных радиусах будет незаметна.

С физической точки зрения размер конечных элементов можно уподобить размеру зерен среды. Чем меньше размер зерен, тем более правомерно применение формул Герца, но в целом для анализа контактных взаимодействий в хрупких средах более рационально применение численных расчетов методами конечных элементов.

Поскольку, как говорилось в начале статьи, обнаружить трещину проще, чем обнаружить начало пластического течения, то для хрупких тел можно вернуться к идеям Герца, но на другом уровне, а именно:

- инденторами больших диаметров ( $\geq 8$ мм) провести серию экспериментов по определению радиусов трещин, характерных для данного материала;
- сравнением численных и лабораторных экспериментов определить напряжение вызывающее появление трещины;
- создать конечно - элементную модель для инденторов малых диаметров или отличных от сферы форм;
- провести нагружение конечно – элементной модели до достижения полученных растягивающих напряжений (до появления трещины);
- оценить различные параметров контактного взаимодействия – зону разрушения, энергию взаимодействия и т.п.

С практической точки зрения подобную методику можно использовать при оценке энергетических затрат на бурение пород, для оптимизации породоразрушающего инструмента.

### **Список литературы**

1. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 510с.

## **ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА МОДУЛЬНОСТИ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ И ЭКСПЛУАТАЦИИ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ**

**Филатов В.В.**

*Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет, Москва*

Статья публикуется на основе материалов научно-исследовательской работы "Разработка модульной компоновки многоцелевого транспортного средства с использованием средств САПР" авторов Филатова В.В., Чичерова В.М. по студенческому научному гранту в рамках Программы стратегического развития Московского Автомобильно-Дорожного Государственного Технического Университета (МАДИ) на 2013 год.

В данной статье представлен принцип дальнейшего развития производства и эксплуатации транспортного средства – принцип модульной компоновки как способ совершенствования конструкции транспортного средства. Такой подход предполагает значительный экономический эффект.

Принцип крайне актуален, так как его реализация способна решить следующие задачи: оптимизация производственного процесса транспортного средства, уменьшение издержек при производстве узлов и агрегатов, универсальность транспортного средства, повышение ремонтпригодности и упрощение утилизации.

Главным преимуществом модульной компоновки является возможность создать транспортное средство в зависимости от его назначения, устанавливая на унифицированную раму группу модулей.

Модули могут нести различную функциональную нагрузку, например, силовые модули, грузовые модули (платформы для транспортировки грузов), транспортные модули, модули управления (рисунок 1). Таким образом, спроектировав унифицированную ходовую часть для установки модулей, мы получаем возможность создания целого семейства транспортных средств различного класса, назначения в зависимости от компоновки, построенного на единых взаимозаменяемых узлах и агрегатах. В настоящее время принцип широко применяется в мировом автомобилестроении.

В качестве примера приведем концерн Volkswagen Group, инженеры которого разработали универсальную модульную платформу MQB (рисунок 2) в 2011 году. Архитектура этой платформы основана на принципе изменяемых и унифицированных габаритных размеров.



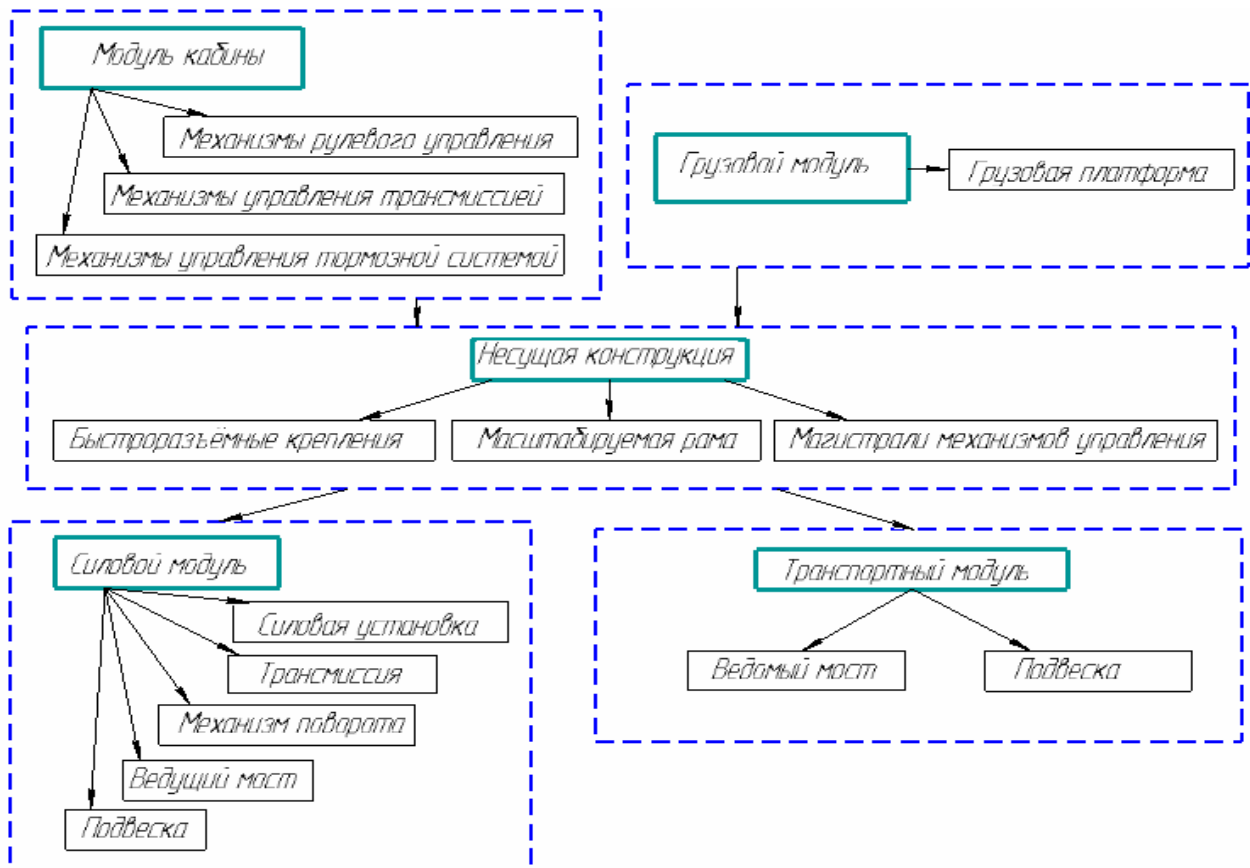


Рисунок 1 – Вариант иерархического построения конструкции модульного грузового транспортного средства



Рисунок 2 – Модульная платформа MQB

Изменяемыми являются расстояние от педали газа до переднего моста, унифицированными размерами – размеры колесной базы, свесов, колеи и колес. Состыковывая модули различных размеров, на базе одной платформы можно собрать автомобили различного класса и типа. Сближение конструкции двигателей и унификация их расположения позволили добиться полной взаимозаменяемости различных моторно-трансмиссионных установок. На базе этой платформы создано множество моделей концерна, таких, как Volkswagen Polo, Beetle, Golf, Jetta, Scirocco, Passat, Tiguan, Audi A3, Skoda Octavia, Seat Leon.

В Советском Союзе в конце 80-х годов велись разработки прототипов магистральных тягачей нового поколения. Самым примечательным среди них был проект генерального конструктора "ОАО МАЗ" Михаила Степановича Высоцкого (10.02.1928 - 25.02.2013) МАЗ 2000 «Перестройка» (рисунок 3).



Рисунок 3 – Фото прототипа МАЗ 2000 "Перестройка" (экземпляр №1)

В передней части автомобиля располагался блок, состоящий из двигателя, коробки передач, переднего ведущего моста с подвеской и рулевого управления. Задняя же часть могла собираться из независимых модулей. Таким образом, имелась возможность изменения длины и грузоподъемности магистрального автопоезда путём добавления нескольких грузовых блоков. К сожалению, прототип в серию не пошел, но идея осталась, актуальность ее применения в современном процессе создания транспортных средств высока.

Показательными примерами использования модульного принципа на этапе эксплуатации являются транспортные средства городского обслуживания, такие как автобусы и коммунальная техника. Современные города постоянно расширяются, число жителей увеличивается, возрастает нагрузка на общественный транспорт. Городу требуется больше маршрутных транспортных средств. В условиях мегаполиса оптимально использование автобусов

модульной конструкции с изменяемой грузоподъемностью. С целью сокращения количества серийных автобусов на маршрутах, предлагаются автобусы модульной конструкции, с увеличенной вместимостью. Таким образом, затраты на содержание автопарка снизятся в связи с приобретением транспортными компаниями модулей, а не полноценных автобусов. Предлагаемый путь решения проблемы носит интенсивный и гибкий характер. При снижении пассажиропотока имеет смысл демонтировать дополнительные модули, что снизит вес машины, и, как следствие, расход топлива, экономичность машины возрастет, тем самым снизив уровень вредных выбросов в атмосферу города, что значительно улучшит экологическую обстановку. При этом сократится автопарк маршрутных транспортных средств, и, как следствие, снизятся расходы на их содержание и ремонт. Автопарк предлагается комплектовать унифицированными автобусами и присоединяемыми к ним дополнительными модулями, а также машинами для установки модулей.

Принцип модульности позволяет оптимизировать процесс производства транспортного средства, свести потребление энергоресурсов, сырья и количество производственных отходов к минимуму, высвободить производственные мощности, повысить уровень автоматизации производственных процессов и серийность, снизить издержки производства узлов и агрегатов и при дальнейшей эксплуатации упростить техническое обслуживание машины, утилизацию. Специалисты Volkswagen Group развивают модульную архитектуру своих автомобилей не случайно: концерн обладает 90 предприятиями, размещенными в разных странах, и производит более 220 моделей автомобилей. Решение унифицировать автомобили и стандартизировать комплектующие и технологии производства на данном этапе очевидно.

Ford Motor в настоящее время имеет свою модульную платформу C1. В связи с применением новейших технологий на производстве (включая модульный принцип) и структурных изменений на европейском рынке концерн в общей сложности планирует сократить свои сборочные мощности на 18% (355 тыс. единиц производимых автомобилей).

Перспективная технология модульной конструкции может применяться в совокупности с "экологически чистыми" силовыми установками, такими как:

- электродвигатели;
- гибридные силовые установки с экономичным двигателем внутреннего сгорания;
- двигатели внутреннего сгорания, работающие на биоэтаноле, природном газе, на водородных топливных элементах и других перспективных источниках энергии.

При ужесточении норм токсичности (таблица 1) транспортное средство можно модернизировать. Так как модули взаимозаменяемы и унифицированы, возможна замена силовой установки в силовом модуле на более экологичную. Это приведет к увеличению жизненного цикла машины и адаптации

транспортного средства к постоянно изменяющимся нормам выбросов вредных веществ в атмосферу (нормам Евро).

Таблица 1 – Содержание вредных веществ в отработавших газах, г/км пробега

	Бензиновые двигатели				Дизельные двигатели		
	CO	CH	NO <sub>x</sub>	Твердые частицы	CO	CH+NO <sub>x</sub>	Твердые частицы
Евро II (1996)	2,2	0,5 (суммарно)		-	1	0,9/0,7*	0,1/0,08*
Евро III (2000)	2,3	0,2	0,15	-	0,64	0,56	0,05
Евро IV (2005)	1	0,1	0,08	-	0,5	0,3	0,025
Евро V (2010)**	1	0,075	0,06	0,005	0,5	0,25	0,005

\*Двигатели с непосредственным впрыском/с разделенными камерами

\*\*Данные не уточнены

По завершении жизненного цикла машины возникает один крайне актуальный экологический вопрос: как обеспечить утилизацию с максимальной эффективностью?

Технология модульности конструкции позволяет добиться упрощения процесса разбора автомобиля, так как модули являются независимыми друг от друга. В процессе рециклинга транспортное средство разделяется на модули, затем модули, в свою очередь – на составные узлы и агрегаты, которые сортируются и перерабатываются. Такая иерархия модульной конструкции дает возможность оптимизировать процесс переработки. В совокупности с применением современных алгоритмов рециклинга, а также материалов конструкции, подлежащих вторичной обработке, достигается высокая степень утилизации транспортного средства.

### Список литературы

1. Высоцкий М.С., Кочетов С.И., Пожиток В.Н., Харитончик С.В. Реализация принципов модульности для перспективных магистральных автопоездов // Механика машин, механизмов и материалов. – 2008. – № 3(4). – С. 5-8.
2. Заборщиков В. "Новая платформа VW. Ее назвали MQB" // 5 Колесо – 15.07.2012. – [http://5koleso.ru/articles/Tehnika/Novaya\\_platforma\\_VW\\_Ee\\_nazvali\\_MQB](http://5koleso.ru/articles/Tehnika/Novaya_platforma_VW_Ee_nazvali_MQB).
3. Лапшин Ф. Локомотив Перестройки // Грузовики и автобусы. – 2013. – №3.

## ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКТИВНО-ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ НА КОЭФФИЦИЕНТ РАДИАЛЬНОЙ ЖЁСТКОСТИ ШАРИКОПОДШИПНИКА

*Барманов И.С.*

*Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика  
С.П. Королёва (национальный исследовательский университет), Самара*

В опорах авиационных газотурбинных двигателей для восприятия осевых и радиальных нагрузок нашли применение шариковые радиально-упорные подшипники качения. В справочной литературе отсутствуют формулы для определения жёсткости подшипника, и приводятся выражения только для относительных перемещений колец под действием нагрузки. Данные формулы основаны на определении деформаций в контакте тел качения по теории Герца. В монографии [1] получены формулы для расчёта жёсткости различных типов подшипников. Радиальная жёсткость для шарикового радиально-упорного подшипника определяется выражением  $C_r = 3,24 \cdot 10^7 \frac{\cos^2 \alpha}{k} \sqrt[3]{\frac{d_w z^2 F_a}{\sin \alpha}}$ , где  $\alpha$  – угол контакта;  $d_w$  – диаметр шариков;  $z$  – количество шариков;  $k$  – коэффициент, учитывающий неравномерность нагружения шариков;  $F_a$  – осевая нагрузка. Анализируя данную зависимость, можно сделать вывод, что данная формула не учитывает многие конструктивные и эксплуатационные факторы: частоту вращения, радиальный зазор, радиальную нагрузку, шероховатость, толщину слоя смазки и т.д. Применение данной формулы может дать большую погрешность при определении коэффициента жёсткости подшипника и опоры в целом. Для более точного расчёта можно использовать численный метод по методике, изложенной в работе [2]. Методика позволяет рассчитывать относительные смещения колец, распределение нагрузки и углы контакта, толщины смазочных слоёв в контактах, контактные напряжения и долговечность подшипника с двух-, трёх- и четырёхточечным контактом шариков при различных условиях нагружения с учётом различных конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов.

Были проведены расчёты для авиационного подшипника №126126, результаты приведены на рисунке 1 (пунктирными линиями показаны зависимости, полученные аналитическим способом, сплошными линиями – численным). Согласно численным расчётам коэффициент радиальной жёсткости с ростом осевой нагрузки снижается, достигая минимума, а потом начинает возрастать. Минимальное значение на порядок меньше, чем значение при нулевой осевой нагрузке и соответствует соотношению сил  $F_a/F_r \approx 0,25 \dots 0,3$ . Имеет место ярко выраженный провал характеристики, причём ширина его прямо зависит от величины радиальной нагрузки – чем больше радиальная нагрузка, тем шире область низких значений коэффициента жёсткости подшипника.

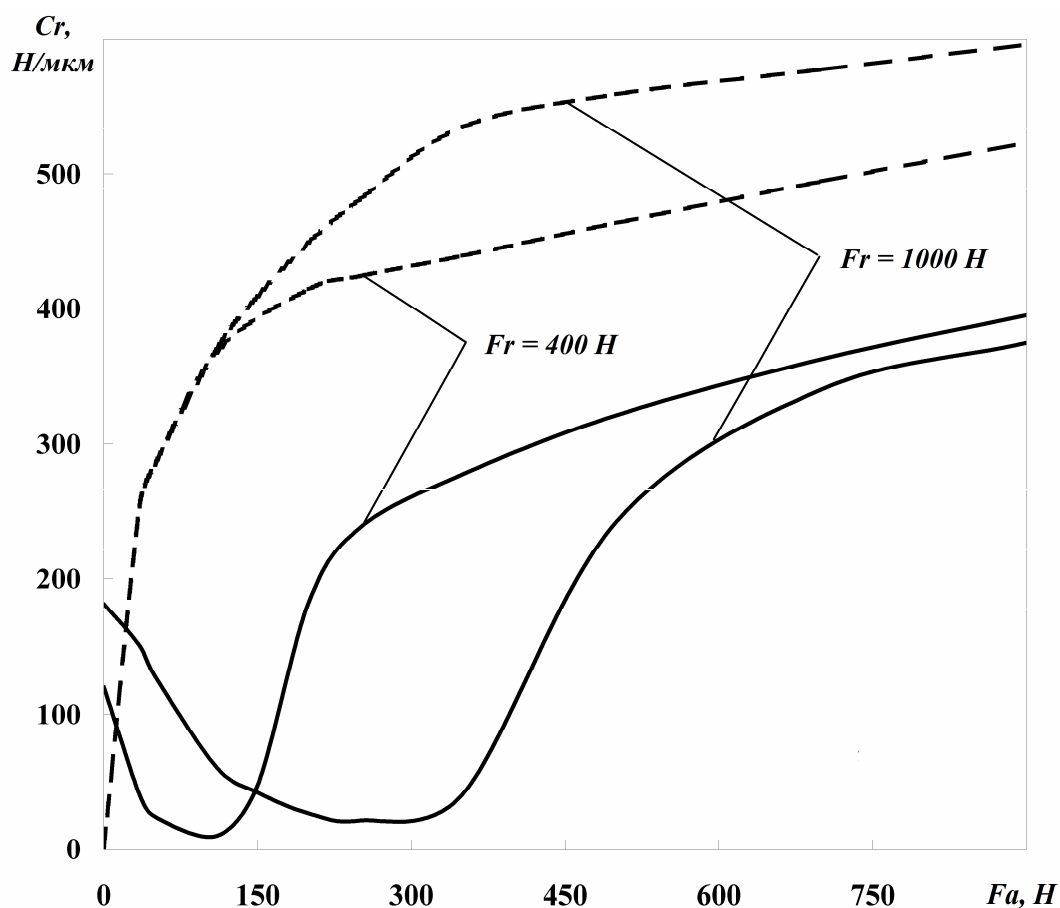


Рисунок 1 – Зависимости коэффициента радиальной жёсткости шарикового подшипника от осевой нагрузки

Зависимость коэффициента радиальной жёсткости, построенная по результатам аналитического метода расчёта, является прямой нелинейной. Аналитический расчёт даёт завышенные значения коэффициента радиальной жёсткости для радиально-упорного подшипника по сравнению с численным практически при любом значении осевой нагрузки. Только при очень малых значениях осевой силы наблюдалась обратная картина. При осевых нагрузках  $F_a > 600$  Н коэффициенты жёсткости отличаются приблизительно в 2 раза. При меньших же осевых силах коэффициенты жёсткости отличались до 25 раз. Ввиду таких существенных расхождений в расчётах, можно сделать вывод о том, что использовать аналитическую формулу можно с осторожностью и только для предварительных (оценочных) расчётов коэффициента жёсткости подшипника.

### Список литературы

1. Белоусов А.И. Теория и проектирование гидродинамических демпферов опор роторов / А.И. Белоусов, В.Б. Балякин, Д.К. Новиков; под ред. А.И. Белоусова – Самара: Изд-во Самарского научного центра РАН, 2002 – 335 с.
2. Балякин В.Б. Теория и проектирование опор роторов авиационных ГТД / В.Б. Балякин, Е.П. Жильников, В.В. Макаручук, В.Н. Самсонов – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007 – 254 с.

## ГЕЛИКОИДНЫЙ ТРАНСФОРМЕР

*Кокоулин В.Г.*

*Италия, Браччано (Bracciano, Italia)*

В Роспатенте на стадии завершения экспертизы по существу находится моя заявка №2010128626 от 09.07.2010, (бюл. №2 от 20.01.2012.) "Двигатель в виде прямого геликоида; электростанции на его основе; подъемные механизмы на его основе; рекуператор на его основе; электрогенератор на его основе, двигатель ДВС и турбина на его основе" - ряд изобретений, по единому творческому замыслу.

Целью моей работы было создание новой гидротурбины в дополнение к широко распространённым типам Савониуса, Дарье, Горлова, однако результат превзошёл мои ожидания. Стало очевидным, что речь идёт о новой концепции преобразования энергии.

Данное изобретение не следует из известного досель уровня техники, поэтому аналогов не имеет. Применил термин подвижный, «живой геликоид» (не как математическое понятие поверхности, и здесь я ввожу новый научный термин – геликоидный трансформер, не существовавший и никем ранее не произносимый), а многозвенный механизм – спираль - «геликоид» идентичный по форме и совершающий движение, по формулам его траектории. Я открыл, в частности, новый способ получения рабочего органа машин, не путём нагромождения на ленте, цепи и т.п. многочисленных лопаток, парусов, шторок, парашютов, зонтов, скребков, траков, винтов, элементов крепления и т.п., а лента сама, при скручивании, явила собой объёмную пространственную форму, как ничто другое более подходящее для выполнения многочисленных функциональных задач.

Технический результат достигается именно созданием ленты, которая представляет из себя (в обобщённом виде для различных функциональных задач) композиционное кордовое пластико-резинотехническое изделие, имеющее скелет из тросозвенной металлической арматуры, либо сетки специального плетения, исключающего деформации сжатия в поперечном направлении ленты, одновременно хорошо работающей при деформациях изгиба и кручения. А в дальнейшем новые пластичные материалы (и нанотехнологии в этом должны помочь) позволяют создавать лёгкие моноструктурные ленты.

Задача выполнена, предложен ряд новейших ветро и гидроэнергетических станций, но идея со всей очевидностью подсказывает мне искать более широкое её применение. Так появляются: геликоидный транспортёр и грузопассажирский эскалатор, тепловой рекуператор, геликоидный электродвигатель (электрогенератор), геликоидный двигатель внутреннего сгорания, газовая турбина и это далеко не всё.

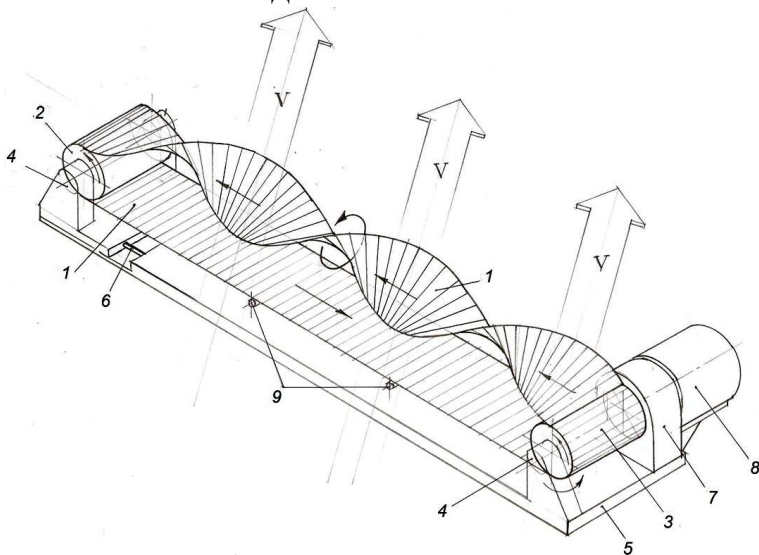
По данному изобретению открываются новые масштабы использования нано-технологий в конкретных производствах, широчайшие поля деятельности для тысяч рабочих и инженеров в интереснейшей и важнейшей области производства самой дешёвой электроэнергии с использованием возобновляемых источников – энергии водопадов, приливных, речных, подводных морских и океанских течений. Есть реальный шанс "потеснить" лучшие на сегодняшний день американские проекты с использованием турбин Александра Горлова.

Геликоидный механизм может стать ещё одним «первокирпичиком» строения механизмов. Гибкая эластичная лента будет служить звеном так же, как жидкие тела могут служить звеньями механизма. Твёрдые звенья действуют друг на друга сопротивлением, благодаря своей твёрдости. Жидкие звенья, благодаря весьма малой сжимаемости жидкости, могут действовать на твёрдые звенья давлением; то же можно сказать и о газах. В большинстве же случаев геликоидная лента будет состоять из множества звеньев, как говорилось выше.

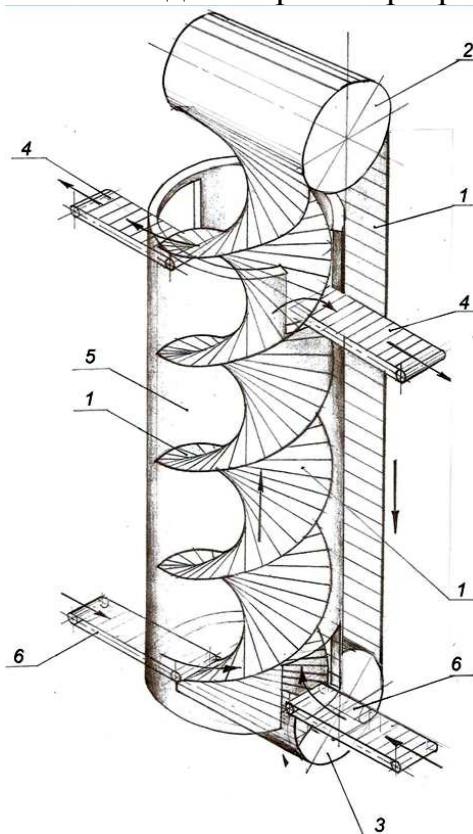
Впереди интереснейшие опыты, лабораторные исследования и математический анализ устройства. Определения, формулировки, характеристики, области возможного применения и перспективность задач приобретут со временем ясный законченный вид. Механизм планируется к внедрению в энергетике, машиностроении, и других отраслях, общеобразовательной физике, архитектуре, где может стать лидером в новом креативном направлении – динамическая архитектура (Dynamic Architecture).

На рисунке показаны предполагаемые области применения.

Геликоидная бесплотинная ГЭ



Геликоидный транспортёр





**ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА  
ЖЁСТКОСТИ АВИАЦИОННЫХ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ  
С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛЫ С.И. СЕРГЕЕВА**

**Барманов И.С.**

*Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика  
С.П. Королёва (национальный исследовательский университет), Самара*

Наибольшее практическое применение для определения коэффициента жёсткости упругих элементов типа «беличьего колеса» нашла формула, предложенная С.И. Сергеевым [1]:

$$c = \frac{nEbh(b^2 + h^2)}{2l_0^3},$$

где  $n$  – количество балочек;  $b$ ,  $h$ ,  $l_0$  – соответственно ширина, толщина и длина балочек;  $E$  – модуль Юнга материала. Позднее в данную формулу им же был введён поправочный коэффициент  $k_1$ , и выражение для коэффициента жёсткости приняло следующий вид:

$$c = \frac{nEbh(b^2 + h^2)}{2l_0^3} k_1 = \frac{nEbh(b^2 + h^2)}{2l_0^3} \frac{1}{(1 + 2\sqrt{bh}/l_0)^3}. \quad (1)$$

Данная зависимость имеет некоторые ограничения по применению, которые не всегда позволяют применить её при расчёте авиационных упругих элементов. Для конструкций упругих элементов авиационных газотурбинных двигателей формула (1) может дать погрешность при вычислении. Более того данная формула не учитывает величину радиуса скругления пазов  $r$ . Ранее были проведены исследования по влиянию радиуса скругления пазов на коэффициент жёсткости, на основании которых был получен поправочный

коэффициент  $k_2 = \frac{1}{1 - 8,2(l_0/h)^{-1,35} r/b}$ . Полученный коэффициент  $k_2$  позволяет с

достаточно высокой степенью точности учитывать радиус скругления пазов упругого элемента. С целью дальнейшего совершенствования формулы (1) было оценены границы её применимости для авиационных упругих элементов. Дело в том, что габаритные размеры опоры авиадвигателей ограничены, и все геометрические размеры упругих элементов, как правило, укладываются в некоторый диапазон. Для данного диапазона проводились численные исследования, которые были подтверждены экспериментально, и проведено сравнение результатов численного решения и по формуле (1). Была построена зависимость безразмерного коэффициента жёсткости  $\bar{c}_s = c/c_0$  ( $c_0$  – коэффициент жёсткости, определяемый методом конечных элементов для нулевого радиуса скругления,  $c$  – коэффициент жёсткости, определяемый по формуле 1) от безразмерной длины балочек  $L_0 = l_0/h$  (рисунок 1).

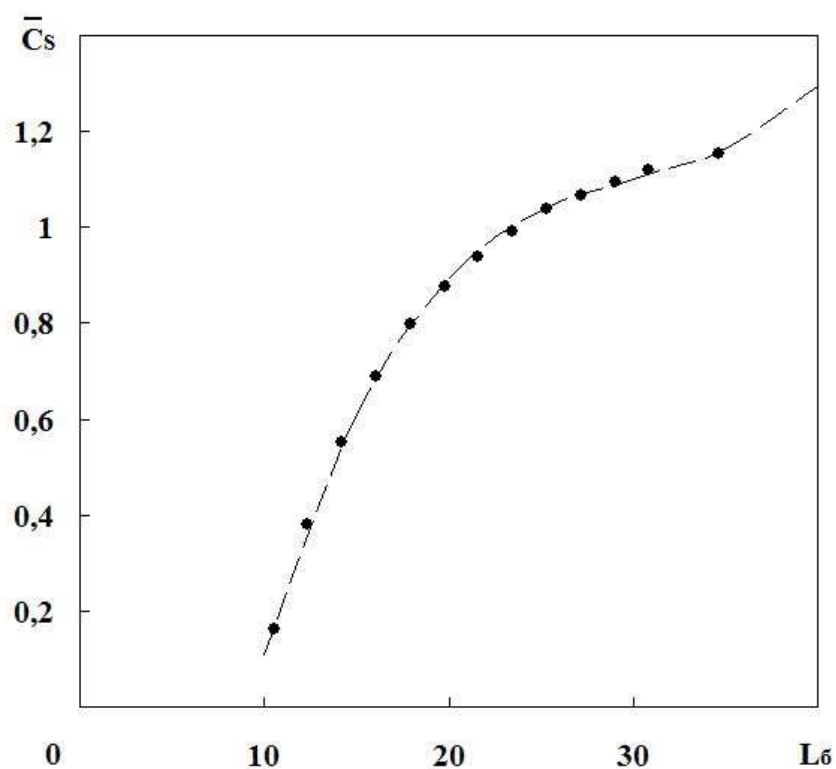


Рисунок 1 – Зависимость  $\bar{c}_s$  от  $L_0$

Показано, что формула С.И. Сергеева может давать как завышенные, так и заниженные значения коэффициентов жёсткости. При безразмерных длинах балочек  $L_0 < 20$  значения коэффициента жёсткости могут отличаться до 80 %. Поэтому применение формулы С.И. Сергеева для расчёта упругих элементов авиационных газотурбинных двигателей ограничено. Чтобы уменьшить погрешность вычисления предлагается ввести поправочный коэффициент. Поправочный коэффициент был получен на основе аппроксимации зависимости относительного коэффициента жёсткости  $\bar{c}_s$  от безразмерной длины балочек  $L_0$ , которая была получена на основании численных решений. Полученная зависимость хорошо аппроксимируется полиномом третьей степени, достоверность аппроксимации составила 99,9 %.

Выражение для поправочного коэффициента имеет вид  $k_3 = 1 / (0,000095L_0^3 - 0,0086L_0^2 + 0,27L_0 - 1,825)$ . В итоге можно сказать, что полученный поправочный коэффициент позволяет существенно расширить границы применимости формулы С.И. Сергеева, и в частности повысить достоверность вычисления коэффициента жёсткости авиационных упругих элементов.

### Список литературы

1. Барманов И.С. Методика расчёта коэффициента жёсткости авиационных упругих элементов // Симпозиум с международным участием «Самолётостроение России. Проблемы и перспективы» – Самара: СГАУ, 2012. – С. 59-60.

## УПРАВЛЕНИЕ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫМ РЕЖИМОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИВОДА ОБЪЕМНОГО УПРАВЛЕНИЯ И КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ВИБРОМЕХАНИЗМА

*Крауиньш П.Я., Ангаткина О.О.*

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
Томск*

Актуальность использования вибрационных механизмов в промышленности возрастает с каждым днем, наибольший интерес среди которых представляют вибрационные механизмы с точным управлением параметров вибраций.

В данной работе рассмотрен гидрообъемный вибрационный механизм с гидравлическим приводом объемного управления. Возбудителем колебаний является кинематический генератор с синусоидальным законом изменения выходной координаты  $x_1$  от угла поворота приводного двигателя  $\varphi_2$ . Приводной двигатель имеет жесткую обратную связь по текущему углу поворота генератора для точного управления частотой или фазой колебаний. Сам вибрационный механизм включает колебательный контур, содержащий присоединенную массу, упругость связей и нагружен незначительной вязкой нагрузкой.

Для уменьшения момента нагрузки, передаваемой от колебательного контура через кинематический генератор на привод, на вал двигателя, как правило, устанавливают маховик с определенным моментом инерции [1].

При этом возникает вопрос стабилизации и управления автоколебательными режимами, возникающими в зарезонансной зоне. Такие автоколебательные процессы энергообмена многократно наблюдались при испытаниях низкочастотных виброисточников сейсмических сигналов, эксплуатации накладных управляемых вибраторов для снятия напряжений в сварных конструкциях, а также при работе испытательных стендов [2].

Каждая из двух колебательных систем (привода и вибромеханизма) может быть описана дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами, однако, наличие кинематического генератора, связывающего контуры привода и виброисточника в единую динамическую систему с «быстрым» взаимодействием через этот генератор, приводит к появлению особых автоколебательных процессов, возникающих в резонансной зоне частот [3].

Обобщенная блок-схема вибрационного механизма приведена на рисунке 1. В данной блок-схеме контур привода включает момент инерции подвижных частей  $I$ , внутренние потери  $\alpha_\omega$ , упругость связей  $c_\varphi$ , обеспечиваемых жесткой обратной связью и системой объемного регулирования, а также нагрузку со стороны колебательной системы излучателя  $M(\varphi_2, x_2)$ , зависящей также от текущего фазового угла поворота вала двигателя  $\varphi_2$ . Колебательная система

самого вибромеханизма включает массу платформы  $m$ , жесткость подвески  $c_x$ , а также внутренние потери совместно с внешней вязкой нагрузкой  $\alpha_2$ , оцениваемой коэффициентом  $\alpha_v$ . Кинематический генератор колебаний является преобразователем непрерывного вращательного движения вала привода в колебательное движение выходного звена генератора, характеризуемое законом  $(\sin)$  и амплитудой  $x_0$ . Все приведенные параметры постоянны и не зависят ни от внутренних переменных, ни от времени.

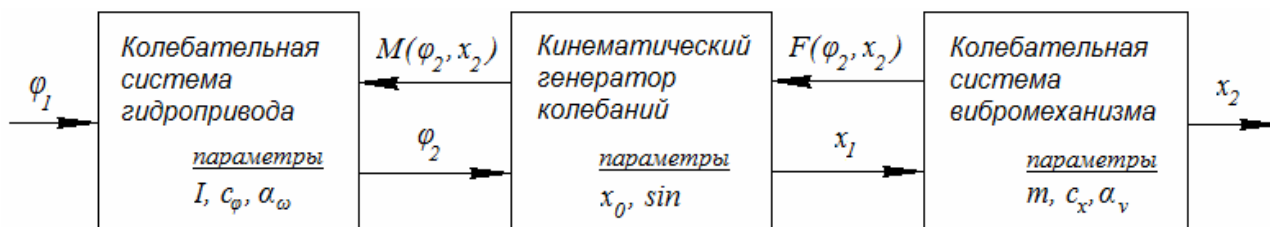


Рисунок 1 – Блок-схема вибрационного механизма

В данной работе рассматривается управление возникающим автоколебательным процессом взаимодействия привода и колебательной системы за счет включения в систему привода дополнительного генератора колебаний. Дополнительный генератор имеет настраиваемые коэффициент усиления амплитуды воздействия  $d$ , начальную фазу  $\psi$  по отношению к фазе выходной угловой координаты вала привода  $\varphi_2$  и механизм удвоения. Дополнительный генератор, подавляющий автоколебательный процесс и осуществляющий стабилизацию режима подключается вблизи нулевого значения выходного сигнала  $x_2$  вибрационного механизма, оцениваемого коэффициентом  $k$ , когда кинетическая энергия вибромеханизма максимальна.

В результате моделирования было установлено, что изменяя начальную фазу дополнительного генератора  $\psi$  и величину коэффициента усиления амплитуды воздействия  $d$  можно найти область значений  $d$  и  $\psi$ , в которой полностью гасится режим автоколебательного воздействия. В контуре привода исчезает автоколебательный процесс, а амплитуда стабилизируется в точке, соответствующей настроенной частоте в зарезонансной зоне.

В процессе моделирования также было установлено, что изменяя начальную фазу дополнительного генератора можно также добиться и усиления автоколебательного режима, что имеет практическую значимость в испытательной вибрационной технике.

Обобщенная блок-схема вибрационного механизма с подключенным дополнительным генератором приведена на рисунке 2.

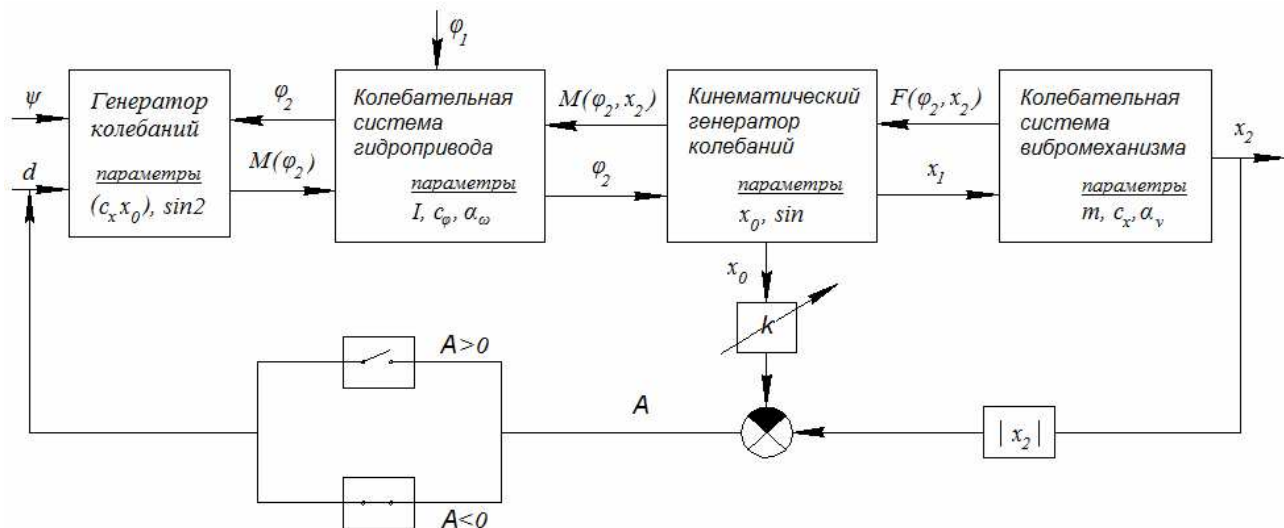


Рисунок 2 – Блок-схема вибрационного механизма с дополнительным генератором

Дифференциальные уравнения, описывающие вибрационный механизм с подключенным дополнительным генератором имеют следующую форму:

$$\begin{cases} d\omega_2/dt = I^{-1} \cdot (c_\varphi \cdot \varphi_1 - \alpha_\omega \cdot \omega_2 - c_\varphi \cdot \varphi_2 - M(\varphi_2, x_2) - M(\varphi_2)), \\ M(\varphi_2) = d \cdot c_x \cdot x_0^2 \cdot \sin(2\varphi_2 + \psi)/2, \\ M(\varphi_2, x_2) = k_s \cdot x_0 \cdot c_x \cdot \cos \varphi_2 (x_0 \cdot \sin \varphi_2 - x_2), \\ d\varphi_2/dt = \omega_2, \\ dv_2/dt = m^{-1} \cdot (c_x \cdot x_0 \cdot \sin \varphi_2 - \alpha_v \cdot v_2 - c_x \cdot x_2), \\ dx_2/dt = v_2. \end{cases} \quad (1)$$

Исследование рассматриваемой системы, описываемой системой уравнений (1) без дополнительного генератора показало, что в зарезонансной зоне контура вибромеханизма, даже при значительной вязкой нагрузке на подвижном звене и весьма малом коэффициенте  $k_s$  взаимодействие приводит к интенсивному автоколебательному процессу (рисунок 3,а).

Стабилизированные колебания выходного звена вибрационного механизма на заданной рабочей частоте в зарезонансной зоне при подключенном дополнительном генераторе приведены на рисунок 3,б. На графике также показана кривая момента  $M(\varphi_2)$ , создаваемого дополнительным генератором. Из рисунка видно, что генератор подключается только на короткий промежуток времени, остальное время генератор не оказывает никакого воздействия на систему привода.

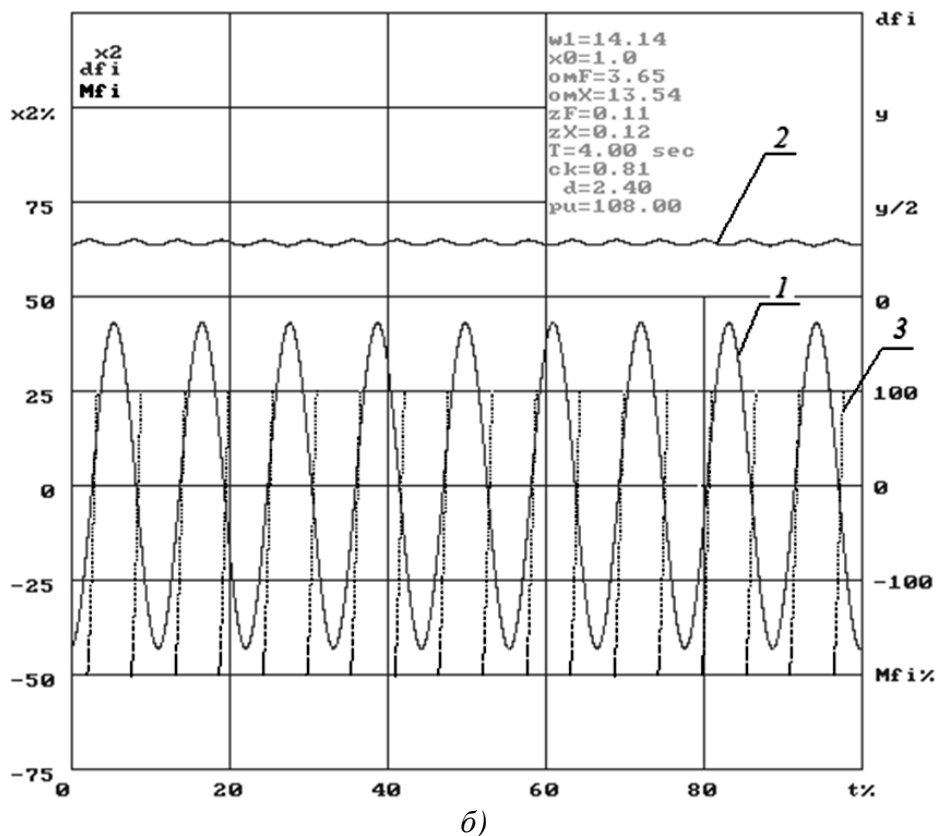
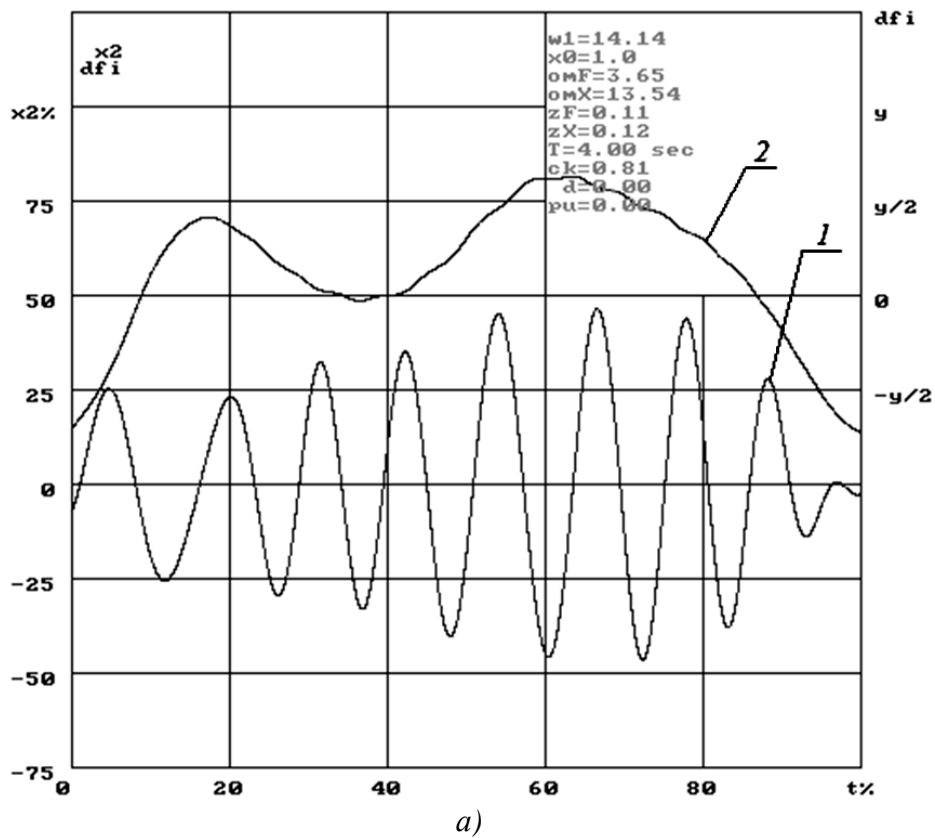


Рисунок 3 – Колебания выходного звена вибрационного механизма в резонансной зоне: а) без генератора; б) при подключенном генераторе  
 1 – колебания выходного звена вибромеханизма, 2 – фазовое рассогласование выходного звена привода, 3 – момент, создаваемый дополнительным генератором

График, отображающий диапазон настраиваемых значений параметров дополнительного генератора для выбранной при моделировании частоты вращения привода приведен на рисунке 4. Параметры из области 1 соответствуют устойчивому режиму работы вибрационного механизма, в области 2 возможны отдельные комбинации  $d$ ,  $\psi$  при которых система устойчива. Однако следует отметить, что изменение нагрузки на вибрационный механизм оказывает влияние на коэффициент усиления  $d$ .

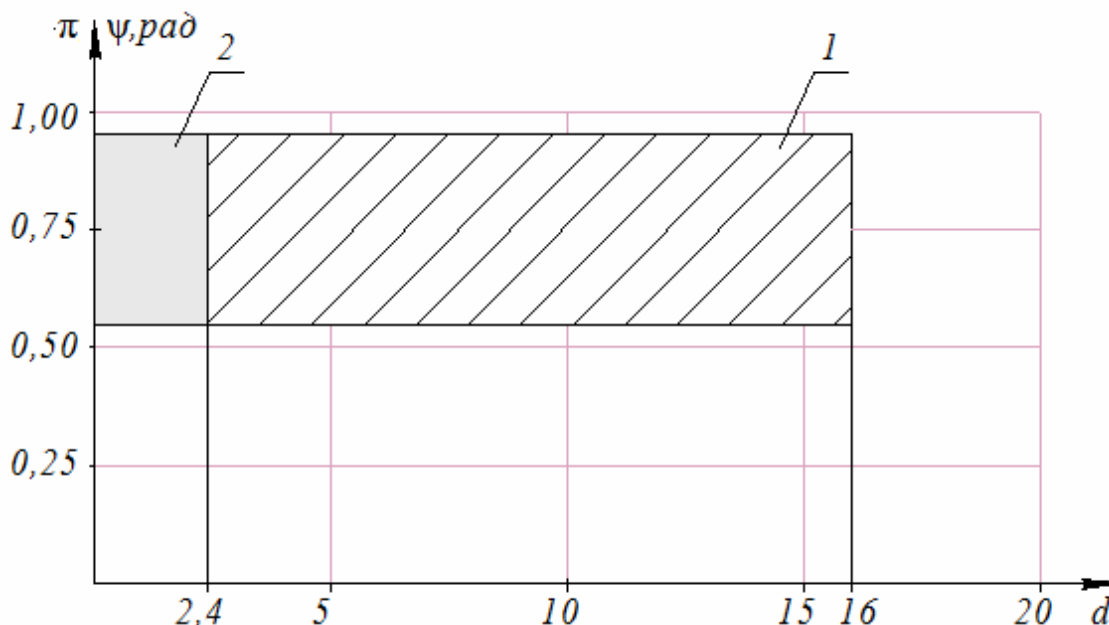


Рисунок 4 – Зависимость параметров дополнительного генератора

### Список литературы

1. Алифов А.А., Фролов К.В. Взаимодействие нелинейных колебательных систем с источниками энергии. – М: Наука, 1985. – 328 с.
2. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М: Наука, 1981. – 568 с.
3. Крауныш П.Я. Динамика вибромеханизма на упругих оболочках с гидрообъемным приводом: автореф. дисс. ... д-ра техн. наук: 01.02.06/ Крауныш П.Я; ТПУ – Томск, 1995. – 29 с.
4. Крауныш П.Я., Ангаткина О.О. Особенности взаимодействия гидравлического привода объемного управления и колебательной системы вибромеханизма с кинематическим генератором // Материалы V международной конференции «Проблемы механики современных машин» – Улан-Удэ, 2012 – Т.2, С. 218-222.

## УСЛОВИЕ СООТНОШЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАР ПЯТОГО КЛАССА В СИНТЕЗЕ МЕХАНИЗМОВ

*Абдираимов А.А.*

*Кыргызский государственный технический университет им. И.Раззакова,  
Бишкек, Кыргызстан*

Известно, что профессором Дворниковым Л.Т. в работах по структурному синтезу механизмов объединен опыт всех предыдущих авторов структурных формул [1] и указано, что формулы для определения степени подвижностей механизмов зависит от числа наложенных на механизм связей  $m$ :

$$\text{при } m = 4 \quad W = 2n - p_5, \quad (1)$$

$$\text{при } m = 3 \quad W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (2)$$

где  $m$  – число наложенных на механизм связей;

$W$  – число степеней свободы механизма;

$n$  – число подвижных звеньев;

$p_5$  и  $p_4$  – количество кинематических пар пятого и четвертого классов.

При  $m = 4$  известно, что в механизме должны применяться только поступательные кинематические пары (П) пятого класса, т.е. структурная формула строения механизма при этом может быть П, ППП, ПППП, ППППП и т.д. (рисунок 1) [2]. В данном случае механизмы состоят из ведущего звена (рисунок 1,а) и групп Ассура (рисунки 1, б и в).

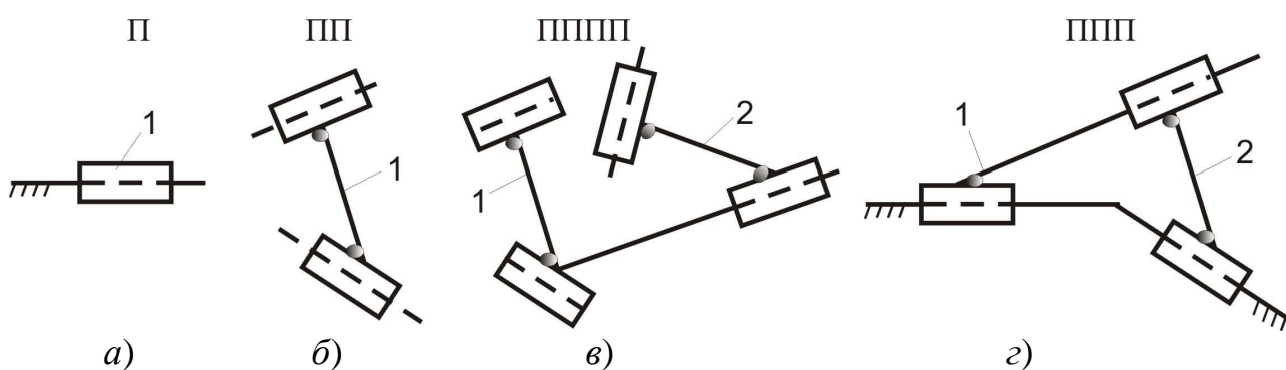


Рисунок 1 – Механизмы при  $m = 4$

$a$  – ведущее звено,  $б$  и  $в$  – группы Ассура,  $г$  – одноподвижный механизм

При  $m = 3$  в механизме могут использоваться вращательные (В) и поступательные (П) кинематические пары пятого класса, но поступательные кинематические пары не могут быть расположены последовательно более двух раз, т.е. структурная формула строения механизма при  $m = 3$  не может быть ВППП, ППВППП и т.д.

Как указано выше, при  $m = 3$  невозможно использовать последовательно подряд три поступательные кинематические пары, но в некоторых случаях



встречаются такие механизмы и они не подчиняются формулам (1) и (2) для определения степени подвижности. Например, механизм показанный на рисунке 2,з. Степень подвижности указанного механизма по формуле (1) при  $m = 4$  равна  $W = 2$ , а по формуле (2) при  $m = 3$  –  $W = 0$ . Но фактически степень подвижности данного механизма  $W = 1$ . Данный механизм состоит из ведущего звена (рисунок 2,а), группы Ассура с  $m = 3$  (рисунок 2,б) и группы Ассура с  $m = 4$  (рисунок 2,в). Так как данный механизм состоит из групп Ассура с различными числами наложенных связей, то его степень подвижности невозможно определить вышеуказанными уравнениями.

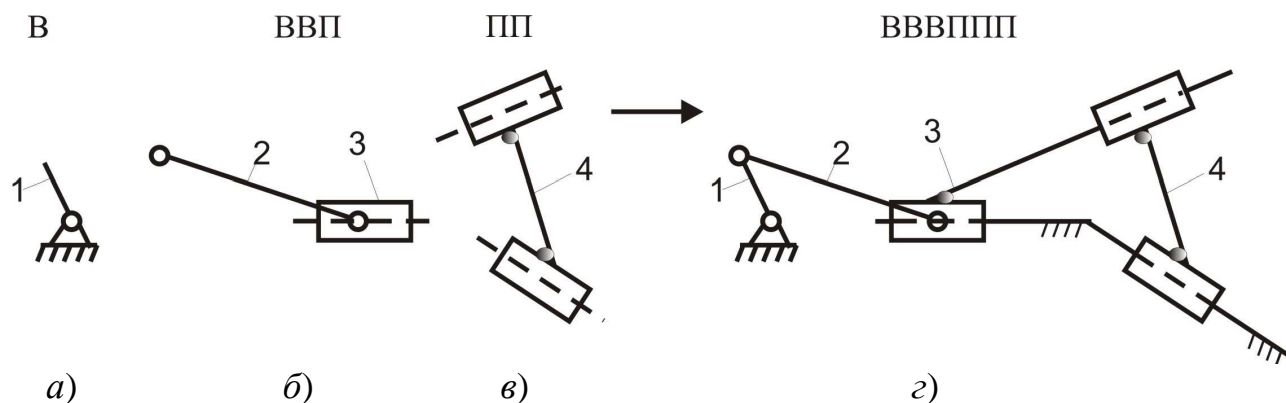


Рисунок 2 – Рычажный механизм

Для определения степени подвижности таких механизмов можем применять условие соотношения кинематических пар пятого класса:

$$B = n + 2 \cdot П. \quad (3)$$

Из уравнения (3) видно, что вращательную кинематическую пару (В) пятого класса в задачах синтеза механизмов можно заменить двумя поступательными кинематическими парами (П) пятого класса. При этом увеличивается число подвижных звеньев  $n$ .

Для решения данной задачи (рисунок 2,з) используем уравнение (3) и заменяем все три вращательные кинематические пары (В) пятого класса поступательными кинематическими парами (П) пятого класса. После замены имеем:  $m = 4$ ,  $n = 5$ ,  $p_5(П) = 9$ . Степень подвижности механизма по уравнению (1)  $W = 1$ .

Итак, в задачах синтеза механизмов, состоящих из групп Ассура с различными числами наложенных связей можно использовать условие соотношения кинематических пар пятого класса (3).

### Список литературы

1. Дворников Л.Т. Начала теории структуры механизмов: учеб. пособие. – Новокузнецк: СИБГГМА, 1994. – 102 с.
2. Абдираимов А.А. Структурный синтез и исследование намоточных систем партионных сновальных машин / дис. ... канд. техн. наук: 05.02.18 – Бишкек, 2012. – 137 с.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ЖЕСТКОСТЕЙ НЕЗАВИСИМЫХ ПОДВЕСОК АВТОМОБИЛЯ ПОВЫШЕННОЙ ПРОХОДИМОСТИ

*Поляков Ю.А.*

*Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»,  
Москва*

В настоящее время достаточно интенсивно развиваются постановки задач в расширенной трактовке, что предполагает отказ от гипотезы малых перемещений тел и позволяет осуществить достаточно полный учет в расчетной схеме автомобиля геометрической нелинейности движения элементов конструкции на базе дифференциально-алгебраических уравнений больших движений тел [1]. Под большими движениями здесь подразумевается общепринятый термин, означающий точное описание в уравнениях динамики угловой ориентации тела, без использования допущения о малости углов поворота.

Для исследования вибронгруженности автомобиля повышенной проходимости с независимыми подвесками с использованием программной системы ФРУНД [2] была создана математическая модель пространственных колебаний его конструкции (рисунок 1).

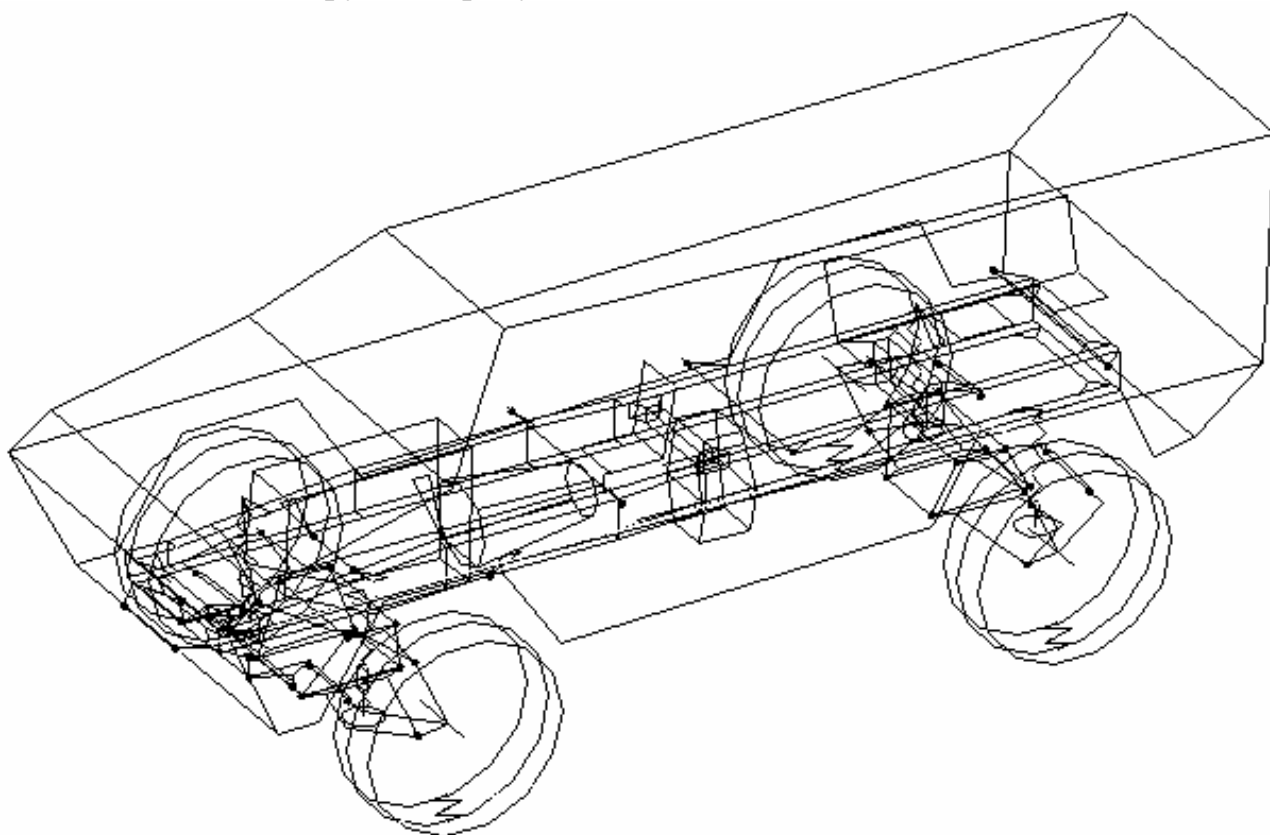


Рисунок 1 – Динамическая модель автомобиля повышенной проходимости с независимыми подвесками колес

Формирование уравнений движения системы тел основано на уравнениях Лагранжа первого рода. Уравнения динамики механической системы состоят из уравнений свободного движения тел и уравнений связей от кинематических пар. Кроме кинематических пар, связи между телами могут задаваться силами от упруго-демпфирующих элементов, соединяющих тела.

Для упрощения численного интегрирования таких систем уравнений уравнения связей записываются во вторых производных (связи по ускорениям), что позволяет использовать явные методы интегрирования, без необходимости решать нелинейную систему уравнений относительно переменных состояния. Уравнения движения системы тел при таком подходе записываются в виде [1]:

$$\begin{cases} M\ddot{x} - D^T p = f(\dot{x}, x, t), \\ D\ddot{q} = h(\dot{x}, x). \end{cases}$$

Здесь  $x$  – вектор обобщенных координат всей системы размерностью  $n$ ;  $M$  – матрица инерции;  $f(\dot{x}, x, t)$  – вектор внешних сил, включающий в себя силы нагрузок, силы от упруго-демпфирующих элементов и гироскопические силы;  $D$  – матрица переменных коэффициентов уравнений связей от кинематических связей размерностью  $k \times n$  ( $k$  – число связей);  $h(\dot{x}, x)$  – вектор правых частей уравнений связей;  $p$  – вектор множителей Лагранжа.

Для нахождения рациональных параметров вертикальной жесткости винтовых пружин независимых подвесок были построены статические характеристики вертикальной жесткости, приведенной к колесу. Жесткости пружин передней и задней подвесок приняты одинаковыми. Моделировалось вертикальное перемещение автомобиля под действием медленно изменяющейся вертикальной нагрузки – синусоидальной силы, приложенной в центре вертикальной упругости подвесок. Последний определялся подбором точки приложения силы путем минимизации угла продольного крена автомобиля при вертикальном нагружении. Результаты такого моделирования представлены на рисунках 2 и 3 в виде зависимостей вертикальной нагрузки на колесо от вертикального перемещения колеса относительно кабины.

Исследовались два варианта пружин:

1) жесткость 850 кН/м, длина в свободном состоянии 759 мм, деформация пружины под статической нагрузкой 55 мм;

2) жесткость 700 кН/м, длина в свободном состоянии 771 мм, деформация пружины под статической нагрузкой 67 мм.

Характеристики, представленные на рисунке 2, оказались регрессивными. Первый вариант пружины обеспечивает статический ход колеса 100 мм, а второй вариант – 132 мм. Для ограничения динамического хода колеса величиной 120-150 мм требуется установка буфера хода сжатия. На рисунке 3 представлена характеристика вертикальной упругости для подвески с буфером и пружиной по варианту № 1. При этом жесткость буфера в 4 раза больше жесткости указанной пружины.

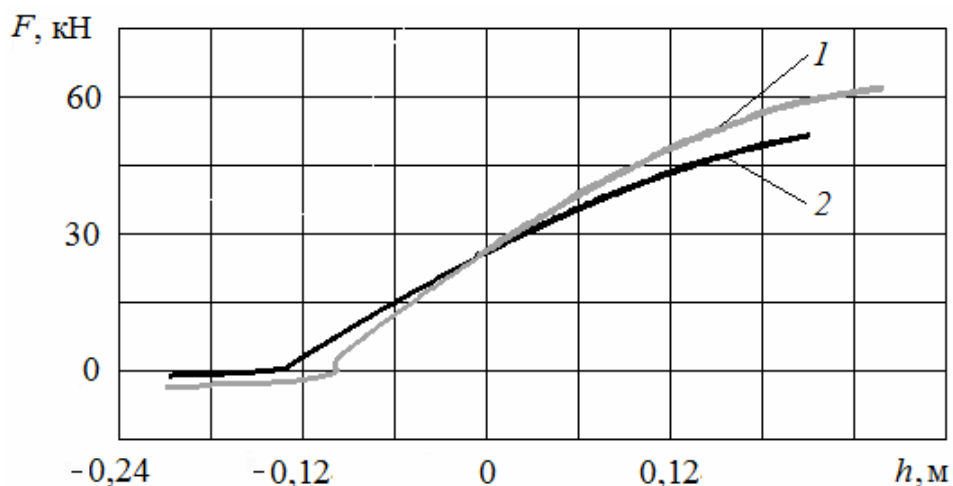


Рисунок 2 – Зависимости вертикальной нагрузки на колесо от вертикального перемещения колеса относительно кабины для двух вариантов вертикальной жесткости пружины: 1 – 850 кН/м; 2 – 700 кН/м

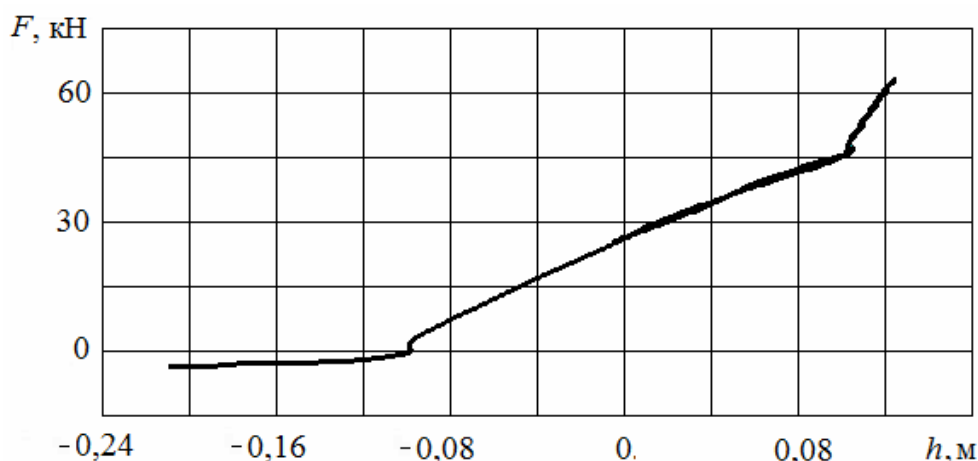


Рисунок 3 – Зависимость вертикальной нагрузки на колесо от вертикального перемещения колеса относительно кабины для подвески с буфером хода сжатия и с пружиной по варианту № 1

Вертикальная жесткость каждой подвески, приведенная к колесу (т. е. с учетом передаточного числа от пружины к колесу, обеспечиваемого направляющим аппаратом подвески), составляет 220 кН/м с пружиной по варианту № 1, 167 кН/м – с пружиной по варианту № 2. Кинематика подвески обеспечивает динамический ход колеса до 300 мм. Статический ход колеса зависит от жесткости пружины. Он больше для пружины по варианту № 2 и достигает 132 мм.

Далее определялась частота вертикальных колебаний при переезде единичной неровности треугольной формы с высотой 90 мм и длиной основания 2 м со скоростью 18 км/ч. На рисунке 4 показаны временные реализации вертикальных перемещений сиденья водителя для обоих рассматриваемых вариантов пружины. Указанные варианты жесткости пружины обеспечивают частоту вертикальных колебаний на сиденье водителя 1,38 Гц и 1,22 Гц соответственно.

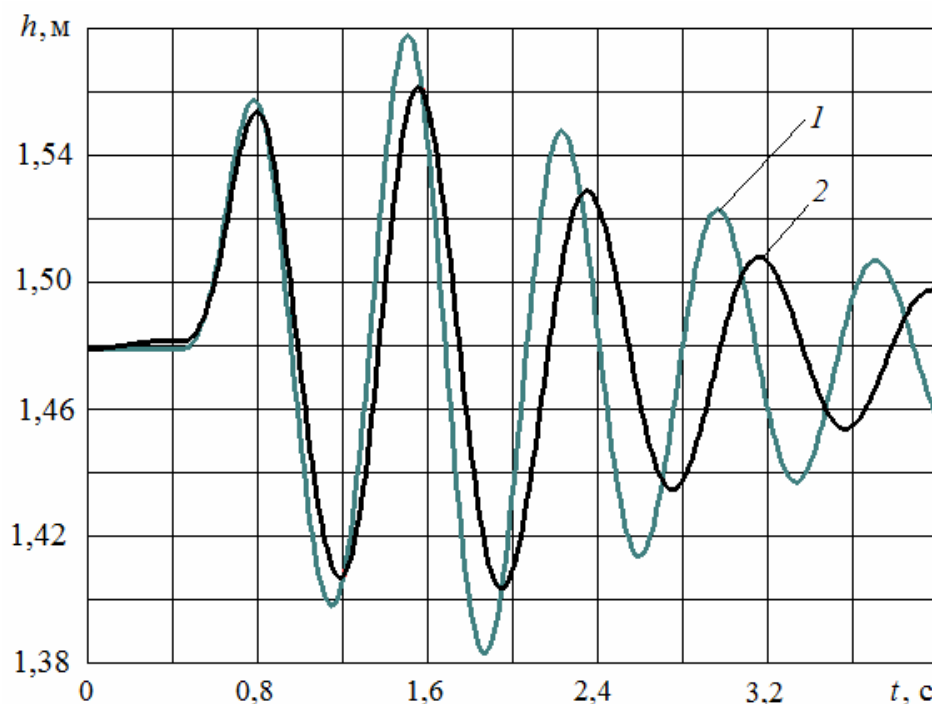


Рисунок 4 – Временные реализации вертикальных перемещений сиденья водителя при переезде единичной неровности треугольной формы со скоростью 18 км/ч для двух вариантов вертикальной жесткости пружины:  
 1 – 850 кН/м; 2 – 700 кН/м

### Выводы

1. Рациональная вертикальная жесткость винтовой цилиндрической пружины составляет 700 кН/м. Это обеспечивает частоту вертикальных колебаний на сиденье водителя 1,22 Гц и статический ход колеса 132 мм. Суммарный ход колеса, обеспечиваемый подвеской, достигает около 400 мм.

2. Требуется установка буфера хода сжатия, ограничивающего динамические перемещения колеса величиной 120-150 мм.

3. Для дальнейшего повышения статического хода колеса требуется установка нелинейных упругих элементов или изменение геометрии мест крепления пружины подвески.

### Список литературы

1. Горбцов А.С., Карцов С.К., Плетнёв А.Е., Поляков Ю.А. Компьютерные методы построения и исследования математических моделей динамики конструкций автомобилей: Монография. – М.: Машиностроение, 2011. – 463 с.

2. Горбцов А.С. Программный комплекс расчета динамики и кинематики машин как систем твердых и упругих тел // Справочник. Инженерный журнал. – 2004. – №9. – С. 40-43.

## СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ ОДНОПОДВИЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ПЯТЬЮ ПОДВИЖНЫМИ ЗВЕНЬЯМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УНИВЕРСАЛЬНОЙ ФОРМУЛЫ Л.Т. ДВОРНИКОВА

*Алмаматов М.З., Толошов Ч.О.*

*Институт Машиноведения НАН КР, Бишкек, Кыргызстан*

Большинство механизмов, применяемых в различных областях техники, имеют одну степень подвижности  $W=1$ , которая управляется одним двигателем. Существующая методика структурного синтеза механизма, в основном, нацелена на разработку только одноподвижных механизмов, которые создаются только при нечетном числе подвижных звеньев.

Многие ученые занимались исследованием в области синтеза плоских кинематических цепей. Среди них большой вклад внесли такие ученые, как Л.В. Ассур [1], В.В. Добровольский [2], И.И. Артоболевский [3], Г.Г. Баранов [4], С.Н. Кожевников [5], Л.Т. Дворников [6, 7], Э.Е. Пейсах [8], С. Абдраимов [9].

Эффективное решение синтеза плоских механизмов параметром  $\tau$  ( $\tau$  – количество кинематических пар наиболее сложного – базисного звена цепи) дает универсальная структурная система (УСС), разработанная в 1993г. профессором Сибирского государственного индустриального университета Л.Т. Дворниковым, которая имеет вид: [7]

$$\begin{cases} p = \tau + (\tau - 1)n_{\tau-1} + \dots + in_i + \dots + 2n_2 + n_1 \\ n = 1 + n_{\tau-1} + \dots + n_i + \dots + n_2 + n_1 + n_0 \\ W = (6 - m)n - \sum (k - m)p_k; (k - m) > 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $p$  – общее число кинематических пар в цепи;  $\tau$  – количество кинематических пар наиболее сложного – базисного звена цепи;  $n_i$  – число звеньев, добавляющих в цепь по  $i$  кинематических пар;

$m$  – число общих наложенных на механизм связей;

$m = 0, 1, 2, 3, 4$  (параметр Добровольского В.В.);  $n$  – число подвижных звеньев;  $W$  – подвижность цепи;

$k$  – номер класса кинематических пар ( $k = 5, 4, 3, 2, 1$ );  $p_k$  – число кинематических пар  $k$ -го класса.

В системе (1) задаваемыми независимыми параметрами являются, как известно,  $\tau$ ,  $m$ ,  $k$  и  $W$ , а искомыми параметрами являются  $p_k$ ,  $n$  и  $n_i$ .

В работах [1-4,...10] рассматривались варианты создания механизмов: при  $\tau=1$  создаются только два вида механизмов – вращательный и поступательный.

При  $\tau=2$  варианты создания механизмов зависят от количества подвижных звеньев, при  $n=1$  создаются только неподвижные фермы,

механизмы создавать невозможно. При  $n=2$  создаются 8 вариантов кинематических цепей (рисунок 1), из них 7 – группы Ассур  $W=0$  и 1 – механизм с поступательными кинематическими парами  $W=1$ .

При  $\tau=2$  и  $n=3$  создаются 16 вариантов кинематических цепей (рисунок 2) из них 11 механизмов широко известны, 4 кинематические цепи только с одной вращательной кинематической парой фактически не применяются. Одна кинематическая цепь с чисто поступательными парами имеет 2 степени подвижности.

При  $\tau=2$  и  $n=4$  создаются 32 варианта механизмов, которые имеет степень подвижности 2 и более, а при  $\tau=2$  и  $n=5$  создаются механизмы с тремя и более степенями подвижности [9].

При  $\tau=2$  и  $n=1,2,3$  и 4 создаются неподвижные фермы, т.е. создавать подвижных механизмов невозможно, а при  $n=4$  создаются варианты схем группы Бурместера с нулевой степенью подвижности.

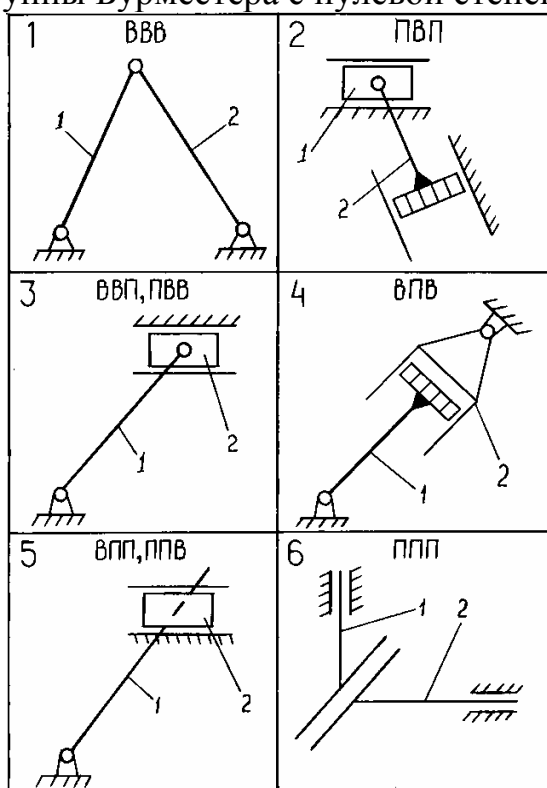


Рисунок 1

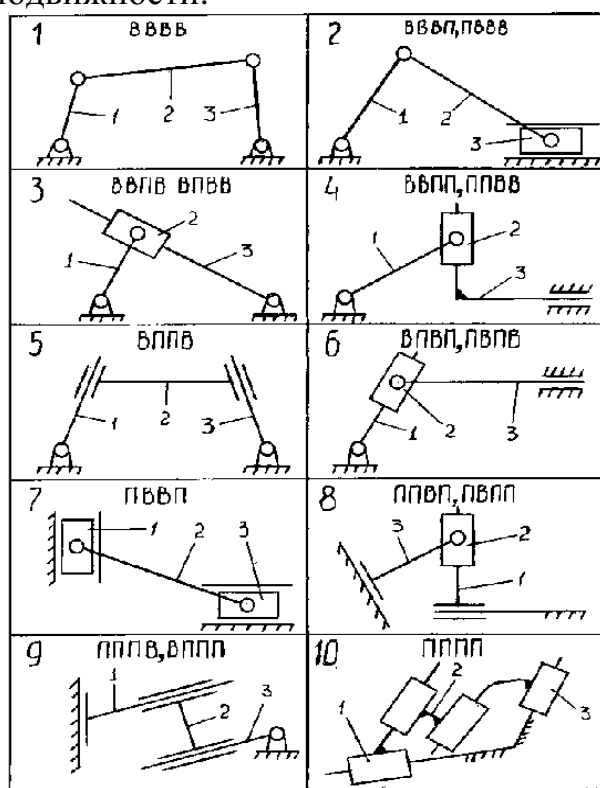


Рисунок 2

Рассмотрим варианты создания механизмов при  $\tau=3$  и  $n=5$  и, используя формулу (1) для ( $\tau=3$ ), получим [7].

$$\begin{cases} p_5 = 3 + 2n_2 + n_1, \\ n = 1 + n_2 + n_1, \\ 1 = 3n - 2p_5, \end{cases} \quad (2)$$

а, преобразуя формулу (2), получим

$$p_5 = n + n_2 + 2, \quad (3)$$

$$n_2 = (n - 5) / 2, \quad (4)$$

$$n_1 = (n + 3) / 2, \quad (5)$$

Из (4) следует, что при целочисленных положительных значениях исследуемых параметров, число звеньев механизмов, описываемых формулой (2), не может быть назначено менее 5. При этом  $n$  может принимать нечетные значения из ряда чисел 5 и т.д. При любом выбранном из обозначенного ряда значении  $n$ , число звеньев, добавляющих в цепь по две кинематические пары ( $n_2$ ), определится зависимостью (4), а число звеньев, добавляющих в цепь по одной паре ( $n_1$ ) – зависимостью (5) [7].

Последовательно наслаивая ведущему звену-кривошипу кривошипно-ползунному механизму (схема 2, рисунок 2) 8 групп Ассра (рисунок 1), получаем 8 видов механизмов с  $\tau=3$  при  $n=5$  и  $p_5=7$ , которые представлены на рисунке 3.

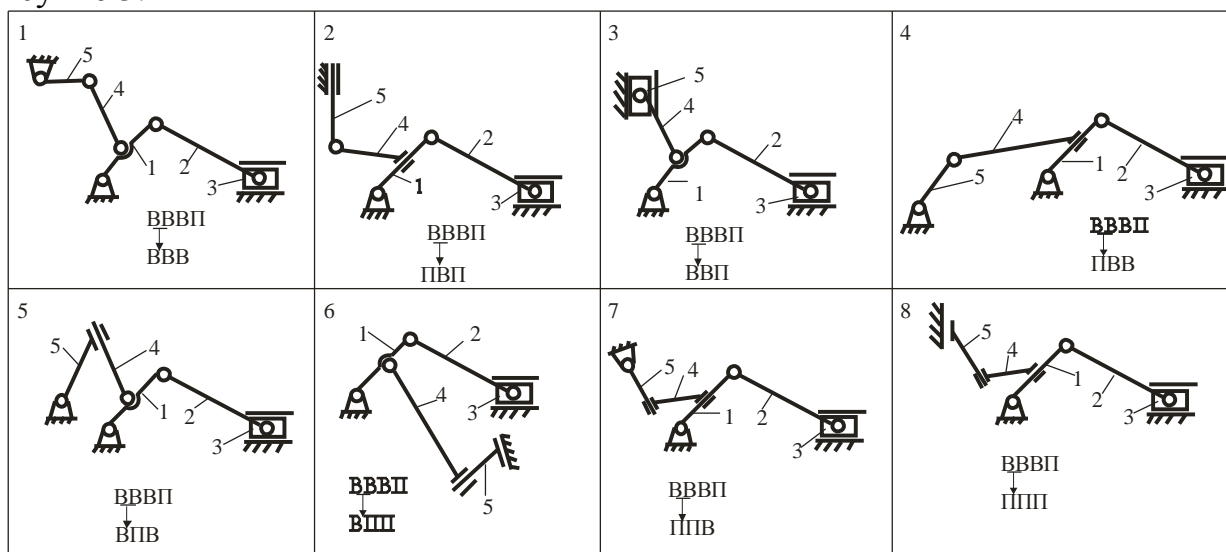


Рисунок 3

Последовательно наслаивая второму звену – шатуну кривошипно-ползунному механизму (схема 2, рисунок 2) 8 групп Ассра (рисунок 1) получаем 8 видов механизмов с  $\tau=3$ ,  $n=5$ ,  $p_5=7$ , которые представлены на рисунке 4.

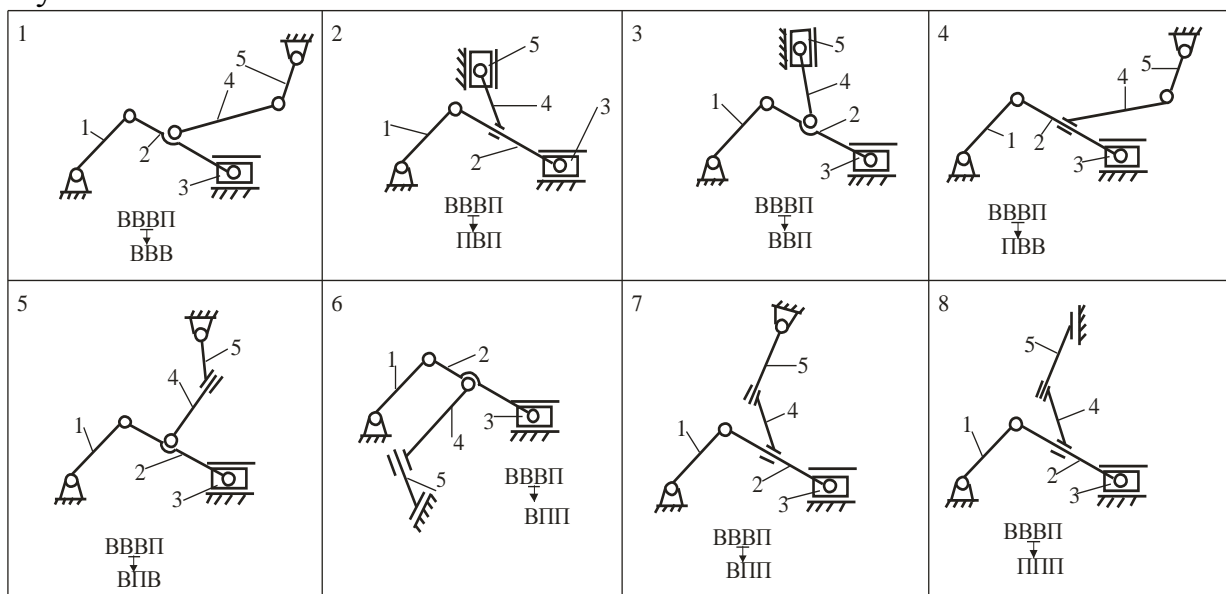


Рисунок 4



Механизм, показанный на схеме 1 рисунка 4, удовлетворяет формуле (2). В данном случае  $n = 5$ , тогда по формуле (4)  $n_2 = 0$ , по (5)  $n_1 = 4$ , а по (4)  $p_5 = 7$ . Итак, согласно выполненным расчетам при  $n = 5$  к треугольному базисному звену ( $\tau=3$ ) должны быть добавлены четыре звена  $n_1$ .

Последовательно наслаиваем третьему звену – ползуну кривошипно-ползунному механизму (схема 2, рисунок 2) 8 групп Ассра (рисунок 1) получаем 8 видов механизмов с  $\tau=3$ ,  $n=5$ ,  $p_5=7$ , которые представлены на рисунке 5.

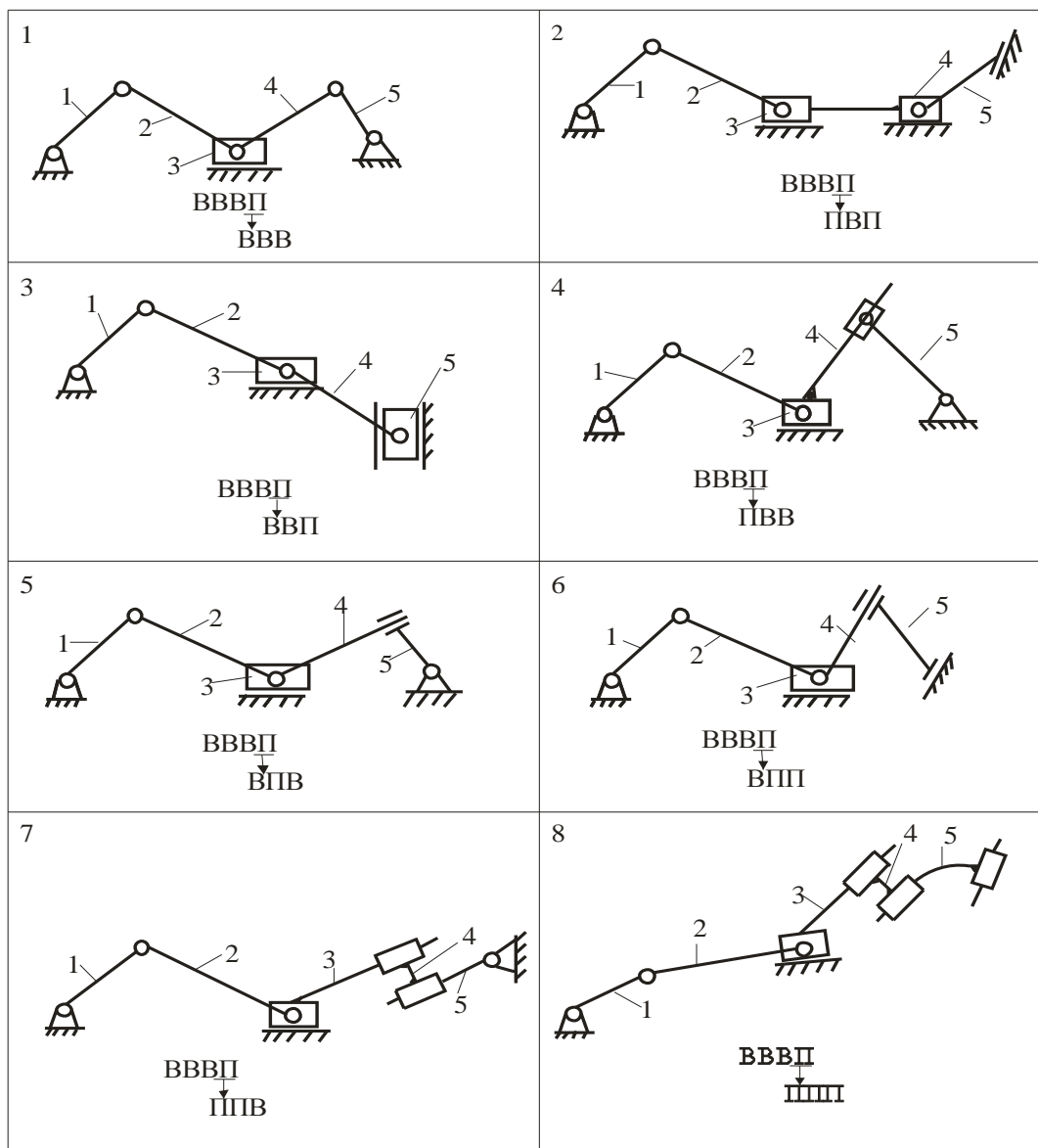


Рисунок 5

Аналогичным образом, последовательно наслаивая звенья механизмов (схемы 1, 3-10, рисунок 2) групп Ассра на рисунке 1, получены все виды создаваемых механизмов при  $\tau=3$ ,  $n=5$ ,  $p_5=7$ .

Всего образовано 224 вида механизмов.

Вывод: Используя УСС Л.Т. Дворникова, созданы механизмы при последовательном наслаивании групп Ассра, 224 варианта механизмов с параметрами  $\tau=3$ ,  $n=5$ ,  $p_5=7$ , из которых 24 показаны на рисунках 3-5.

### Список литературы

1. Ассур Л.В. Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации. – М.: Изд-во академии наук СССР, 1952. – 589 с.
2. Добровольский В.В. Теория механизмов. – М., 1951. – 465 с.
3. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1975. – 640 с.
4. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1967. – 504 с.
5. Кожевников С.Н. Основания структурного синтеза механизмов. – Киев: Наукова думка, 1979. – 232 с.
6. Дворников Л.Т. Начала теории структуры механизмов: учеб. пособие. – Новокузнецк: СибГГМА, 1994. – 102 с.
7. Дворников Л.Т. Универсальная структурная классификация механизмов: метод. указ. – Новокузнецк: СибГИУ, 2012. – 39 с.
8. Пейсах Э.Е. Оптимизационный синтез рычажных механизмов // Расчет и конструирование механизмов и деталей приборов. – Л.: Машиностроение, 1975. – С. 38-75.
9. Абдраимов С., Невенчанная Т.О. Построение механизмов переменной структуры, исследование их динамики. – Фрунзе: Илим, 1990.
10. Алмаматов М.З. Научно-методические основы создания прессов с механизмами переменной структуры: дис. ... докт. техн. наук: 05.02.18 - Бишкек, 2005. – 302 с.

## ИССЛЕДОВАНИЕ РЕГУЛИРУЕМЫХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ III КЛАССА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН АВТОМАТОВ

*Надеждин И.В.*

*Рыбинский государственный авиационный технический университет  
им. П.А. Соловьева, Рыбинск*

В технологических машинах автоматического действия часто возникает необходимость регулировать в процессе движения угол поворота или ход ведомого звена, совершающего возвратно-вращательные или поступательные движения с остановками. В работах [1-3] приведены схемы шестизвенных механизмов II класса с регулируемыми колебаниями ведомых звеньев и методика их геометрического синтеза с учетом условия существования кривошипа и ограничений на углы давления.

Механизмы III класса также позволяют регулировать углы поворота или ход ведомых звеньев. На рисунках 1, *a-e* приведены схемы регулируемых шестизвенных кривошипно-коромысловых механизмов III класса. Во всех механизмах звено 1 является ведущим и связано со стойкой кинематической парой *A*. Регулируемым является ведомое звено 5.

Регулировка рассматриваемых механизмов с целью изменения амплитуды колебаний осуществляется следующим образом. В механизмах, изображенных на рисунках 1, *a-g*, стойка *AE* поворачивается вокруг точки *A*. Когда точка *E* совпадает с движущейся точкой звена 5 (например  $D^0$  или  $C^0$ ), ведомое звено 5 остается неподвижным. Угол колебаний ведомого звена возрастает при последующем удалении *E* от  $E^0$ .

В механизмах, приведенных на рисунках 1, *de*, направляющая  $\alpha - \alpha$  ползуна 4 вращается вокруг точки *A*. Если направляющая  $\alpha_0 - \alpha_0$  становится параллельной  $\beta - \beta$  или совпадает с ней, то ведомое звено 5 не будет совершать колебания, т. е. амплитуда колебаний будет равна нулю.

Способы регулирования амплитуды колебаний ведомого звена, представленные на рисунке 1, являются простыми, но не единственно возможными. Следует отметить, что в процессе регулирования направление, от которого отсчитывается угол колебаний ведомого звена, будет изменяться в процессе регулировки механизма. Иногда требуется, чтобы исходное положение для отсчета колебаний ведомого звена оставалось неизменным при любой регулировке. В таком случае способы регулировки должны быть отличными от изображенных на рисунке 1.

В качестве примера рассмотрим шестизвенный рычажный механизм II класса с регулировкой ведомого звена 5 (рисунок 2) таким образом, чтобы угол колебаний звена 5 всегда измерялся от одного и того же заданного положения. В процессе регулирования угла поворота ведомого звена шарнир *D* может занять положение в точке  $D_0$ . В этом случае звено 5 будет неподвижным. Выберем линию  $GD_0$  в качестве базовой для отсчета углов поворота ведомого

звена 5. Четырехзвенный шарнирный механизм  $ABCD$  при регулировании занимает крайние положения звеньев:  $AB_1^0C_1^0D_0$  и  $AB_2^0C_2^0D_0$ .

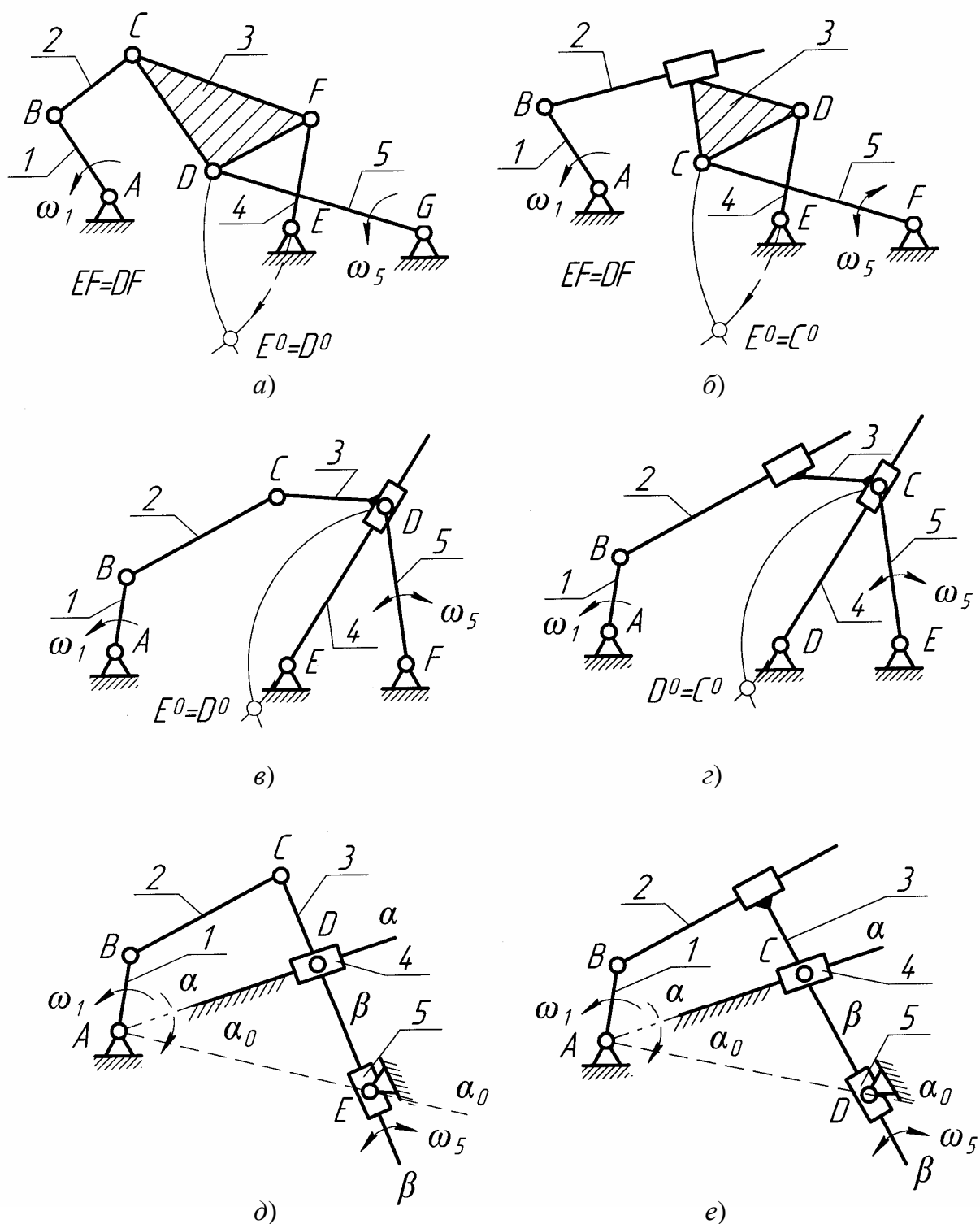


Рисунок 1 – Кинематические схемы регулируемых шестизвенных рычажных механизмов III класса технологических машин-автоматов

Окружность  $m - m$  описана из центра  $C_1^0$  радиусом, равным длине звена  $CD$ , и является геометрическим местом положений шарнира  $D$  при различных регулировках. Выбранная на окружности  $m - m$  точка  $D$  дает четырехзвенный

механизм  $ABCD$  с крайними положениями коромысла  $CD$ , соответствующими конфигурациям механизма  $AB_1^0C_1^0D$  и  $AB_3C_3D$ .

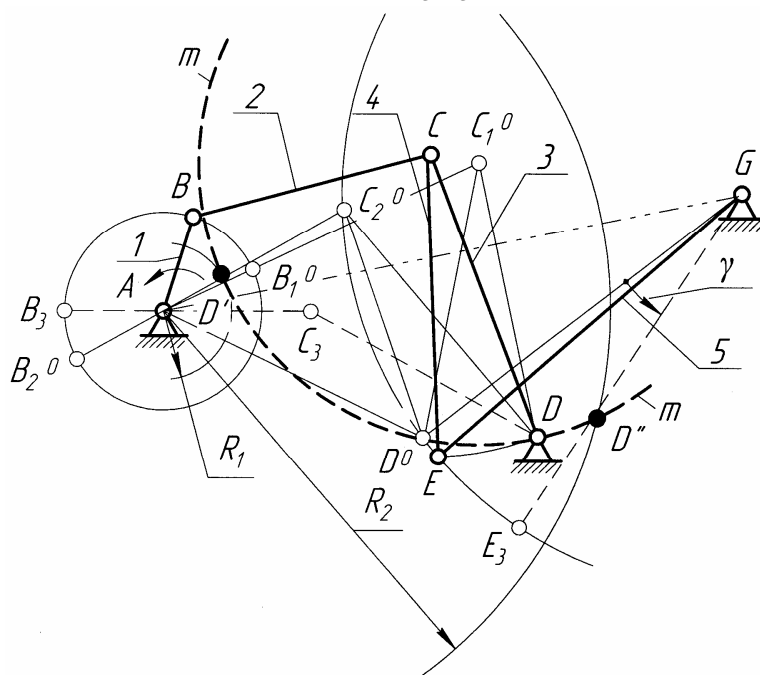


Рисунок 2 – Способ регулирования шестизвенных рычажных механизмов с углами перемещения ведомого звена от одного и того же заданного положения

Так как длины звеньев  $CD = CE$ , то точка  $E_1$  будет совпадать с точкой  $D^0$ , а точка  $E_3$  находится на пересечении дуги окружности с центром в точке  $C_3$  и радиусом  $EG$  ( $EG = l_5$ ). Таким образом, определяются крайние положения ведомого звена 5. Для получения переменных перемещений ведомого звена 5 от неподвижной линии отсчета  $GD_0$  достаточно сместить точку  $D$  по окружности  $m - m$ . Однако, если добавить ограничение, состоящее в том, чтобы базовый механизм  $ABCD$  всегда оставался кривошипно-коромысловым, то положение точки  $D$  следует выбирать между точками  $D'$  и  $D''$ . Эти точки ( $D'$  и  $D''$ ) определяются в соответствии с известными условиями Грасгофа, как точки пересечения окружностей радиусами  $R_1 = l_1 + l_2 - l_3$  и  $R_2 = l_2 + l_3 - l_1$  с кривой  $m - m$  (рисунок 2). Если точку  $D$  выбрать вне интервала  $D'D''$ , то ведущее звено  $AB$  не сможет совершать полный оборот, т. е. не будет являться кривошипом.

Аналогичным образом можно проанализировать схемы шестизвенных рычажных механизмов III класса, изображенные на рисунке 1.

В процессе регулирования существенно изменяются кинематические характеристики механизма. Поэтому для кинематического анализа регулируемых рычажных механизмов с возвратно-вращательным или поступательным движением ведомого звена целесообразно применить аналитические методы. Используем для этих целей аналитический метод с применением кинематических инвариантов подобия [4].

Для шестизвенного регулируемого кривошипно-коромыслового механизма II класса (рисунок 2) выражения для угловой скорости и углового ускорения коромысла 3 имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \omega_3 &= \omega_1 \omega_{3i}; \quad \varepsilon_3 = \omega_1^2 \varepsilon_{3i} + \varepsilon_1 \omega_{3i} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\omega_{3i}$  и  $\varepsilon_{3i}$  – инварианты подобия угловой скорости и углового ускорения звена 3.

Для рассматриваемого регулируемого кривошипно-коромыслового механизма (рисунок 3)  $\omega_{3i}$  и  $\varepsilon_{3i}$  определяются соотношениями:

$$\omega_{3i} = l_1 l_3^{-1} \frac{l_3 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) - l_0 \sin \varphi_1}{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + l_0 \sin \varphi_3};$$

$$\varepsilon_{3i} = \frac{l_1 [l_3 B - l_0 \cos \varphi_1] - 2\omega_{3i} l_1 l_3 B + l_3 \omega_{3i}^2 [l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + l_0 \varphi_3]}{l_4 [l_1 B - l_0 \sin \varphi_3]},$$

где  $B = \cos(\varphi_1 - \varphi_3)$ ;  $\varphi_1$  – угол поворота кривошипа 1;  $\varphi_3$  – угол поворота коромысла 3, определяемый по формуле

$$\varphi_3 = 2\pi - \arccos \frac{l_1^2 - l_2^2 + l_3^2 + l_0^2 - 2l_0 l_1 \cos \varphi_1}{2l_3 \sqrt{l_1^2 + l_0^2 - 2l_0 l_1 \cos \varphi_1}} - \arctg \frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_0 - l_1 \cos \varphi_1},$$

где  $l_0 = AD$ ,  $l_1 = AB$ ,  $l_2 = BC$ ,  $l_3 = l_4 = CD$ ,  $l_5 = EG$ .

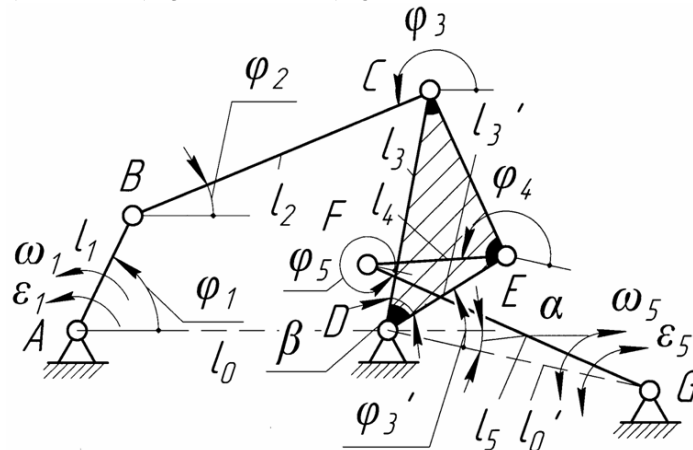


Рисунок 3 – Расчетная схема регулируемого шестизвенного рычажного механизма

Из замкнутого контура  $DCEG$  получаем выражения для угловой скорости  $\omega_5$  и углового ускорения  $\varepsilon_5$  ведомого звена 5:

$$\omega_5 = \omega_3 \omega_{5i}; \quad \varepsilon_5 = \omega_3^2 \varepsilon_{5i} + \varepsilon_3 \omega_{5i}. \quad (2)$$

Подставив в (2) выражения для  $\omega_{3i}$  и  $\varepsilon_{3i}$  из (1), получим

$$\left. \begin{aligned} \omega_5 &= \omega_1 \omega_{3i} \omega_{5i}; \\ \varepsilon_5 &= \omega_1^2 (\omega_{3i}^2 \varepsilon_{5i} + \varepsilon_3 \omega_{5i}) + \varepsilon_1 \omega_{3i} \omega_{5i}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где

$$\omega_{5i} = l_4 l_5^{-1} \frac{l_5 \sin(\varphi_3' - \varphi_5) - l_5 \sin \varphi_3'}{l_4 \sin(\varphi_3' - \varphi_5) + l_5 \sin \varphi_5}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_{5i} = \frac{l_4 [l_5 A - l_5 \cos \varphi_3'] - 2\omega_{5i} l_4 l_5 A + l_5 \omega_{5i}^2 [l_3 A + l_0 \cos \varphi_5]}{l_5 [l_4 \sin(\varphi_3' - \varphi_5) + l_5 \sin \varphi_5]}; \quad (5)$$

$$\varphi_5 = 2\pi - \arccos \frac{2l_5^2 - 2l_4l_5 \cos \varphi_1}{2l_5 \sqrt{l_4^2 + l_5^2 - 2l_4l_5 \cos \varphi_1}} - \operatorname{arctg} \frac{l_4 \sin \varphi_3'}{l_5 - l_4 \cos \varphi_3'};$$

$$\varphi_3' = \varphi_3 - \pi + \alpha - \beta; A = \cos(\varphi_3' - \varphi_5).$$

В случае, когда  $D = D^0$  угол  $\varphi_5 = 2\pi$  и из выражений (4) и (5) следует  $\omega_{5i} = 0$  и  $\varepsilon_{5i} = 0$ . Тогда из зависимостей (3) получим  $\omega_5 = 0$  и  $\varepsilon_5 = 0$ , т. е. перемещения ведомого звена 5 отсутствуют.

Кинематический анализ регулируемых шестизвенных механизмов III класса (рисунок 1) можно выполнить аналогичным образом с помощью кинематических инвариантов подобия, входящих в соотношения:

$$\omega_5 = \omega_1 \omega_{5i}; \quad \varepsilon_5 = \omega_1^2 \varepsilon_{5i} + \varepsilon_1 \omega_{5i}. \quad (6)$$

Выражения для инвариантов подобия угловой скорости  $\omega_{5i}$  и углового ускорения  $\varepsilon_{5i}$  ведомого звена могут быть получены приведенными в работах [3, 5, 6] методами с использованием функций нулевого порядка или методом треугольников.

Рассмотрим в качестве примера шестизвенный кривошипно-ползунный механизм III класса, расчетная схема которого изображена на рисунке 4,а. Такие механизмы нашли широкое применение в полиграфическом оборудовании.

Ниже приведены аналитические зависимости для определения основных кинематических инвариантов подобия механизма:

перемещения ведомого ползуна  $F$

$$s_{Fi} = h_2 + \cos \varphi_1 + \lambda_{31} \cos \varphi_3 \pm \sqrt{\lambda_2^2 (h_3 - \sin \varphi_1 - \lambda_{31} \sin \varphi_3)^2}; \quad (7)$$

линейных скоростей  $v_{5i}$  и ускорений  $a_{5i}$  ведомого звена 5:

$$v_{5i} = \frac{\sin(\varphi_5 - \varphi_3) \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos \varphi_3 \cdot \sin(\varphi_5 - \varphi_2)}; \quad (8)$$

$$a_{5i} = \frac{dv_{5i}}{d\varphi_1} = \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)m + \sin(\varphi_5 - \varphi_3)n}{\cos \varphi_3 \cdot \sin(\varphi_5 - \varphi_2)}, \quad (9)$$

где  $m = \omega_{3i} \frac{\cos \varphi_5}{\cos \varphi_3} - \omega_{5i} \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_3)}{\sin(\varphi_5 - \varphi_2)}$ ;  $n = \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - \omega_{5i} \frac{\sin(\varphi_5 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_5 - \varphi_2)}$ ;

$\omega_{3i}$  – позиционный инвариант подобия угловой скорости базисного звена 3:

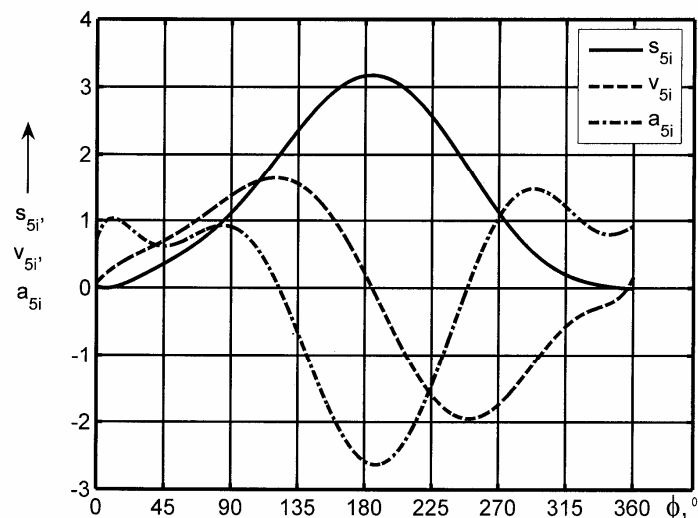
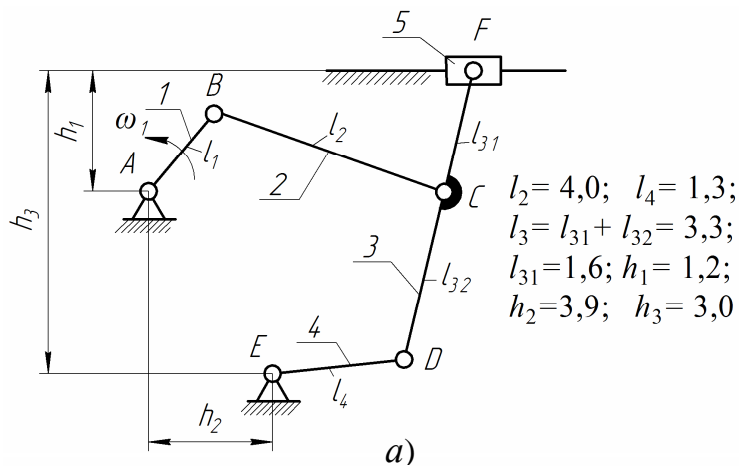
$$\omega_{3i} = \frac{\sin \varphi_1 + p_1^{-1} (b - \lambda_{31} \sin \varphi_3) \cos \varphi_1}{\lambda_{32} \sin \varphi_3 \pm \cos \varphi_3 [\lambda_3 q_1^{-1} (h_3 - \lambda_{31} \sin \varphi_3) \mp \lambda_{31} p_1^{-1} (b - \lambda_{31} \sin \varphi_3)]};$$

$\omega_{5i}$  – позиционный инвариант подобия угловой скорости вектора  $P_1C$ , отображающего на плане скоростей абсолютную скорость точки  $C$ ;

$$\omega_{5i} = \lambda_{31}^{-1} \cos^2 \varphi_5 (\lambda_3 \omega_{4i} / \cos^2 \varphi_4 - \lambda_{32} \omega_{3i} / \cos^2 \varphi_3);$$

$\varphi_3$  – угол, определяющий положение звена 3:

$$\cos \varphi_3 = \lambda_{32}^{-1} h_2 - \cos \varphi_1 \pm \sqrt{\lambda_4^2 - (h_3 - \lambda_3 \sin \varphi_3)^2} \mp \sqrt{\lambda_2^2 - (h_2 - \sin \varphi_1 - \sin \varphi_3)^2}. \quad (10)$$



б)

Рисунок 4 – Расчетная схема кривошипно-ползунного механизма III класса (а) и кинематические диаграммы инвариантов подобия перемещения  $s_{5i}$ , скорости  $v_{5i}$  и ускорения  $a_{5i}$  ведомого звена (б)

Выбор знака перед радикалами зависит от структуры механизма, соответственно знак «+» при левом и «-» при правом расположении нижнего поводка  $ED$  относительно базисного звена  $DF$ .

Для решения трансцендентного уравнения (10) удобно использовать известные математические методы и пакеты, например, *MatLab* с его приложениями, разработанные компанией *MathWorks*.

Значения углов  $\varphi_2, \varphi_4$  и  $\varphi_5$ , определяющих текущие положения звеньев механизма, определяют по формулам:

$$\left. \begin{aligned}
 \varphi_2 = \arccos\left(\frac{h_1 - \sin \varphi_1 - \lambda_{31} \sin \varphi_3}{\lambda_2}\right); \quad \varphi_4 = \arcsin\left(\frac{h_3 - \lambda_3 \sin \varphi_3}{\lambda_4}\right); \\
 \varphi_5 = \arctg\left[\lambda_{31}^{-1}(\lambda_3 \operatorname{tg} \varphi_4 - \lambda_{32} \operatorname{tg} \varphi_5)\right]
 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

В приведенных зависимостях (7)-(11) все расчетные размеры звеньев и координаты являются безразмерными, приведенными к длине радиуса кривошипа, т.е.  $l_i = \lambda_i = l_i/r$ .



На рисунке 4,б показаны диаграммы изменения позиционных инвариантов подобия перемещения, скорости и ускорения ведомого звена (ползуна  $F$ ) для одного из возможных сочетаний геометрических параметров механизма, обеспечивающих наиболее благоприятные кинематические характеристики при равномерном движении ведущего звена  $\omega_1 = const$ .

Используя данные диаграммы на этапе проектирования, возможно либо оценить для регулируемых геометрических параметров механизма характер изменения позиционных инвариантов подобия перемещений, скоростей и ускорений и соответствующих им констант пиков, либо отобразив логически наиболее благоприятное сочетание диаграмм скоростей и ускорений, определить значения геометрических параметров звеньев соответствующего механизма.

### **Список литературы**

1. Автоматические линии в машиностроении: Справочник в 3-х т. Т. 3. Комплексные автоматические линии и участки / под ред. А.И. Дашенко, Г.А. Навроцкого. – М.: Машиностроение, 1985. – 480 с.
2. Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике: в 7-ми т. / И.И. Артоболевский. – 2 изд. – М.: Наука, 1981. – 1981. – 3244 с.
3. Дуб Я.И. Шестизвенные кривошипно-ползунные механизмы III класса / Я.И. Дуб. – Львов, 1974. – 70 с.
4. Кожевников С.Н. Механизмы: справочник / С.Н. Кожевников, Я.И. Есипенко, Я.М. Раскин. – М.: Машиностроение, 1976. – 784 с.
5. Надеждин И.В. Проектирование рычажных механизмов цикловых машин-автоматов. – М.: Машиностроение, 2010. – 232 с.
6. Озол О.Г. Основы конструирования и расчета механизмов / О.Г. Озол. – Рига: Звайгзне. – 1979. – 360 с.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ ПРИ МАЛЫХ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЯХ И ДИССИПАЦИИ В ШАРНИРАХ

*Крахмалев О.Н.*

*ООО «Промбезопасность – БГТУ», Брянск*

Манипуляционные системы роботов представляют собой исполнительные механизмы, структура которых может быть представлена схематично в виде разомкнутой кинематической цепи, звенья которой соединены между собой шарнирами, образующими кинематические пары пятого класса.

Для моделирования динамики манипуляционных систем роботов при малых упругих деформациях и диссипации в шарнирах может быть использована математическая модель [1]

$$\begin{aligned}
 [M] \{\ddot{q}\} + [S] \{\dot{q}^2\} + 2[K] \{\dot{q}_i \dot{q}_j\} &= \{Q_D\} + \{Q_G\} + \{Q_F\}, \\
 [M] \{\Delta \ddot{q}^d\} + 2[S] \{\dot{q} \Delta \dot{q}^d\} + 2[K] \{\dot{q}_i \Delta \dot{q}_j^d + \dot{q}_j \Delta \dot{q}_i^d\} &= -[W] \{\Delta q^d\} - [B] \{\Delta \dot{q}^d\} \quad (1) \\
 \{Q_D\} &= -[W] \{\Delta q^{ks}\}, \quad i \neq j (i, j = (1, \dots, n));
 \end{aligned}$$

В данной математической модели предполагается, что упругие деформации в шарнирах происходят в направлениях изменения обобщённых координат, соответствующих этим шарнирам.

Первое уравнение системы (1) представляет собой уравнение движения жёсткой манипуляционной системы по программной (заданной) траектории, определяемой обобщёнными координатами  $q_i$ ,  $i=(1, \dots, n)$ . Под жёсткой манипуляционной системой следует понимать манипуляционную систему, звенья которой моделируются абсолютно твёрдыми телами, соединёнными между собой идеальными шарнирами.

Уравнение движения жёсткой манипуляционной системы является нелинейным дифференциальным уравнением относительно переменных  $q_i$ ,  $i=(1, \dots, n)$ . Матричные коэффициенты  $[M(q)]$ ,  $[S(q)]$  и  $[K(q)]$ , входящие в левую часть этого уравнения являются функциями обобщённых координат. Правая часть уравнения представляет собой сумму векторов обобщённых сил [2]:

$\{Q_D\}$  – вектор соответствующий усилиям развиваемым приводами,

$\{Q_G\}$  – вектор соответствующий силам тяжести,

$\{Q_F\}$  – вектор соответствующий внешним силам, действующим на звенья манипуляционной системы.

Второе уравнение системы (1) представляет собой уравнение для определения колебательных составляющих  $\Delta q^d$  упругих деформаций, возникающих в шарнирах манипуляционных систем. Это уравнение так же является нелинейным дифференциальным уравнением, но уже относительно переменных  $\Delta q^d_i$ ,  $i=(1, \dots, n)$ . Матричные коэффициенты левой части этого

уравнения представляют собой те же матрицы, что и матричные коэффициенты, входящие в первое уравнение. Правая часть уравнения представляет собой обобщённые силы соответствующие силам упругости и вязкого трения. Матрица  $[W]$  является матрицей жёсткости манипуляционной системы, а матрица  $[B]$  – матрицей вязкости.

Третье уравнение системы (1) представляет собой алгебраическое уравнение, связывающее усилия, развиваемые приводами манипуляционной системы, с квазистатическими упругими деформациями  $\Delta q^{ks}_i$ ,  $i=(1,\dots,n)$ , возникающими в шарнирах.

Матрица  $[W]$  является симметричной и положительно определённой, матрица  $[B]$  – симметричная не отрицательно определённая матрица. Обе матрицы имеют размерность  $(n \times n)$ . В общем случае данные матрицы могут быть определены из квадратичных форм, составленных соответственно для потенциальной энергии упругих деформаций  $P$  и функции Рэля  $R$

$$P^{st} = \frac{1}{2} \{ \Delta q^{st} \}^T [W] \{ \Delta q^{st} \} \text{ или } P^d = \frac{1}{2} \{ \Delta q^d \}^T [W] \{ \Delta q^d \}, R = \frac{1}{2} \{ \Delta \dot{q}^d \}^T [B] \{ \Delta \dot{q}^d \}.$$

Для большинства рассматриваемых манипуляционных систем матрицы  $[W]$  и  $[B]$  имеют диагональный вид.

Матричные коэффициенты  $[M]$ ,  $[S]$  и  $[K]$  имеют вид

$$[M] = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_1} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial q_1} \right) & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_1} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial q_2} \right) & \dots & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_1} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial q_n} \right) \\ \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_2} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial q_1} \right) & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_2} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial q_2} \right) & \dots & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_2} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial q_n} \right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_n} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial q_1} \right) & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_n} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial q_2} \right) & \dots & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_n} H_k \frac{\partial A_{0,k}^T}{\partial q_n} \right) \end{bmatrix},$$

$$[S] = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_1} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_1^2} \right) & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_1} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_2^2} \right) & \dots & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_1} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_n^2} \right) \\ \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_2} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_1^2} \right) & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_2} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_2^2} \right) & \dots & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_2} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_n^2} \right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_n} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_1^2} \right) & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_n} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_2^2} \right) & \dots & \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_n} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_n^2} \right) \end{bmatrix},$$

$$[K] = \sum_{k=2}^n \begin{bmatrix} \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_1} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_1 \partial q_2} \right) \dots \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_1} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_1 \partial q_n} \right) \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_1} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_2 \partial q_3} \right) \dots \\ \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_2} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_1 \partial q_2} \right) \dots \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_2} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_1 \partial q_n} \right) \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_2} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_2 \partial q_3} \right) \dots \\ \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_n} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_1 \partial q_2} \right) \dots \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_n} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_1 \partial q_n} \right) \text{tr} \left( \frac{\partial A_{0,k}}{\partial q_n} H_k \frac{\partial^2 A_{0,k}^T}{\partial q_2 \partial q_3} \right) \dots \end{bmatrix},$$

где  $A_{0,k}$  – матрица размерности  $(4 \times 4)$  преобразования однородных координат из системы координат  $S_k$ , связанной с  $k$ -м звеном, в абсолютную (неподвижную) систему координат  $S_0$ ,  $H_k$  – матрица размерности  $(4 \times 4)$  инерции  $k$ -го звена, рассматриваемого как твёрдое тело.

Матричный коэффициент  $[M]$  соответствует касательным составляющим сил инерции, возникающим при движении манипуляционных систем.  $[M]$  – симметричная положительно определённая матрица размерности  $(n \times n)$ .

Матричный коэффициент  $[S]$  соответствует центробежным силам инерции, возникающим при движении манипуляционных систем.  $[S]$  – положительно определённая матрица размерности  $(n \times n)$ .

Матричный коэффициент  $[K]$  соответствует кориолисовым силам инерции, возникающим при движении манипуляционных систем.  $[K]$  – матрица размерности  $(n \times C_n^2)$ , где  $C_n^2$  – число сочетаний из  $n$  по 2, имеющая ранг не ниже  $n$ .

Отличительной особенностью данной математической модели является предоставляемая ею возможность при моделировании динамики манипуляционных систем роботов исследовать отдельно малые упругие квазистатические деформации в шарнирах и возникающие в шарнирах упругие колебания с учётом диссипации, а также исследовать влияние сил инерции на динамику манипуляционных систем [3].

### Список литературы

1. Крахмалев О.Н. Математическое моделирование динамики манипуляционных систем промышленных роботов и кранов-манипуляторов: монография / О.Н. Крахмалев. – Брянск: БГТУ, 2012. – 200 с.
2. Крахмалев О.Н. Моделирование обобщенных сил, действующих на звенья манипуляционных систем / О.Н. Крахмалев, А.П. Болдырев // Брянск: Вестн. БГТУ, 2011. – №1. – С.115-121.
3. Крахмалев О.Н. Методика анализа влияния сил инерции на динамику манипуляционных роботов / О.Н. Крахмалев // Теория механизмов и машин, 2012. – №2 (20). – Том 10. – С. 41-53.

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ БЫСТРОГО ПРОТОТИПИРОВАНИЯ И ВАКУУМНОГО ЛИТЬЯ ДЛЯ СОКРАЩЕНИЯ ВРЕМЕНИ НА ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИП**

*Наумкин Н.И., Купряшкин В.Ф., Князьков А.С., Митин А.В., Цыганкин С.А.  
Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, Саранск*

К инновационным технологиям XXI века по праву можно отнести технологии быстрого прототипирования, вакуумного литья в силиконовые формы и RIM технологии, позволяющие в короткие сроки изготовить из пластмассы физическую модель деталей и узлов, а также обеспечить их тиражирование. В связи с создаваемым в Институте механики энергетики ФГБОУ ВПО «МГУ им. Н.П. Огарёва» центра прототипирования и проектирования (рис.1) на основе этих технологий, рассмотрим особенности их использования при проектировании сельскохозяйственных машин.

**Под технологией быстрого прототипирования (ТБП)** будем понимать технологию быстрого создания опытных образцов или работающей модели системы для дальнейшего исследования путем [1, 2] постепенного наращивания (добавления) материала или изменения фазового состояния вещества в заданной области пространства. На данный момент, по Интернет источникам [1] значительного прогресса достигли технологии послойного формирования трёхмерных объектов по их компьютерным образам, т.е. по трёхмерной компьютерной модели детали. Большинство известных САПР обеспечивают экспорт моделей в стандартном для быстрого прототипирования формате STL. Некоторые из установок Быстрого Прототипирования называют трёхмерными принтерами. Наиболее широко ТБП используют для: 1) для оценки эргономики, визуализации, дизайна изделия; 2) для функциональной оценки изделия (проверка качества сборочных изделий, аэродинамических характеристик, практичности); 3) использование в качестве модели для дальнейшего применения в производстве. ТБП имеет следующие преимущества: сокращение длительности технической подготовки производства новой продукции в 2-4 раза; снижение себестоимости продукции, особенно в мелкосерийном или единичном производстве в 2-3 раза; значительное повышение гибкости производства; повышение конкурентоспособности производства; сквозное использование компьютерных технологий, интеграция с системами САПР.

**Вакуумное литье в силиконовые формы** [2, 3] – современная технология изготовления изделий из материалов, полимеризующихся в результате химических реакций или имеющих низкие температуры отверждения. Преимуществом этой технологии является простота и малый срок изготовления литейной оснастки из двухкомпонентных силиконов.

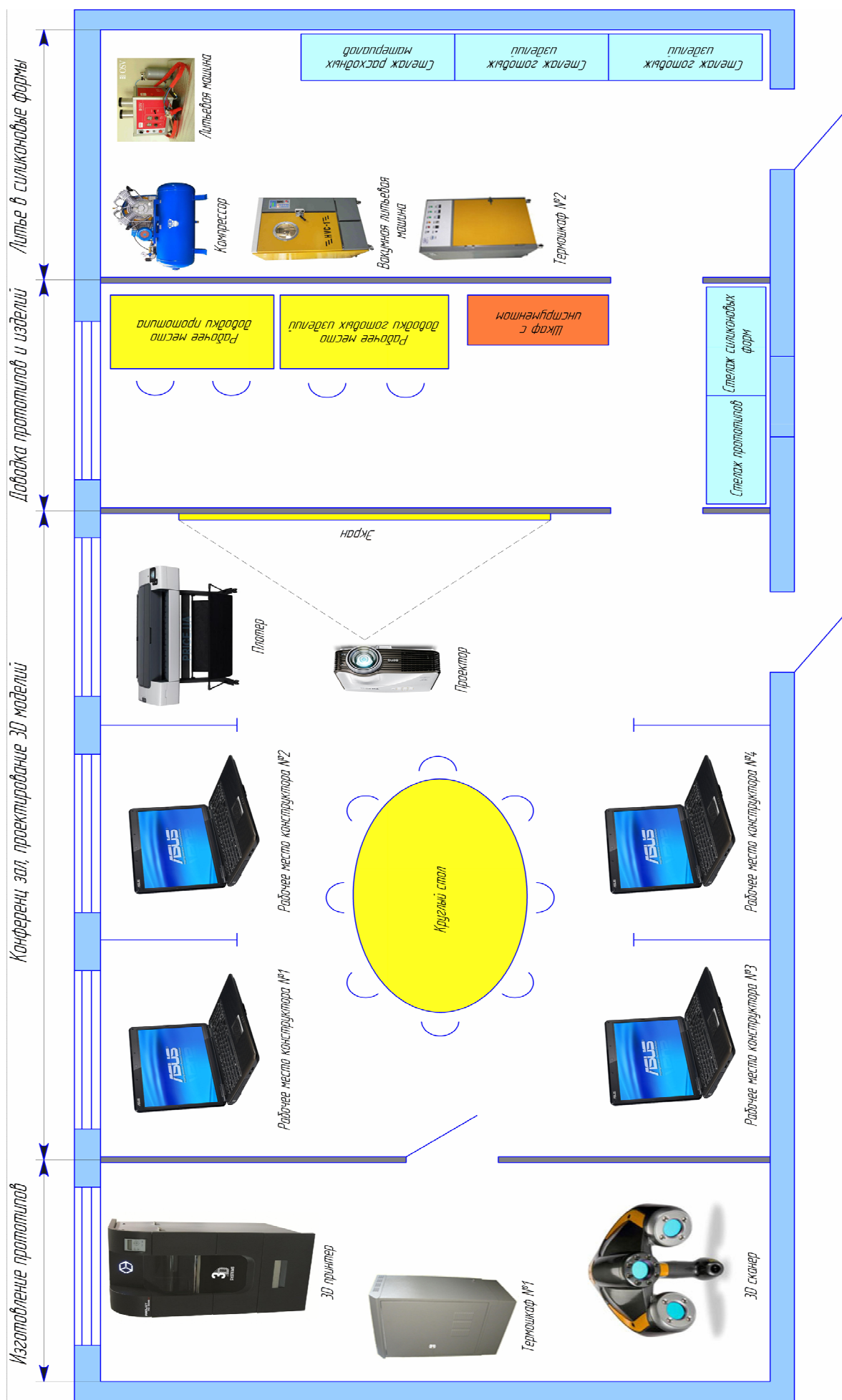


Рисунок 1 – Центр быстрого проектирования и прототипирования

Благодаря скорости изготовления оснастки, эта технология позволяет в кратчайшие сроки получать небольшие (до 20 – 50 шт. с одной силиконовой формы) партии изделий, в том числе корпусные детали приборов, эргономичные рукоятки, электроустановочные изделия и другие нестандартные детали сложной формы.

**Технология RIM** [2] (от англ. Reaction Injection Molding) - заливка полиуретанов в оснастку под низким давлением. При использовании этой технологии в оснастку под давлением в 2...3 атм. заливается двухкомпонентный полиуретан. В процессе заливки компоненты перемешиваются между собой за счет прохождения материалов через специальное смесительное устройство, образуя двухкомпонентный полиуретан, который в итоге и впрыскивается в оснастку. Далее следует отверждение полиуретана в термошкафе для придания пластику требуемых свойств. Данная технология весьма аналогична по внешнему виду и свойствам получаемых деталей с изделиями, изготовленными по технологии вакуумного литья в силиконовые формы. Отличие этих технологий состоит в производительности процессов. RIM существенно производительнее вакуумного литья за счет значительно более короткого цикла заливки.

Таким образом, в перечень первоочередных задач создаваемого центра (рис.1) входят: 1) физическое моделирование сложных поверхностей рабочих органов сельскохозяйственных машин [2]; 2) освоение новых инновационных технологий; 3) обучение прогрессивным технологиям БП; 4) разработка методик формирования у студентов инновационных компетенций на основе использования современных ТБП [4]; 5) получение инновационных продуктов (ИП) и др.

### Список литературы

1. Быстрое прототипирование / электронный ресурс // форма доступа <http://ru.wikipedia.org/wiki>.
2. Особенности использования технологии быстрого прототипирования для исследования почвообрабатывающих машин / Н.И. Наумкин, В.Ф. Купряшкин, С.А. Цыганкин [и др.] // Ресурсосберегающие экологически безопасные технологии производства и переработки сельскохозяйственной продукции : материалы IX Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 85-летию со дня рождения и памяти С. А. Лапшина, Саранск, 18-19 апр. 2013 г. : в 2 ч. / редкол.: С.В. Емельянов (отв. секретарь) [и др.]. - Саранск : Изд-во Мордов. ун-та, 2013. – Ч.2. – С. 328-332.
3. Вакуумное литье / электронный ресурс // форма доступа: <http://www.centr-kit.com.ru/mould.php>.
4. Наумкин Н.И. Подготовка студентов национальных исследовательских университетов к инновационной деятельности на основе компетентностного подхода/ Н.И. Наумкин, Е.П. Грошева, Н.Н. Фролова // Интеграция образования. – 2010. – №4 (61). – С. 28-33.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ТЕМПЕРАТУРНОМ ГРАДИЕНТЕ СТЕНКИ ОТЛИВКИ

*Савинов А.С., Тубольцева А.С., Анисимова Е.А., Савинов Е.С.*

*Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова,  
Магнитогорск*

Расчет напряженного состояния литой детали в процессе ее охлаждения, не возможен без изучения деформаций в стенке отливки вследствие возникающего по сечению температурного градиента. В работах [1, 2] представлен математический аппарат, разработанный для прогнозирования растягивающих деформаций при использовании разностных схем расчета тепловых полей.

Для проверки адекватности представленной модели был проведен следующий эксперимент. Пластина из силикатного стекла размерами 100x100x4 мм. Помещалась в муфельную печь СНОЛ-1.6.2,5.1.11-43. с температурой значительно превышающей температуру окружающей среды. После тридцатиминутной выдержки, пластина опускалась в воду имеющую комнатную температуру (рисунок 1). Нагрев образцов осуществляли в температурном интервале 50-150<sup>0</sup>С последовательно сужая исследуемый интервал. В ходе многочисленных экспериментов при температурах 82-85<sup>0</sup>С получили устойчивое образование трещины на поверхности образца.

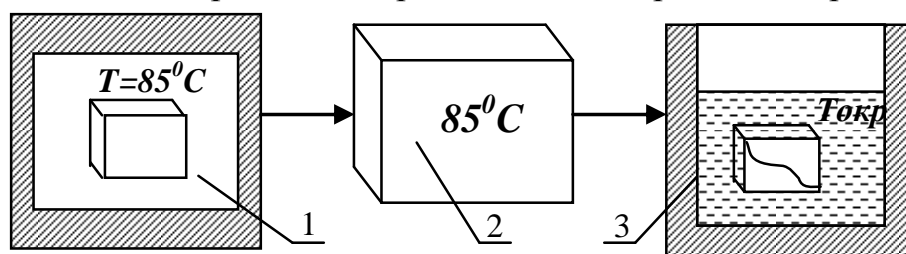


Рисунок 1 – Схема проведения эксперимента:

1 – муфельная печь; 2 – образец; 3 – емкость с охлаждающей средой

Исходя из полученных данных, был произведен расчет теплового поля исследуемого образца, показанного на рисунке 2, при следующих начальных условиях

$$\tau=0; 0 \leq x \leq L; T_{нач}=85^{\circ}\text{C}.$$

Решение линейного одномерного уравнения теплопроводности [3, 4]

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \quad (1)$$

где  $\rho$ ,  $c$ ,  $\lambda$  – плотность, теплоемкость и теплопроводность изучаемого объекта;

$T$  – температура;

$x$ ,  $\tau$  – текущая координата и временной интервал,



осуществляли методом конечных разностей с использованием граничного условия I рода

$$x=0: T_l = T_{окр}: \tau > 0;$$

$$x=L: T_n = T_{окр}: \tau > 0.$$

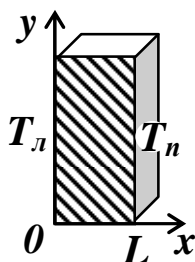
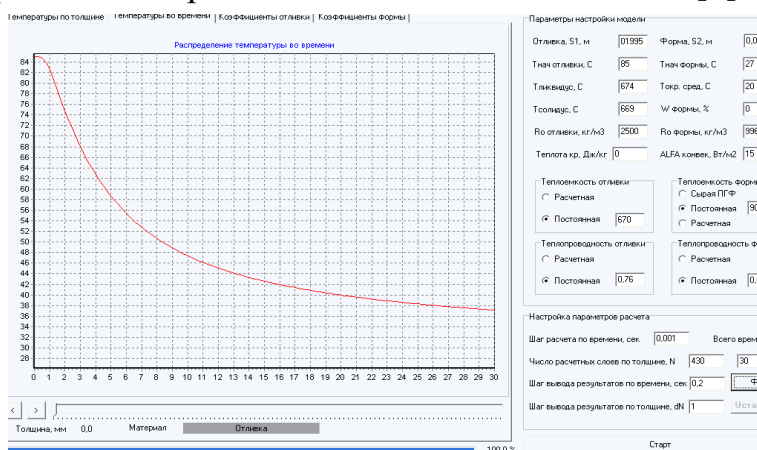
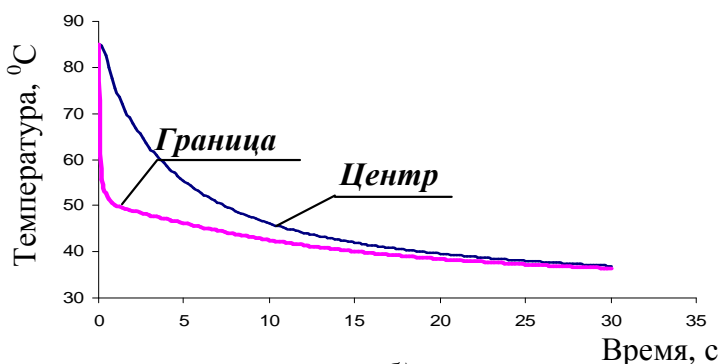


Рисунок 2 – Геометрия задачи

Расчет был произведен при помощи программы [5] (рисунок 3,а), эффективность работы которой была показана в источнике [6].



а)



б)

Рисунок 3 – Моделирование теплового поля образца при прогнозировании критической деформации:

а – окно программы “Расчет температурных полей системе «отливка – форма»”;  
 б – тепловое поле центра и поверхности образца

Температурные кривые центра и поверхности образца представлены на рисунке 3,б.

При расчетах критических температурных деформаций подвергнутого резкому охлаждению образца было использовано следующее выражение

$$\varepsilon_{j=1} = \alpha \Delta T \left( 1 - \frac{\sum_{j=1}^k E_j(t) \frac{T_{нач}}{T_j}}{\sum_{i=1}^n E_i(t) \frac{T_{нач}}{T_i} + \sum_{j=1}^k E_j(t) \frac{T_{нач}}{T_j}} \right) \quad (2)$$

где  $\varepsilon_{j=1}$  – растягивающая деформация в рассматриваемом слое;

$j, I$  – соответственно, границы растягиваемых и растягивающих слоев;

$E_i(t), E_j(t)$  – температурные зависимости модулей упругости соответствующих слоев;

$\alpha$  – коэффициент линейного расширения материала;

$\Delta T = T_{i=1} - T_{j=1}$  – температурный градиент между центральным и исследуемым слоем.

Данное выражение аналогично выражению, представленному в источнике [1], однако отличается от него тем, что за температуру, относительно которой производится расчет жесткостей конечных элементов, принята начальная температура объекта, что имеет более правильный физический смысл.

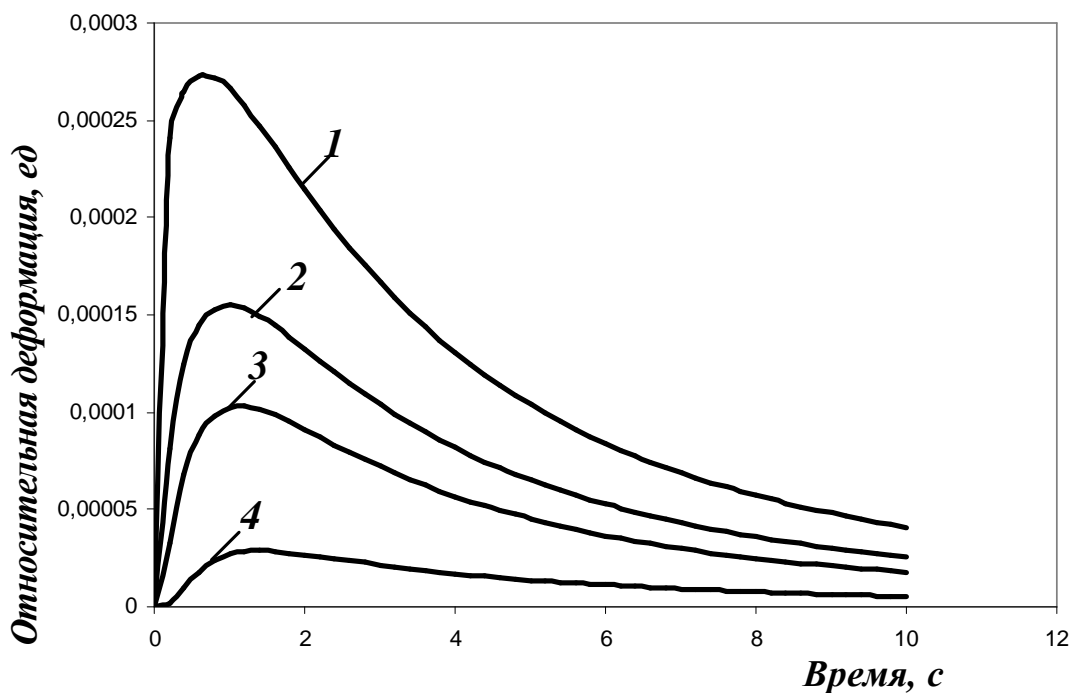


Рисунок 4 – Распределение растягивающих температурных деформаций: 1 – поверхность; 2 – на расстоянии 1,7 мм от центра стенки, 3 – 1,5 мм; 4 – 1 мм

Использование полученного теплового поля и выражения (2) позволило получить критическую относительную деформацию, при которой произошло разрушение  $\varepsilon = 0,000273$  ед. рис. 4.

Проведенный ранее эксперимент по определению механических характеристик образцов силикатного стекла [7] показал значение критической деформации равное 0,000376.

Как видно из полученных данных значения критических деформаций полученных экспериментально и с использованием предложенного математического аппарата достаточно близки. Некоторое отклонение между ними связано с тем, что эксперименты проводились при различных температурах, а значения теплового поля силикатного стекла было получено при использовании справочных величин теплофизических характеристик.

В целом значения критических деформаций, полученные двумя разными способами сопоставимы и достаточно близки в абсолютном выражении, а следовательно данная методика может быть использована для инженерных расчетов по определению температурных деформаций в плоской стенке отливки.

### **Список литературы**

1. Савинов А.С. Расчет температурных деформаций в алюминиевой пластине при охлаждении ее в различных условиях/ А.С.Савинов, Л.Б.Долгополова, Е.А. Анисимова и др.// Литейные процессы: межрегион. сб. науч. трудов. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2012. – С. 89-94.
2. Савинов А.С. Расчет температурных деформаций при охлаждении пластины/ А.С. Савинов, Д.Я. Дьяченко, К.А. Фролушкина // Механическое оборудование металлургических заводов: Международн. сб. науч. трудов – Магнитогорск: ФГБОУ ВПО «МГТУ», 2012. – С. 177-180.
3. Арутюнов В.А., Бухмиров В.В., Крупенников С.А. Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей: Учебник для вузов.– М.: Металлургия, 1990. – 239 с.
4. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задач теплопроводности. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с.
5. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2012616405 Расчет температурного поля системы “отливка-форма” / Андреев С.М., Савинов А.С., Тубольцева А.С.
6. Савинов А.С., Андреев С.М. Программа расчета тепловых полей в литейных системах // Литейщик России. – 2013. – №3. – С. 39-42.
7. Савинов А.С. Экспериментальное определение критических деформаций при температурном градиенте стенки отливки / А.С.Савинов, Л.Б.Долгополова, Е.А. Анисимова // Механика и актуальные проблемы металлургического производства: межрегион. сб. науч. трудов. – Магнитогорск: ФГБОУ ВПО «МГТУ», 2013.

## ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ СТАТИЧЕСКИХ ПЕРЕГРУЗОК НА КОНСТРУКЦИЮ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

*Дмитриев В.С., Костюченко Т.Г.*

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
Томск*

Электромеханический исполнительный орган (ЭМИО) на базе управляемого по моменту электродвигателя-маховика для малого космического аппарата является многопараметрической электромеханической системой, в которой в числе механических параметров находятся напряжения в силовых элементах конструкции и величины их деформаций.

Поэтому математическая модель ЭМИО представляется большой системой взаимосвязанных уравнений (дифференциальных и алгебраических) [1], описывающих физическое состояние конструкции ЭМИО, а также дающих представление обо всех эксплуатационных параметрах в его рабочем режиме.

В настоящей работе исследуется механическое воздействие статических нагрузок на элементы конструкции ЭМИО, разрабатываемого в рамках проводимой НИР.

На рисунке 1 приведена 3D-модель конструкции ЭМИО, с помощью которой проводились исследования.

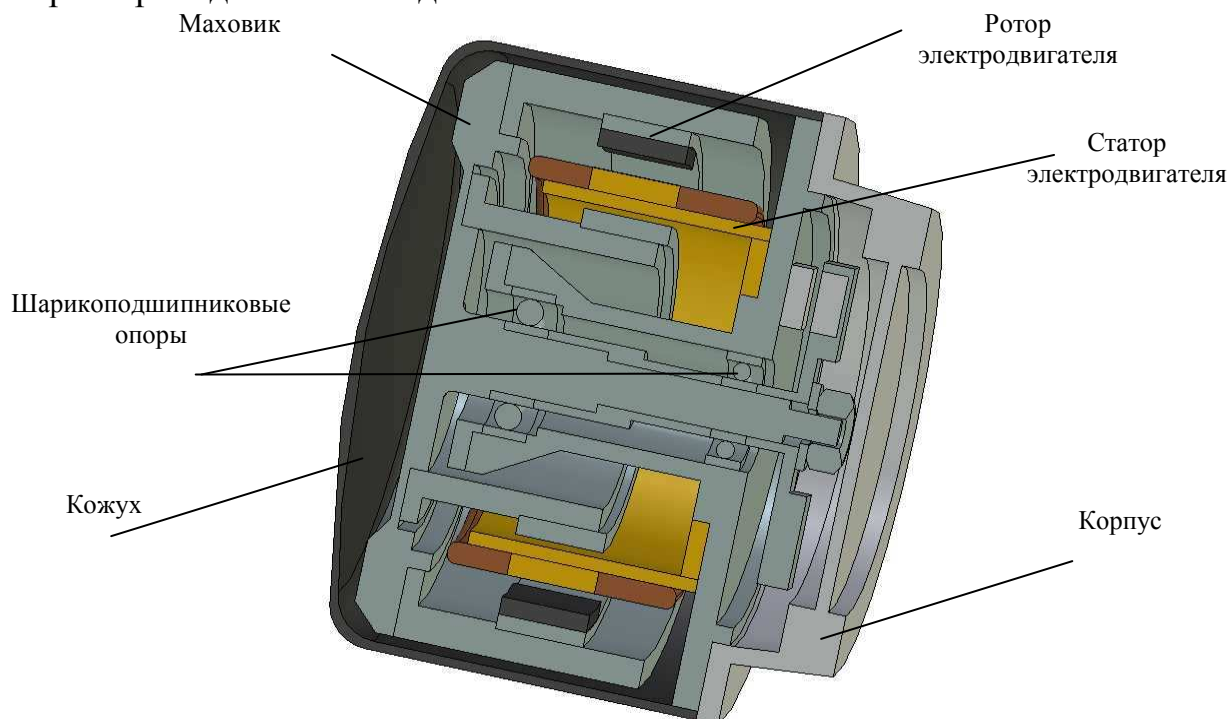


Рисунок 1 – 3D-модель конструкции ЭМИО

Статические нагрузки величиной до  $9g$  постоянно действуют на ЭМИО как при транспортировании в наземных условиях, так и во время вывода малого космического аппарата на рабочую орбиту.

Моделирование и расчет проводились с использованием программного комплекса T-FLEX. При создании 3D моделей элементов конструкции, подборок и общей сборки использовался модуль T-FLEX CAD, при расчете – модуль T-FLEX Анализ, базирующийся на методе конечных элементов [2, 3].

При проведении исследований действия статических нагрузок на элементы конструкции ЭМИО его общая сборка была разделена на три подборок, что было продиктовано наличием в конструкции трех конструктивных кинематических схем (консольного типа) установки конструктивных элементов:

- первая – защитный кожух и основание;
- вторая – маховик, установленный в корпус посредством шарикоподшипниковых опор;
- третья – статор, закрепленный на основании.

На рисунке 2 приведены 3D-модели подборок с наложенной конечно-элементной сеткой.

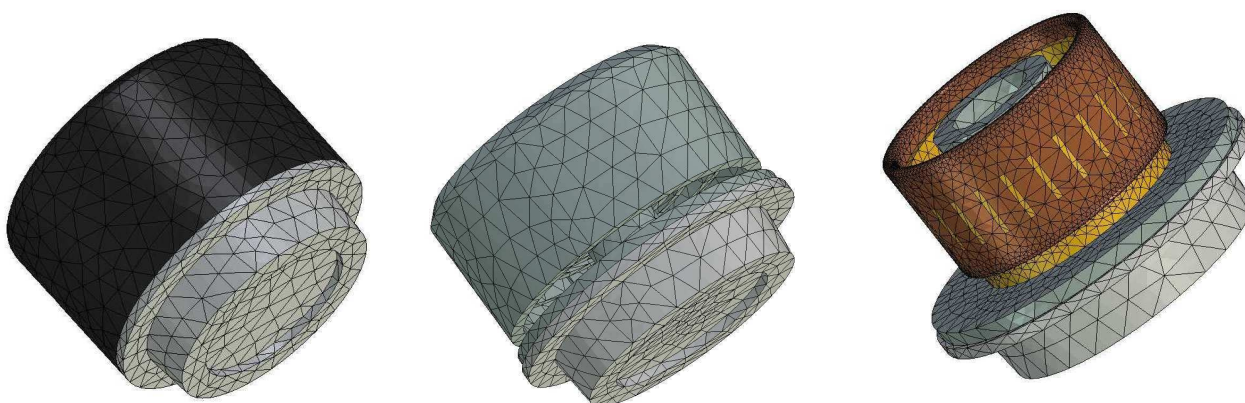


Рисунок 2 – Конечно-элементные модели первой, второй и третьей подборок

Результаты проведенных расчетов представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты статического анализа

Размер конечно-элементной сетки	Перемещения узлов сетки, модуль, м	Деформации эквивалентные	Напряжения эквивалентные, Н/м <sup>2</sup>	Коэффициент запаса по эквивалентным напряжениям
<b>Подборка 1</b>				
Вариант эксплуатации – <b>Старт</b>				
Сетка 0,05	$1,852 \cdot 10^{-6}$ - $1,481 \cdot 10^{-5}$	$7,187 \cdot 10^{-11}$ - $9,333 \cdot 10^{-5}$	5,805 - 4289	$4,405 \cdot 10^6$ – 5962
Вариант эксплуатации – <b>Полет 1 ступени</b>				
Сетка 0,05	$3,905 \cdot 10^{-6}$ - $3,124 \cdot 10^{-5}$	$1,990 \cdot 10^{-10}$ - $19,640 \cdot 10^{-5}$	16,080 - 6799	$1,591 \cdot 10^6$ – 3761
Вариант эксплуатации – <b>Полет 2 ступени</b>				
Сетка 0,05	$3,562 \cdot 10^{-6}$ - $2,849 \cdot 10^{-5}$	$1,702 \cdot 10^{-10}$ - $17,91 \cdot 10^{-5}$	13,75 - 6201	$1,860 \cdot 10^6$ – 4124
Вариант эксплуатации – <b>Полет 3 ступени</b>				
Сетка 0,05	$1,459 \cdot 10^{-6}$ - $1,168 \cdot 10^{-5}$	$2,875 \cdot 10^{-11}$ - $7,347 \cdot 10^{-5}$	2,323 - 2543	$1,101 \cdot 10^7$ – 10060

Размер конечно-элементной сетки	Перемещения узлов сетки, модуль, м	Деформации эквивалентные	Напряжения эквивалентные, Н/м <sup>2</sup>	Коэффициент запаса по эквивалентным напряжениям
<b>Подборка 2</b>				
Вариант эксплуатации – <b>Старт</b>				
Сетка 0,05	$5,901 \cdot 10^{-8}$ – $4,721 \cdot 10^{-7}$	$5,581 \cdot 10^{-14}$ – $7,227 \cdot 10^{-6}$	$0,0085$ – $1,624 \cdot 10^6$	$1$ – $1,606 \cdot 10^{10}$
Вариант эксплуатации – <b>Полет 1 ступени</b>				
Сетка 0,05	$4,543 \cdot 10^{-8}$ – $3,634 \cdot 10^{-7}$	$1,407 \cdot 10^{-11}$ – $9,764 \cdot 10^{-6}$	$2,745$ – $1,225 \cdot 10^6$	$1$ – $6,369 \cdot 10^7$
Вариант эксплуатации – <b>Полет 2 ступени</b>				
Сетка 0,05	$3,939 \cdot 10^{-8}$ – $3,151 \cdot 10^{-7}$	$9,592 \cdot 10^{-12}$ – $8,763 \cdot 10^{-6}$	$1,378$ – $1,215 \cdot 10^6$	$1$ – $9,346 \cdot 10^7$
Вариант эксплуатации – <b>Полет 3 ступени</b>				
Сетка 0,05	$2,261 \cdot 10^{-8}$ – $1,809 \cdot 10^{-7}$	$4,897 \cdot 10^{-12}$ – $5,061 \cdot 10^{-6}$	$0,873$ – $6,639 \cdot 10^5$	$1$ – $1,807 \cdot 10^8$
<b>Подборка 3</b>				
Вариант эксплуатации – <b>Старт</b>				
Сетка 0,05	$8,084 \cdot 10^{-7}$ – $6,467 \cdot 10^{-6}$	$1,230 \cdot 10^{-9}$ – $7,450 \cdot 10^{-4}$	$2,978$ – $1,731 \cdot 10^5$	$1$ – $1,732 \cdot 10^6$
Вариант эксплуатации – <b>Полет 1 ступени</b>				
Сетка 0,05	$4,380 \cdot 10^{-7}$ – $3,504 \cdot 10^{-6}$	$1,221 \cdot 10^{-9}$ – $5,606 \cdot 10^{-4}$	$6,831$ – $1,225 \cdot 10^5$	$1$ – $1,394 \cdot 10^6$
Вариант эксплуатации – <b>Полет 2 ступени</b>				
Сетка 0,05	$3,689 \cdot 10^{-7}$ – $2,951 \cdot 10^{-6}$	$8,839 \cdot 10^{-10}$ – $4,940 \cdot 10^{-4}$	$7,618$ – $2,359 \cdot 10^5$	$1$ – $1,688 \cdot 10^6$
Вариант эксплуатации – <b>Полет 3 ступени</b>				
Сетка 0,05	$2,541 \cdot 10^{-7}$ – $1,809 \cdot 10^{-7}$	$8,490 \cdot 10^{-10}$ – $2,687 \cdot 10^{-4}$	$0,6415$ – $1,074 \cdot 10^5$	$1$ – $3,059 \cdot 10^6$

На рисунке 3 в качестве примера приведен статический расчет в T-Flex Анализ для второй подборки при нагрузке 3,5g.

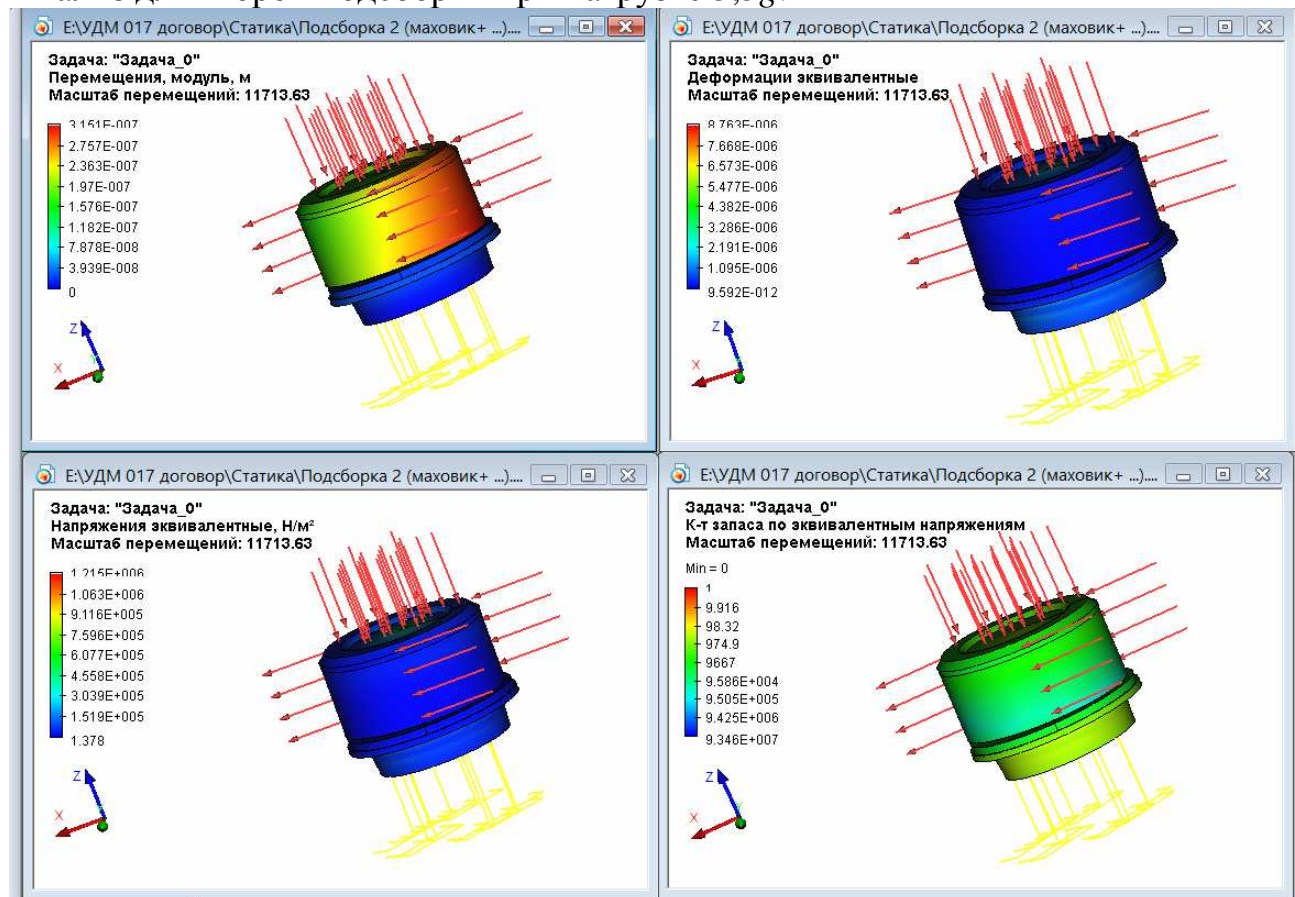


Рисунок 3 – Расчет в T-Flex Анализ

Из приведенных результатов видно, что при всех вариантах нагружения деформации элементов конструкции находятся в пределах нескольких микрон. Напряжения в конструкции ЭМИО показывают, что по физическому состоянию детали находятся в упругой области деформаций.

Таким образом, при заданных нагрузках принятые технические решения, геометрическая конфигурация и размеры деталей конструкции обеспечивают требуемую работоспособность и надежность ЭМИО, предусмотренную нормативно-технической документацией на космическую технику.

### **Список литературы**

1. Бритова Ю.А., Гладышев Г.Н., Дмитриев В.С.. Исследование вибрационных характеристик электродвигателей-маховиков систем ориентации космических аппаратов. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. – 138 с.
2. Бате К., Вилсон Е.. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М: Стройиздат, 1982. – 448 с.
3. Норри Д., Ж. де Фриз. Введение в метод конечных элементов. – М.: Изд-во «Мир», 1981. – 304 с.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИАЛЬНОЙ И ТАНГЕНЦИАЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ АВТОМОБИЛЬНОЙ ПОКРЫШКИ

*Козарь Д.М., Крауиньш П.Я.*

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
Томск*

**Введение.** В настоящее время в России производятся маломощные установки для утилизации изношенных покрышек фрезерованием крупногабаритной цилиндрической фрезой [1, 2]. Для одной из таких установок [2] была составлена и опубликована [3] математическая модель. Модель необходима для изучения влияния свойств обрабатываемого материала – покрышки, на динамические процессы в оборудовании. Одним из неизвестных параметров входящих в данную модель является жесткость покрышки: радиальная и тангенциальная. В литературе имеются данные лишь для накачанной шины.

**Постановка задачи.** В предлагаемой статье приводятся результаты экспериментального определения жесткости покрышки легкового автомобиля.

Для определения радиальной (вертикальной) жесткости использовались две различные схемы нагружения, показанные на рисунке 1, где 1 – покрышка, 2 – цилиндрическая опора, 3 – пластина с разметкой, 4 – нагрузка, 5 – индикаторы часового типа (точность 0,01 мм), 6 – противовес, 7 – тонкостенная алюминиевая труба,  $F = \sum m_i g$  – сила тяжести от нагрузки ( $i$  – количество грузов). Основное отличие этих схем заключается в площади контакта наружной цилиндрической поверхности покрышки (протектора) с нагрузкой.

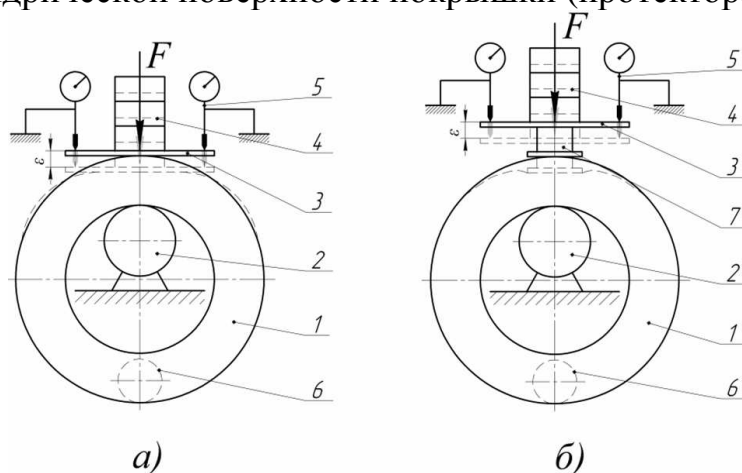


Рисунок 1 – Определение радиальной жесткости покрышки:

- а) площадь контакта постоянно увеличивается;
- б) площадь контакта остается постоянной

В первом случае (рисунок 1,а) на протектор укладывали металлическую пластину 3 с размерами 100×200×10 мм. На пластине имеется разметка для ее более точного расположения на протекторе, а также отметки для установки



штифтов двух индикаторов 5 и нагрузки 4. После точной установки пластины и индикаторов, проводили нагружение. В качестве нагрузки использовались металлические бруски массой 1,2 кг. При данной схеме нагружения максимальная нагрузка составила 24 кг. Главная особенность такого нагружения – не постоянная площадь контакта. Она плавно растет до максимального значения равного площади всей пластины ( $S_{\max} = 200 \text{ см}^2$ ). После проводили разгрузку, также с шагом в 1,2 кг. Показания индикаторов фиксировали с точностью до 0,01 мм. Каждые 6 кг, показания индикаторов обнуляли, а штифты поджимали, поскольку их ход ограничен и равен 10 мм. В конце показания суммировали для каждого индикатора. Противовес 6 необходим для уменьшения влияния крутящего момента от нагрузки 4, который возникает из-за неточности ее установки. Масса противовеса 7 кг. По данной схеме эксперимент был выполнен 24 раза. При нагружении и разгрузке за один раз измерялось по 21 точке. В результате было получено 1008 точек.

По результатам аппроксимации методом наименьших квадратов найдены функциональные зависимости  $F = f(\varepsilon)$  и построены графики этих функций (рисунок 2). Верхняя линия графика соответствует деформации при нагружении:

$$F(\varepsilon) = 0,272790 + 31,243395\varepsilon + 1,995934\varepsilon^2,$$

нижняя – при разгрузке:

$$F(\varepsilon) = -3.233569 + 17.737535\varepsilon + 4.521277\varepsilon^2.$$

Из графика видно, что материал обладает гистерезисом.

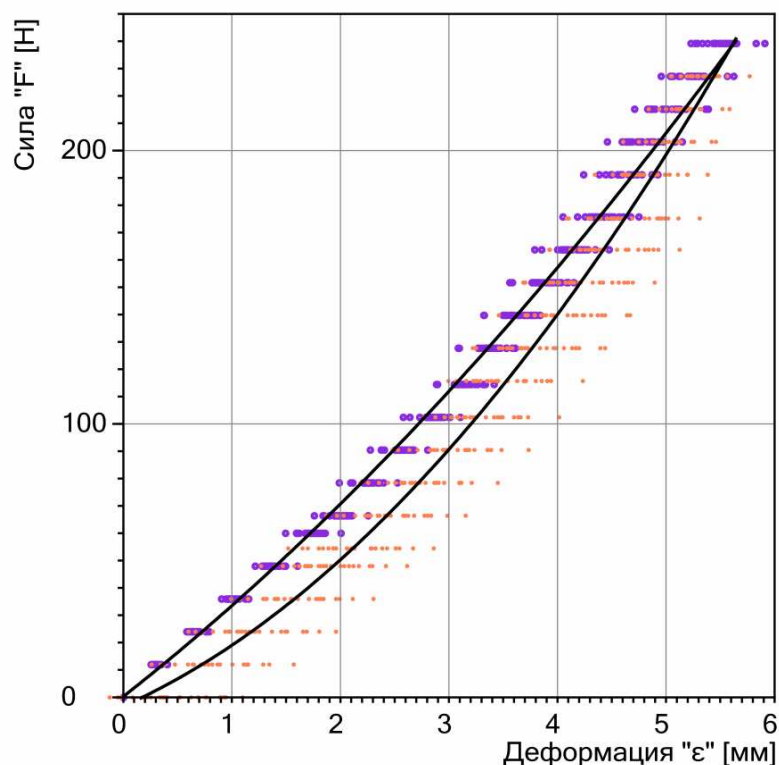


Рисунок 2 – Радиальная жесткость покрышки при возрастающей площади контакта ( $S_{\max} = 200 \text{ см}^2$ )

В ходе выполнения измерений была выявлена особенность свойственная полимерным материалам – текучая деформация. Эта деформация не отражает реальной жесткости, поэтому ее необходимо было исключить. Для этого каждое измерение проводилось в два этапа: 1) измерение мгновенной (упругой) деформации впервые 2-4 сек, после нагружения; 2) через 2 минуты показания снимались повторно (текучая деформация), без изменения нагрузки. Далее выполнялось следующее измерение. При обработке данных текучую составляющую общей деформации отбрасывали.

Два индикатора необходимы для уменьшения влияния перекосов пластины 3 на показания. При обработке данных, показания с обоих индикаторов суммировались и делились пополам, чтобы определить значение деформации в месте контакта пластины с протектором.

Во втором случае (рисунок 1,б) на протектор укладывали пластину с размерами 70×70×10 мм, на которую ставили алюминиевую трубу 7 Ø60 мм и толщиной стенки 1 мм, и высотой 50 мм. На трубу ставили пластину с разметкой. При таком нагружении площадь контакта быстро достигала максимального значения и далее не изменялась. Максимальная нагрузка составила 18 кг. Далее при повышении нагрузки поверхность покрышки теряла устойчивость и нагрузка опрокидывалась. В остальном ход эксперимента по данной схеме совпадает с первой. По данной схеме эксперимент был выполнен 10 раз. При нагружении и разгрузке за один раз измерялось по 16 точек. В результате получено 360 точек.

По результатам аппроксимации, получены функциональные зависимости  $F = f(\epsilon)$  и построены графики этих функций (рисунок 3).

Верхняя линия графика соответствует деформации при нагружении:

$$F(\epsilon) = -2.158655 + 37.435833\epsilon - 1.217951\epsilon^2,$$

нижняя – при разгрузке:

$$F(\epsilon) = -13.060278 + 34.667812\epsilon - 0.438117\epsilon^2.$$

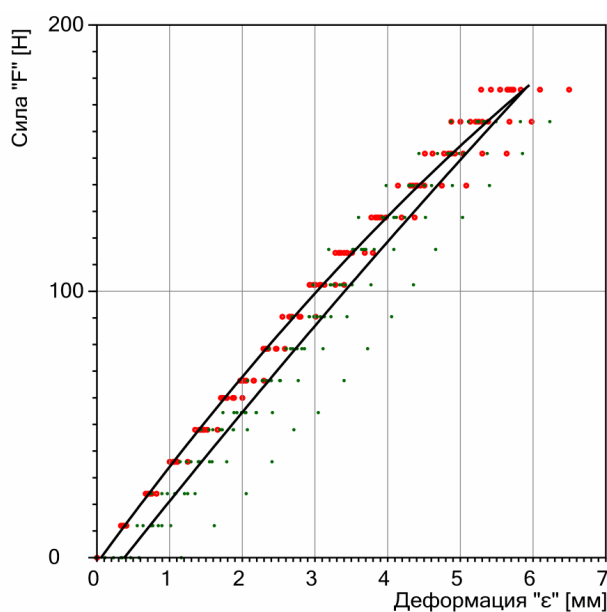


Рисунок 3 – Радиальная деформация покрышки при постоянной площади контакта ( $S_{\max} = 49 \text{ см}^2$ )

Для определения тангенциальной (касательной) жесткости использовалась схема нагружения, показанная на рисунке 4, где 1 – покрывка, 2 – четырехкулачковый патрон, 3 – индикатор, 4 – рычаг.

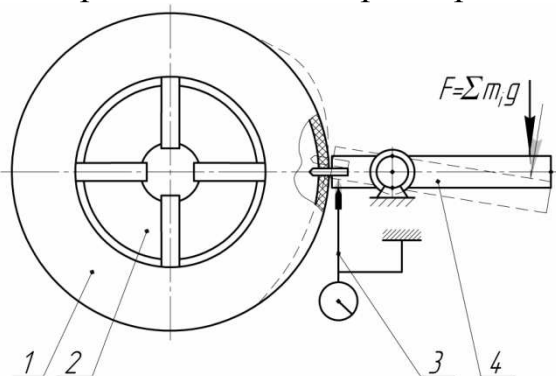


Рисунок 4 – Схемы определения тангенциальной жесткости

Четырехкулачковый патрон 2 закреплен и не может вращаться. В патроне зажата покрывка, таким образом, что оба ее бортовых кольца надежно зафиксированы. На протекторе выполнен надрез, в который устанавливается короткое плечо рычага 4. Усиление рычага равно 2,5. Нагружение проводилось до значения в 18 кг на длинном плече. Эксперимент был выполнен 10 раз. Измерения выполнялись только на нагрузку по 16 точек за раз. По результатам аппроксимации методом наименьших квадратов найдена функциональная зависимость  $F = f(\varepsilon)$  и построен график (рисунок 5).

Графику соответствует функция:

$$F(\varepsilon) = 11.750391 + 193.6784\varepsilon - 5.523079\varepsilon^2,$$

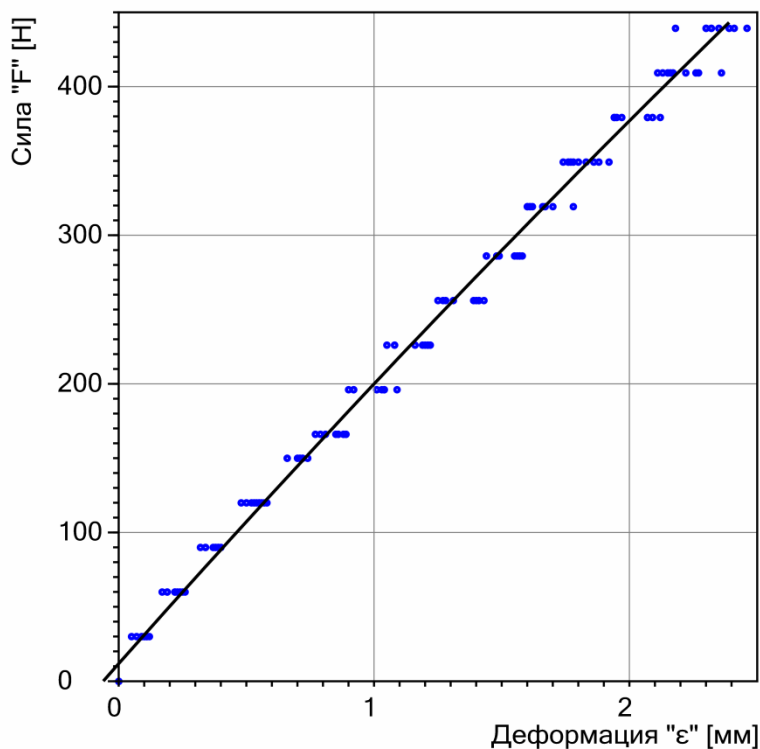


Рисунок 5 – Тангенциальная жесткость покрывки

При измерении тангенциальной деформации текучая составляющая не наблюдалась. Это связано с тем, что основное сопротивление деформации при таком нагружении оказывают волокна металлокорда, а не резина, и которые в этом направлении имеют более высокую жесткость, чем в радиальном.

**Заключение.** В результате проделанной работы получен ряд функциональных зависимостей для радиальной и тангенциальной деформации покрышки от внешней силы. Все зависимости оказались нелинейными, при минимальной квадратичной погрешности. Это обусловлено как свойствами самого материала, так и влиянием формы покрышки.

### **Список литературы**

1. Способ переработки изношенных покрышек: пат. 2325996 Рос. Федерация. № 2006124603/12: заявл. 10.07.06; опубл. 10.06.2008. Бюл. № 16.
2. Устройство для утилизации отработанных шин: пат. 104511 Рос. Федерация. № 2010149939/05: заявл. 07.12.10; опубл. 20.05.11. Бюл. № 14.
3. Козарь Д.М., Крауиньш П.Я. Математическая модель станка для утилизации автомобильных покрышек фрезерованием // Проблемы механики современных машин: Материалы V международной конференции. – Улан-Удэ: Изд-во ВСГУТУ, 2012– Т. 1. – С. 213-216.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПОДЪЕМНОГО МЕХАНИЗМА В ПАКЕТЕ MODEL VISION STUDIUM

*Гебель Е.С., Солонин Е.В.*

*Омский государственный технический университет, Омск*

Анализ положений является одной из основных и самых сложных задач кинематического исследования многосвязного плоского рычажного механизма. Выбор математической модели, описывающей движение механизма, определяется его кинематической схемой. В статье численно решена задача кинематического и кинетостатического анализа подъемного механизма. Построена функция перемещения выходного звена в зависимости от перемещения штока гидроцилиндра.

Кинематическая схема моделируемого подъемного механизма представлена на рисунке 1. Последовательность действий при решении задачи анализа положений звеньев механизма, основанная на векторном анализе и методе смены входного звена приводит к расчету координат шарниров «по восходящей» от звена к звену, с выражением координат шарниров и углов поворота звеньев в явном виде.

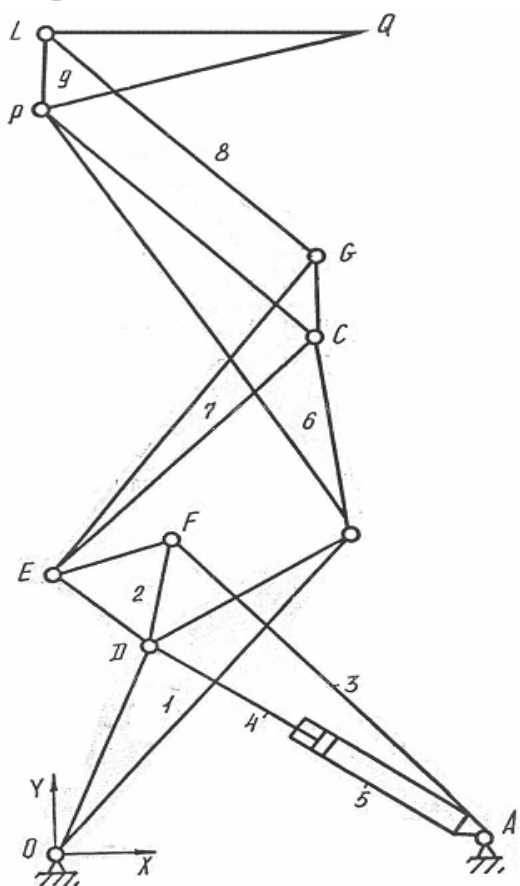


Рисунок 1 – Кинематическая схема подъемного механизма

В данной статье описываются особенности моделирования кинематики и кинетостатики механизма в пакете Model Vision Studium (MVS). Пакет MVS предназначен для численного решения, в данном случае системы алгебраических уравнений, поэтому выражать координаты шарниров и углы в явном виде нет необходимости. Система уравнений, описывающих кинематику данного механизма, предназначенная для численного решения, представлена на рисунке 2. Слева прописаны переменные, которые определяются из уравнений. Для удобства описания в статье, уравнения пронумерованы.

Перемещение штока гидроцилиндра (длина  $AD$ , уравнение 2) является обобщенной координатой, от которой зависят углы поворота и координаты шарниров звеньев механизма.

Уравнения 3,4,5 определяют соответствующие углы треугольных звеньев в зависимости от длины  $AD$ . 6-е и 7-е определяют координаты точки  $D$  в начальном положении механизма, уравнения 8, 9 координаты точки  $D$  в процессе расчета. Из уравнения 10 определяется угол  $DOB$ , одноименного треугольного звена. Из уравнений 11-14 явным образом находятся координаты шарниров  $B$  и  $F$ . Координаты точки  $E$  определяем через координаты точек  $D$  и  $F$ , как «засечку» длинами отрезков  $DE$  и  $FE$ . Эта точка, как решение 15-го и 16-го уравнения, может получаться как справа, так и слева от вектора  $DF$ . В процессе решения “по умолчанию” определяется точка справа, хотя в синтезированной структурной схеме механизма она должна находиться слева. Второе решение - точка  $EE$ , определяется как точка, симметричная точке  $E$  относительно прямой  $DF$  (уравнения 17-21).

```

equations2_elevator_work — Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
1. st: st = 2*abs(round(Time/T)-Time/T);
2. AD: AD = AD0+K*st;
3. phiAOD: AD**2 = OD**2+OA**2-2*OD*OA*cos(phiAOD);
4. phiOAD: OD**2 = OA**2+AD**2-2*OA*AD*cos(phiOAD);
5. phiDAF: DF**2 = AD**2+FA**2-2*AD*FA*cos(phiDAF);
6. XD0: XD0 = AD*cos(pi-phiOAD)+XA;
7. YD0: YD0 = AD*sin(pi-phiOAD);
8. XD: XD = OD*cos(phiAOD);
9. YD: YD = OD*sin(phiAOD);
10. phiDOB: DB**2 = OD**2+OB**2-2*OD*OB*cos(phiDOB);
11. XB: XB = OB*cos(phiAOD-phiDOB);
12. YB: YB = OB*sin(phiAOD-phiDOB);
13. XF: XF = FA*cos(pi-phiOAD-phiDAF)+XA;
14. YF: YF = FA*sin(pi-phiOAD-phiDAF);
15. XE: DE**2 = (XD-XE)**2+(YD-YE)**2;
16. YE: EF**2 = (XF-XE)**2+(YF-YE)**2;
17. KK: KK = (YF-YD)/(XF-XD);
18. YKROC: YF-YKROC = KK*(XF-XKROC);
19. XKROC: YE-YKROC = -1/KK*(XE-XKROC);
20. XEE: XKROC = (XE+XEE)/2;
21. YEE: YKROC = (YE+YEE)/2;
22. XC: EC**2 = (XC-XEE)**2+(YC-YEE)**2;
23. YC: BC**2 = (XC-XB)**2+(YC-YB)**2;
24. XG: EG**2 = (XG-XEE)**2+(YG-YEE)**2;
25. YG: CG**2 = (XG-XC)**2+(YG-YC)**2;
26. XP: BP**2 = (XP-XB)**2+(YP-YB)**2;
27. YP: CP**2 = (XP-XC)**2+(YP-YC)**2;
28. XL: PL**2 = (XL-XP)**2+(YL-YP)**2;
29. YL: GL**2 = (XL-XG)**2+(YL-YG)**2;
30. XQ: LQ**2 = (XQ-XL)**2+(YQ-YL)**2;
31. YQ: PQ**2 = (XQ-XP)**2+(YQ-YP)**2;

```

Рисунок 2 – Система уравнений для численного решения задачи кинематики

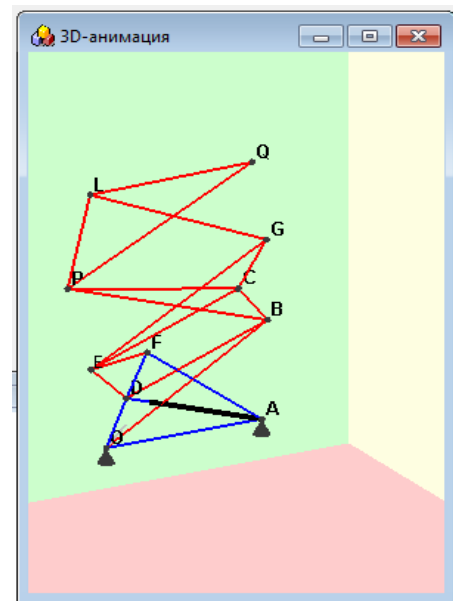


Рисунок 3 – Визуализация работы механизма

Из уравнений 22-31 определяются координаты шарниров  $C$ ,  $G$ ,  $P$ ,  $L$  и  $Q$ , соответственно. После запуска модели наблюдаем совокупное непрерывное поведение модели как решение системы алгебраических уравнений (рисунок 3) На рисунок 4. представлены графики абсолютных перемещений шарниров звеньев.

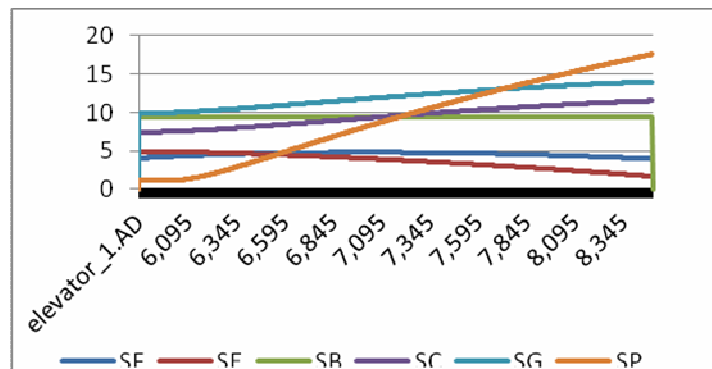


Рисунок 4 – Диаграммы зависимости положений шарниров исследуемого механизма от перемещения штока гидроцилиндра  $AD$

Первое уравнение задает «пилу» времени  $st$  от нуля до единицы, и механизм подымается от начального положения до максимального и опускается обратно. Период пилы определяется параметром  $T$ , скорость подъема коэффициентом  $K$ . Выражение для переменной  $st$  заимствовано из примера «Platf» (Платформа), входящего в состав примеров MVS.

Кинестатический анализ исследуемого механизма подъемника проводится последовательным рассмотрением диад II (8, 9), II (6, 7), II (2, 3), II (4, 5) и условного ведущего звена 1, что позволяет понизить класс рассматриваемого механизма и упростить процесс составления уравнений для определения сил реакций в шарнирах. На рисунке 5, для примера, приведены изменение силы реакции в шарнире, соединяющем 6-е и 9-е звенья (точка  $P$ ) на полном интервале движения механизма.

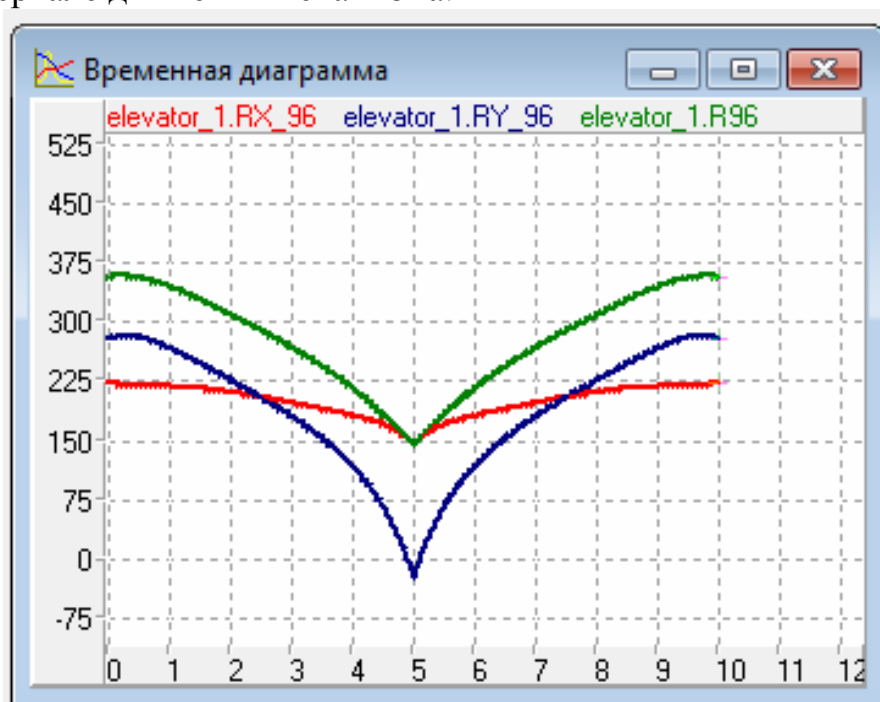


Рисунок 5 – Изменение силы реакции в шарнире диады (6,9) на интервале подъем-спуск

Как показал вычислительный эксперимент, сходимость численного расчета критична по отношению к начальным значениям координат шарниров механизма. Их следует выбрать как можно ближе к реальным, определяемым синтезом структурной схемы механизма.

Моделирование поведения механизма подтвердило плавность реализации механизмом заданной функции перемещения на всем интервале движения механизма подъем-спуск.

Следует отметить, что модель продолжает работать и при превышении обобщенной координатой  $AD$  максимального значения, определяемого возможностью плоскопараллельного перемещения платформы, поэтому в реальном механизме следует жестко ограничить величину перемещения штока гидроцилиндра.

## МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ НА ЭВМ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ IV КЛАССА С ОСТАНОВКАМИ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА, СОВЕРШАЮЩЕГО ВОЗВРАТНО-ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ, И ИЗМЕНЯЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ЦИКЛОГРАММЫ

*Хорунжин В.С., Сахабутдинова Г.Ф.*

*Кемеровский технологический институт пищевой промышленности, Кемерово*

В ряде случаев для изменения технологического процесса требуется быстрая переналадка оборудования на другую длительность выстоя рабочего органа. Проведенные исследования шарнирных механизмов показали, что в механизмах второго класса [1] такая задача решается целенаправленным изменением соотношения длин звеньев; в механизмах 3 класса [2] путем изменения местоположения шарнирного соединения со стойкой промежуточного коромысла. В то же время, при больших углах выстоя у механизмов, как второго, так и третьего классов появляется значительная погрешность в стоянии рабочего органа, связанного с выходным звеном. Такого недостатка практически лишены механизмы четвертого класса, реализующие выстой выходного звена, сопоставимый с кулачковыми механизмами. На основании вышеизложенного, поставленная задача разработки методики проектирования шарнирных механизмов IV класса с изменяемыми параметрами циклограммы является безусловно актуальной.

Процесс синтеза можно условно разделить на два этапа. На первом этапе на основе модифицированной математической модели [3], представленной на рисунке 1, проектируется некоторый исходный вариант механизма в границах заданной области регулирования параметров. Как правило, исходный вариант механизма соответствует верхней границе выстоя выходного звена (начальной циклограмме).

Для этой модели задаваемыми параметрами являются непосредственно параметры начальной циклограммы, а именно  $\varphi_B$  – угол выстоя,  $\psi_m$  – размах коромысла,  $\theta$  – угол асимметрии циклограммы; свободными:  $b, e, f, g, k, p, kt, \zeta, \eta_G, \sigma_G, \sigma_K$  – линейные относительные размеры звеньев и угловые параметры базовых звеньев; вычисляемыми:  $c$  – относительная длина коромысла,  $t, r$  – относительные длины звеньев,  $d$  – относительное межосевое расстояние,  $\eta_H, \eta_C, \tau_H, \tau_C$  – угловые параметры звеньев,  $\varepsilon, \delta$  – начальные углы регулирования параметров циклограммы,  $\Delta\psi$  – погрешность выстоя.

Реализация второго этапа синтеза основана на использовании математической модели, в которой параметры  $\varepsilon, \delta$  переходят в разряд свободных, а  $\varphi_B, \psi_m, \theta$  – вычисляемых.



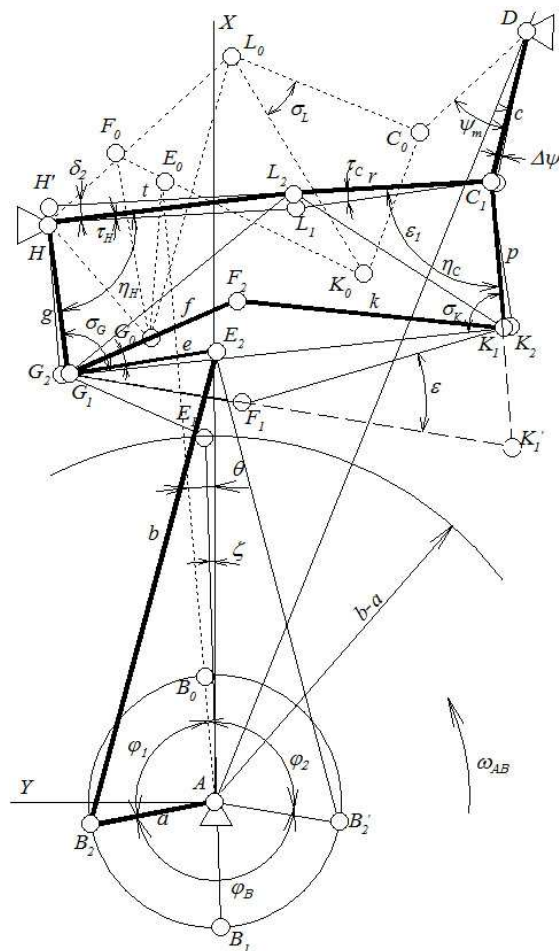


Рисунок 1 – Модифицированная модель механизма IV класса

Проектирование шарнирных механизмов IV класса с регулируемым выстоем выходного звена в одном из крайних положений можно осуществить фактически только с помощью современных ЭВМ. Это обусловлено большим объемом расчетов и многопараметричностью поставленной задачи. Кроме того, современные персональные ЭВМ позволяют не только достаточно быстро выполнить расчеты, но и одновременно представить результаты в наиболее удобной графической форме, например, с изображением схемы механизма, графиков движения и др., что позволяет дать всестороннюю оценку свойств спроектированного механизма. Наибольшую сложность представляет реализация алгоритма по построению линий уровней регулируемых параметров, на основе которых проводится расчет траекторий перемещения шарниров  $H$  и  $K$ . Указанные обстоятельства делают необходимым разработку алгоритмов машинного проектирования шарнирных механизмов IV класса и создания на их основе программы расчета, которая может быть использована в инженерной практике.

Упрощенный алгоритм проектирования на ЭВМ представлен на рисунке 2, где 1 – ввод значений задаваемых параметров; 2 – начальные (текущие) значения свободных параметров; 3 – вычисление исходного варианта механизма в границах заданной области регулирования; 4 – построение линий уровней интервалов выстоя, перемещений выходного звена и других кинематических характеристик механизма.

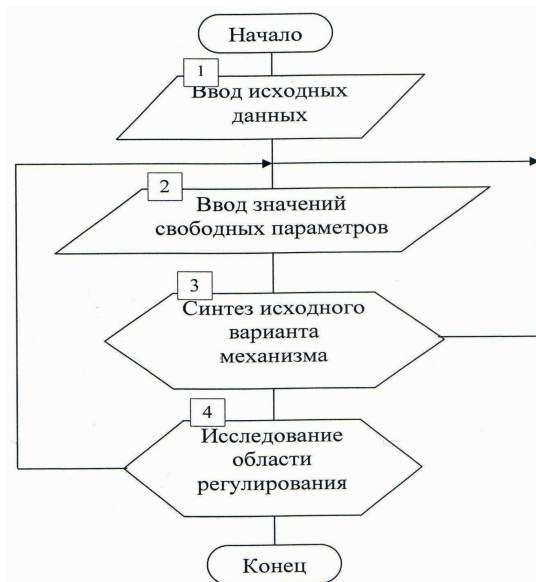


Рисунок 2 – Алгоритм расчета

Разработана программа интерактивного проектирования рычажного механизма IV класса, интерфейс которой содержит 4 окна. Окно 1 – исходный механизм; окно 2 – механизм, реализующий область регулирования параметров; окно 3 – исследование области регулирования параметров и расчет траектории перемещения шарниров  $H$  и  $K$ ; окно 4 – кинематические параметры выходного звена. Интерфейс окна «Исходный механизм» представлен на рисунке 3. Здесь 1 – ввод исходных данных; 2–увеличение/уменьшение шага данных; 3 – величина шага; 4 – схема механизма; 5 – изменение масштаба; 6 – графики перемещения выходного звена и изменения углов давления; 7 – вывод параметров механизма; 8 – запоминание текущих свободных параметров; 9 – восстановление запомненных параметров.

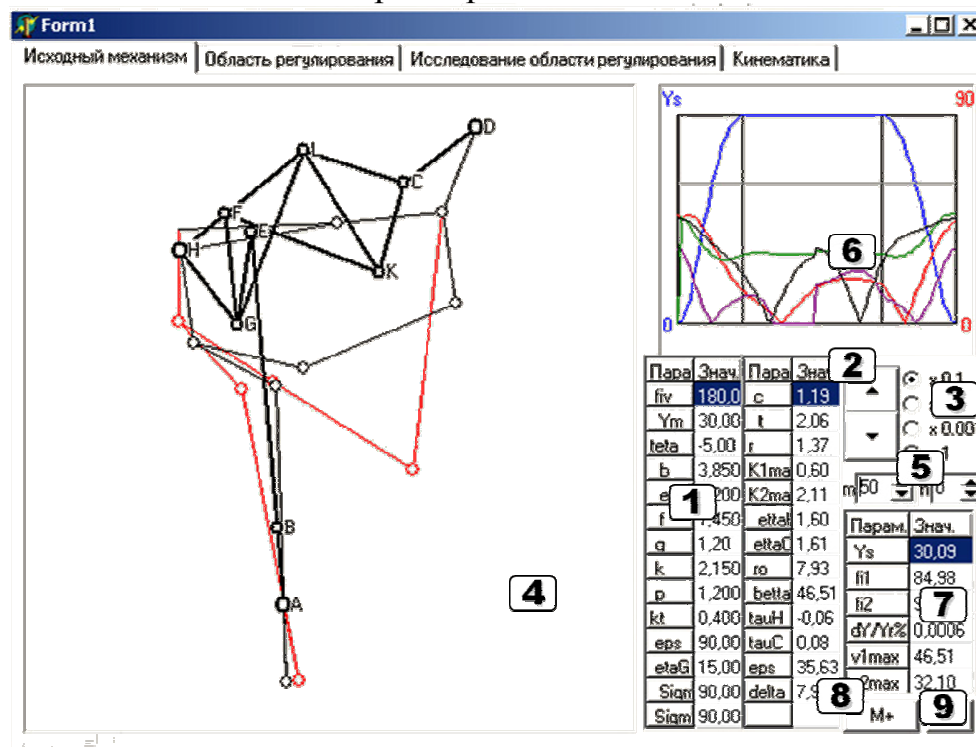


Рисунок 3 – Интерфейс программы в окне «Исходный механизм»

На рисунке 4,а представлено окно 3 «Исследование области регулирования». Здесь 1 – границы области регулирования; 2 – исследуемый параметр; 3, 4 – вывод линий уровней исследуемого параметра в поле 5; 6 – трассировка выбранного параметра циклограммы; 7 – вывод табличных данных значений линий уровней.

На рисунке 4,б представлен пример трассировки по углу поворота выходного звена в  $30^0$  с изменяемой областью регулирования выстоя выходного звена от 80 до 180 градусов. Трассировка проводится путем нанесения 10 точек вдоль линии уровня углового перемещения коромысла. При исполнении команды «Memtrace» программа выполняет расчет траекторий перемещения шарниров  $H$  и  $K$  механизма при переналадке на другой выстой.

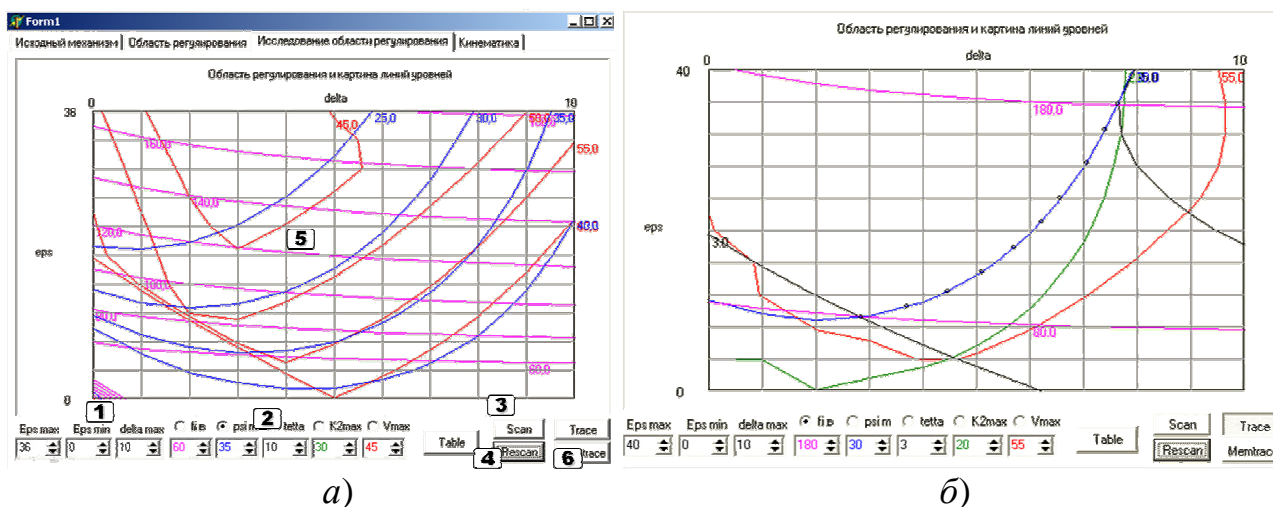


Рисунок 4 – Окно программы «Область регулирования и картина линий уровней»

На рисунке 5,а представлен механизм с расчетными трассами перемещения данных шарниров. На рисунке 5,б изображены кинематические диаграммы выходного звена.

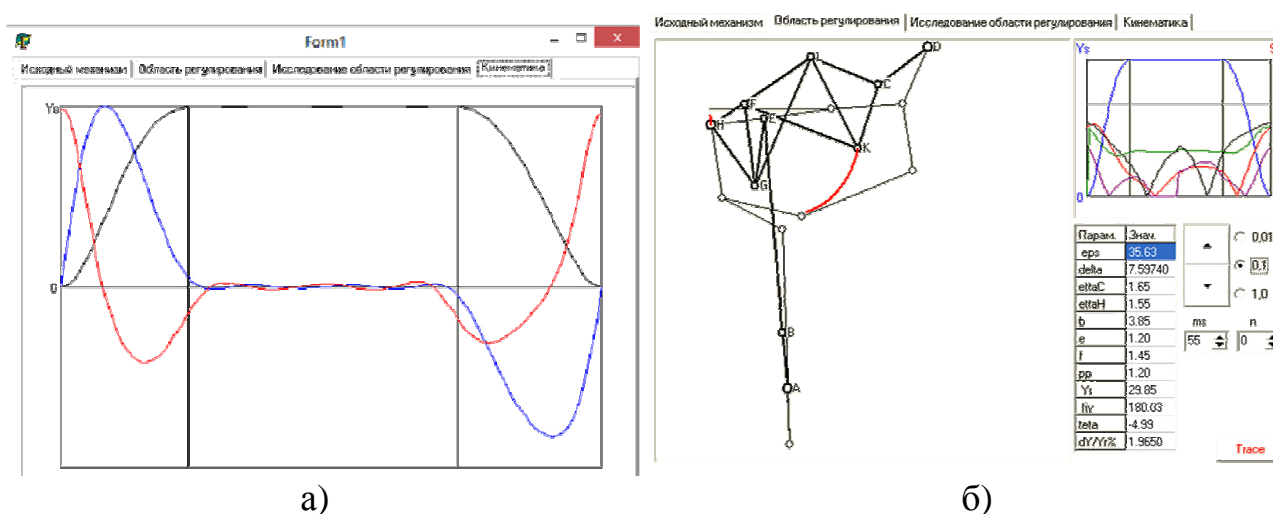


Рисунок 5 – а) – Окно «Область регулирования»; б) – Окно «Кинематика»

Приведем краткое описание работы с программой.

1. Запускаем программу. 2. Изменяем масштаб изображения механизма и его место расположения. 3. Вносим коррективы в разработанный исходный механизм. 4. Проверяем работу механизма в режиме анимации. 5. Переходим в окно «Исследование области регулирования». 6. Задаем границы регулирующих параметров. 7. Задаем пределы регулирования по выстою. 8. Задаем угловое перемещение рабочего органа. 9. Задаем ограничения на проектирование по углу давления и качеству передачи движения. 10. Проводим трассировку по кривой угла перемещения рабочего органа. 11. Переходим в окно «Область регулирования» и показываем трассы перемещения шарниров при переналадке на другой выстой.

### **Список литературы**

1. Хорунжин В.С., Бакшеев В.А. Кушнаренко А.В. Проектирование шарнирных механизмов цикловых машин с регулируемыми параметрами циклограммы // Вестник КузГТУ. – 2004. – №1. – С.49-53.
2. Бакшеев В.А., Скабкин Н.Г., Хорунжин В.С. Разработка модифицированной модели синтеза шарнирного механизма третьего класса с регулируемым выстоем выходного звена/ Омск. гос.техн. ун-т.- Омск, 2001. – 6с. Деп. в ВИНТИ 28.08.01, №2055 – В2001.
3. Хорунжин В.С., Шариков А.Н., Хомченко В.Г., Скабкин Н.Г. Разработка модифицированной модели синтеза шарнирного механизма четвертого класса с выстоем выходного звена по начальной циклограмме из заданного семейства/ Кем. техн. ин-т пищ. пром. – Кемерово, 2009. – 9с. 2 ил. – библиогр.:4 назв.-рус. Деп. в ВИНТИ 03.08.09.№ 506 –В 2009.

## РАЗРАБОТКА ПОРШНЕВОЙ МАШИНЫ

*Давыдов А.П., Ермошин Д.М., Стрыгин С.В.*

*Рязанский институт (филиал) Московский государственный открытый университет им. В.С. Черномырдина, Рязань*

Разработка выполняется при поддержке Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере по программе «У.М.Н.И.К.». Тема исследования относится к машиностроению, в частности к механизмам поршневого привода пневмо- и гидродвигателей, приводных компрессоров, насосов и других поршневых машин. Цель разработки – повышение надежности, КПД и ресурса поршневой машины.

Недостатками известных механизмов поршневых машин являются сложность механизма за счет большего количества его звеньев, количества поршней, кратного двум; статическая неопределимость механизма, что приводит к повышенным требованиям к точности размеров отдельных звеньев, а также к их деформациям при сборке. Эти обстоятельства снижают общий КПД механизма, а также надежность и ресурс поршневой машины.

В разработке [1, 2] предложен новый механизм поршневой машины (рисунок 1), содержащий корпус, пару оппозитно расположенных цилиндров с размещенными в них поршнями, связанными между собой посредством штока через дополнительный ползун с коленчатым валом, колено (рычаг) которого длиной одной четверти хода поршня, входящим в планетарный зубчатый механизм синхронизации, включающий опорное зубчатое колесо с регулируемым положением относительно корпуса, водило, сателлит с начальным радиусом, равным половине начального радиуса опорного колеса, и равное сателлиту по размеру зубчатое колесо, которое жестко связано с коленчатым валом и смонтировано с возможностью вращения на водиле таким образом, что межосевое расстояние этого колеса и опорного колеса равно одной четверти хода поршня. Механизм синхронизации может быть выполнен также в виде планетарной цепной или ременной передачи, с возможностью или без возможности регулировки величины хода поршней поршневой машины. Благодаря возможности регулируемого хода поршней поршневая машина, работающая в режиме энергетической машины, имеет возможность изменения степени сжатия продуктов сгорания, а в режиме технологической машины – дополнительную возможность регулирования давления и производительности. При жестко закрепленных относительно корпуса опорном колесе, опорной звездочки цепной передачи или опорного шкива ременной передачи без возможности регулировки их положения относительно корпуса механизма синхронизации за счет дополнительного уменьшения количества звеньев упрощается конструкция поршневой машины, что повышает ее надежность, но, вместе с тем, сужается ее наиболее эффективный диапазон рабочих режимов. Применение предлагаемой поршневой машины позволяет обеспечить

повышение надежности механизма поршневой машины за счет уменьшения количества звеньев ее исполнительного механизма, принятия мер по снижению степени статической неопределимости исполнительного механизма, повышение КПД и ресурса поршневой машины за счет значительного уменьшения давления со стороны поршней на поверхности их направляющих и возможности регулируемого хода поршней.

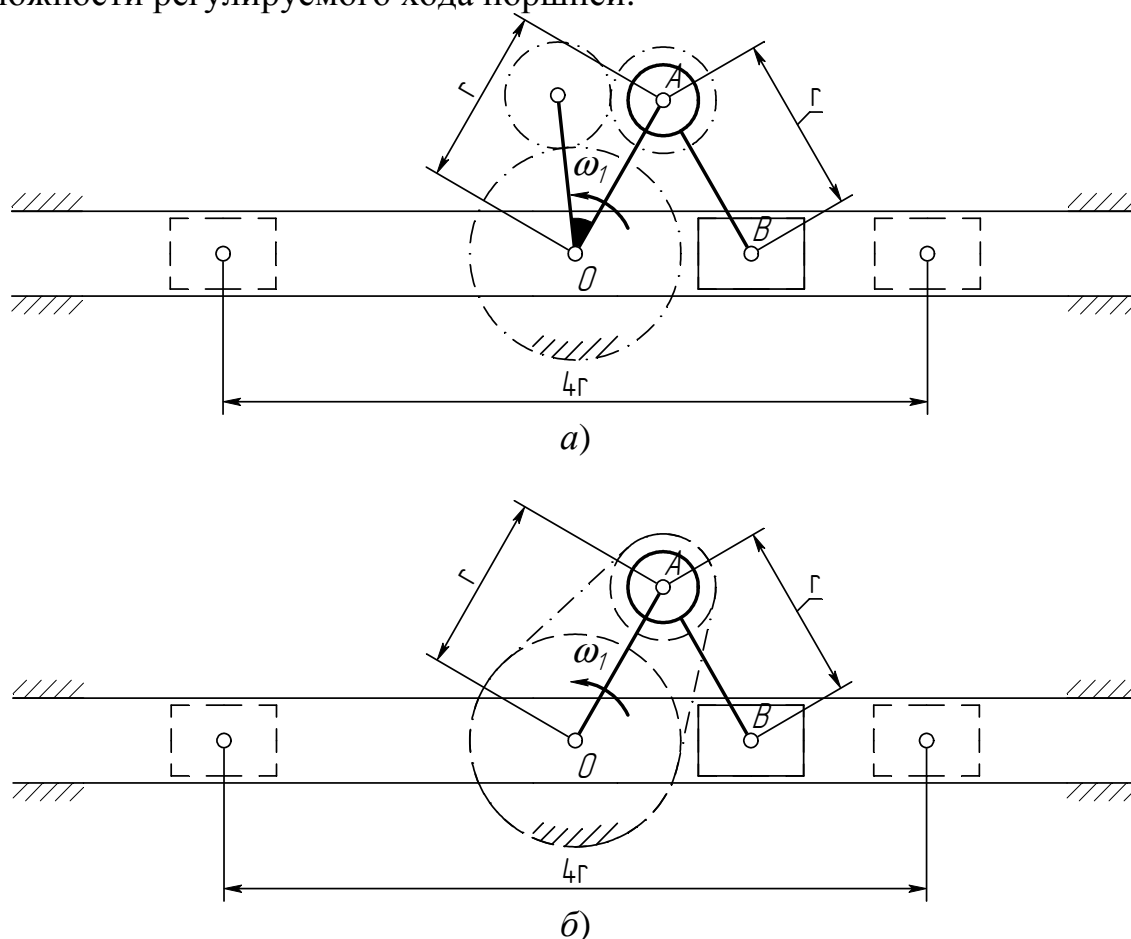
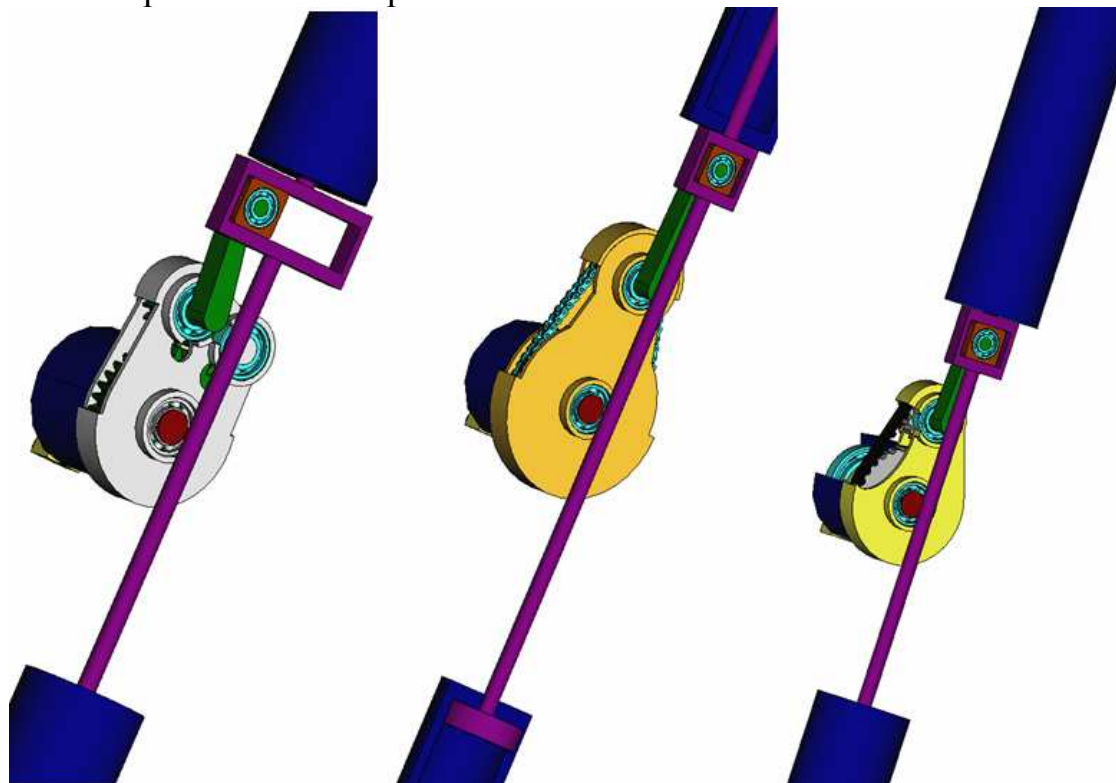


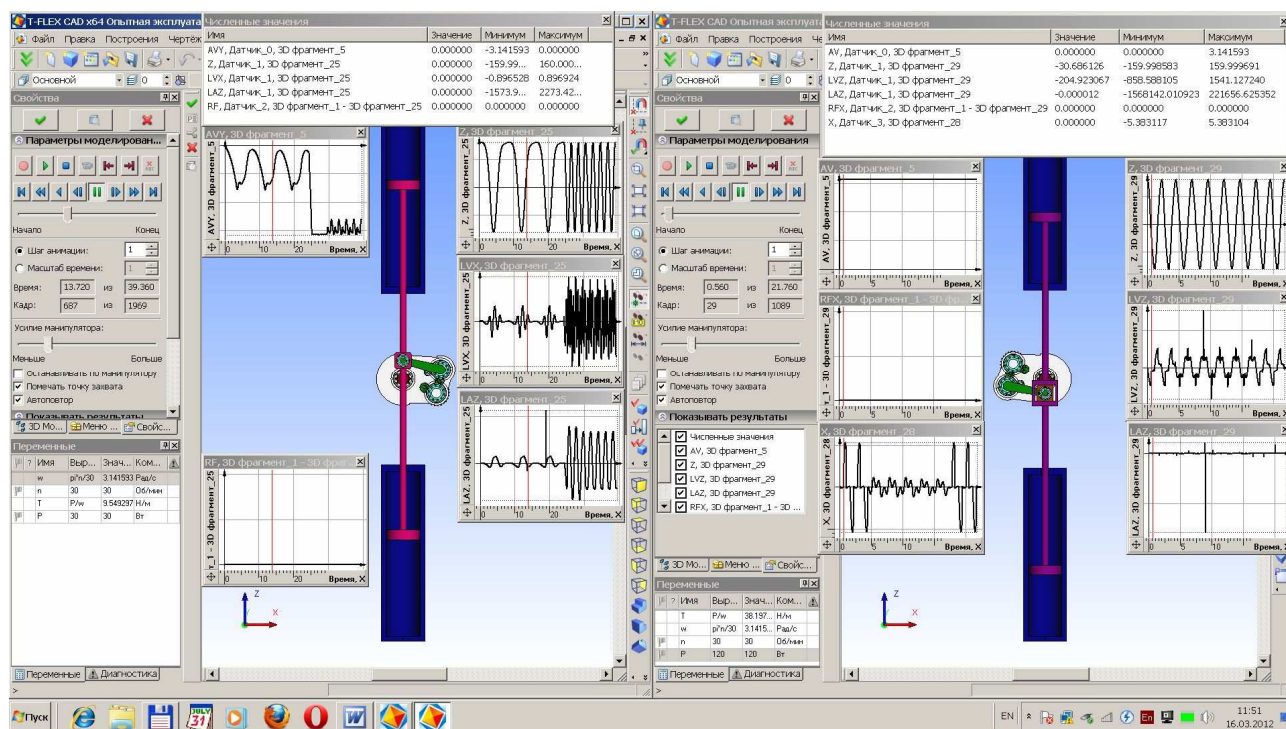
Рисунок 1 – Схемы механизма поршневой машины, исполненной на базе планетарной зубчатой (а), цепной (ременной) передачи (б)

В течение первого этапа работы планируется опытная проверка теоретических изысканий, а также проверка средствами компьютерного моделирования (рисунок 2). На первом этапе планируются работы по привлечению потенциальных заказчиков и максимального количества инвестиций в проект, а также посещение мероприятий по машиностроению и внедрению новых энергосберегающих технологий с целью рекламы продукта. Также по окончании первого этапа будет представлено техническое задание на проектирование поршневой машины, согласованное с инвестором и заказчиками. Будет произведена закупка нескольких позиций по оборудованию (электродвигатель, измерительная аппаратура), необходимому для проведения опытно-промышленных испытаний. На втором этапе будут закуплены материалы, сырье и комплектующие, а также подготовлена рабочая документация для сборки и монтажа экспериментальной установки. Планируется проведение работ по техническому заданию заказчика, испытания.

На третьем этапе проводится анализ проведенных испытаний, осуществляется доработка поршневой машины и выведение ее на рынок. Разработка, полностью готовая к продаже на внутреннем и внешнем рынках – результат выполнения третьего и четвертого этапов.



а)



б)

Рисунок 2 – Трехмерные модели механизма поршневой машины (а), и моделирование работы (б) поршневой машины средствами программного комплекса T-Flex ([www.tfex.ru](http://www.tfex.ru)) фирмы «Топ Системы» ([www.topsystems.ru](http://www.topsystems.ru))

Благодаря тому, что установка будет создаваться на базе серийного оборудования, для организации промышленного производства силовых поршневых машин на базе проходного кривошипно-ползунного механизма потребуется минимум затрат. Примером промышленного внедрения являются системы приводов технологического, энергетического и транспортного оборудования на базе поршневой машины, агрегатированной с компрессором, для использования в качестве пневмопривода с газодинамической трансмиссией.

### **Список литературы**

1. Стрыгин С.В., Ермошин Д.М., Давыдов А.П. Динамический анализ проходного кривошипно-ползунного ползунного механизма и рекомендации по его использованию // Новые технологии в учебном процессе и производстве: материалы девятой межвузовской научно-технической конференции студентов, молодых ученых и специалистов. Материалы научно-технической конференции преподавателей РИ(ф)МГОУ. – Рязань: РИ (ф) МГОУ, 2011. – С. 72-74.
2. Ермошин Д.М., Стрыгин С.В. Разработка проходного кривошипно-ползунного механизма // Актуальні проблеми комп'ютерних технологій. Збірник наукових праць за матеріалами шостої міжнародної науково-технічної конференції «Актуальні проблеми комп'ютерних технологій 2012». – Хмельницький: ХНУ, 2012. – С. 107-115.



## К ВОПРОСУ ИНЕРЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ ДВУХРОТОРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

*Давыдов А.П., Калинкина Е.О., Левин В.Д., Стрыгин С.В.*  
*Рязанский институт (филиал) Московский государственный открытый университет им. В.С. Черномырдина, Рязань*

Согласно русскоязычной аннотации [1] англоязычной статьи [2] К.Г. Проватидиса «Некоторые вопросы инерционного движения механизмов, использующих две вращающиеся в противоположные стороны массы», в статье приведён математический анализ патентов, в которых использованы две массы, вращающиеся в противоположные стороны в вертикальной плоскости. Проанализированы последовавшие комментарии, которые могут быть полезны в будущих исследованиях в этой области техники. В настоящей работе выполнен перевод и анализ этой статьи.

В статье [2] описано исследование вертикального перемещения машины с двумя неуравновешенными роторами (рисунок 1), включая анализ условий, при которых высота может возрасть или оставаться постоянной. При этом приводится вывод уравнений движения устройства вертикального перемещения за счет сил инерции подвижных звеньев – двух неуравновешенных роторов, размещенных на корпусе устройства (объекта) с возможностью их встречного синхронного синфазного вращения, при котором возникающие продольные составляющие сил инерции суммируются, а поперечные – взаимно уравновешиваются. На основании полученных уравнений движения и их аналитических решений выводятся некоторые теоремы и леммы, а также результаты решения уравнения движения при разных параметрах устройства.

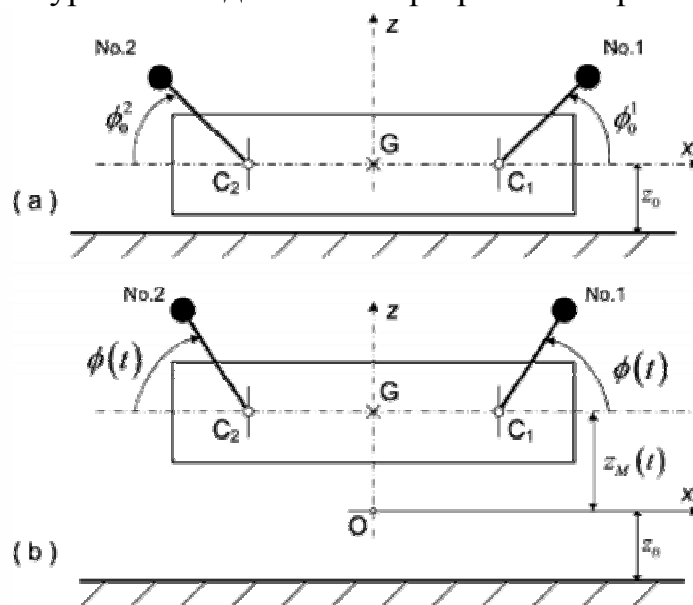


Рисунок 1 – Схема машины с двумя (No.1 и No.2) неуравновешенными роторами [2], вращающимися в противоположных направлениях: (а) начальное положение и (б) произвольное положение машины

Предметом настоящего исследования был анализ полученных ранее результатов с помощью компьютерного моделирования. Разработка предлагаемой методики динамического анализа двухроторного механизма основывается на его твердотельном моделировании с использованием российской системы трехмерного моделирования и параметрического проектирования «T-Flex Parametric CAD», входящей в программный комплекс «T-FLEX» ([www.tflex.ru](http://www.tflex.ru)) фирмы «Топ Системы» ([www.topsystems.ru](http://www.topsystems.ru)).

На первом этапе форма вращающихся инерционных масс и составных компонентов стержней принимается цилиндрической. Все составляющие (детали) стержня представлены в виде полых стержней. Корпус объекта состоит из двух стенок с элементами вращательных кинематических пар (отверстиями). Из принятых 3D моделей звеньев для проведения динамического анализа с помощью программного модуля T-Flex Динамика собирается 3D сборочная модель вибродвижителя с использованием сопряжений [5] и разрешённых степеней свободы (рисунок 2).

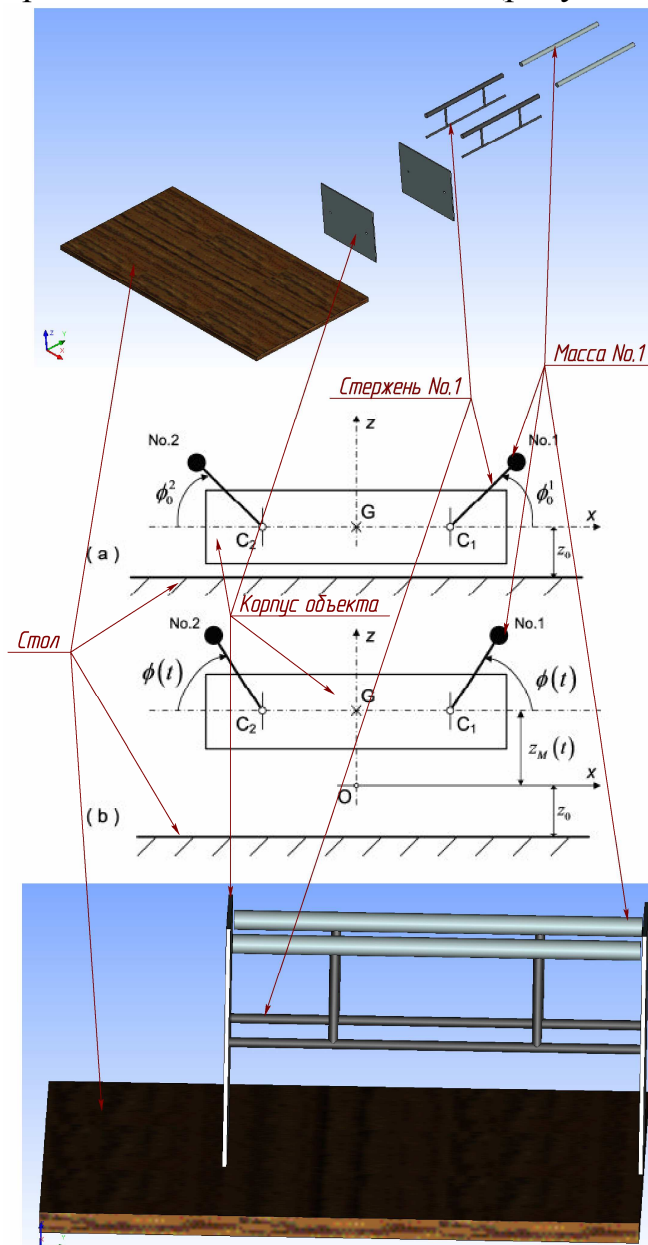


Рисунок 2 – Трехмерное моделирование механизма вибродвижителя

При компьютерном моделировании работы вибродвижителя (рисунок 3) без учета трения при учете силы гравитации подтверждается качественный результат, совпадающий с описанным в рассмотренной статье [1, 2].

Движение устройства реверсивное, с результирующим однонаправленным перемещением до предельного значения вверх, после чего – перемещение вертикально вниз (рисунок 4).

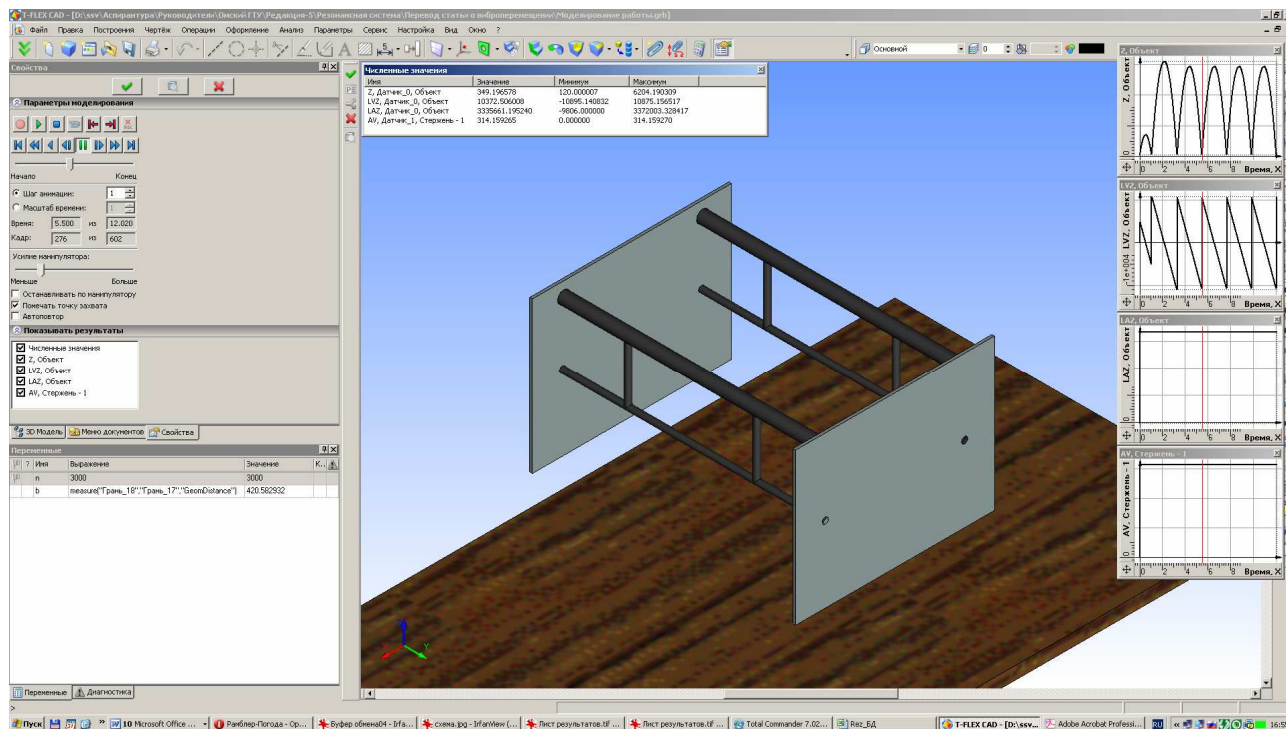


Рисунок 3 – Моделирование работы механизма вибродвижителя с помощью программного модуля T-Flex Динамика

Были произведены вычислительные эксперименты для следующих значений частот вращения роторов (в об/мин): 750, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2250, 2500, 2750, 3000, 3250, 3500, 3750.

При компьютерном моделировании без учета трения и силы гравитации наблюдается также реверсивное движение устройства, с результирующим однонаправленным перемещением без результирующего вертикального перемещения вниз (рисунок 5).

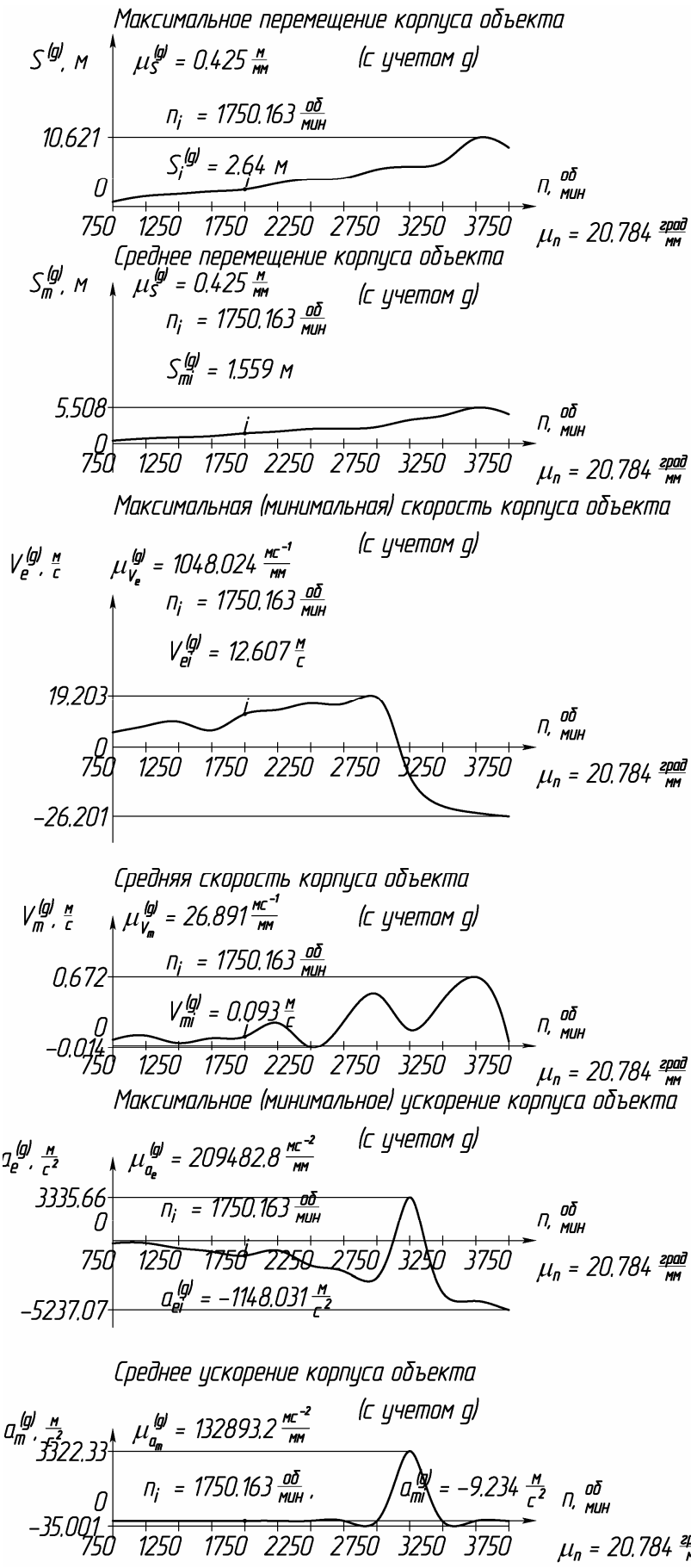
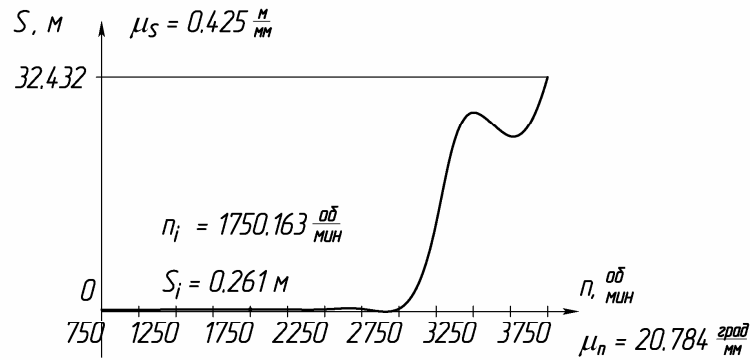
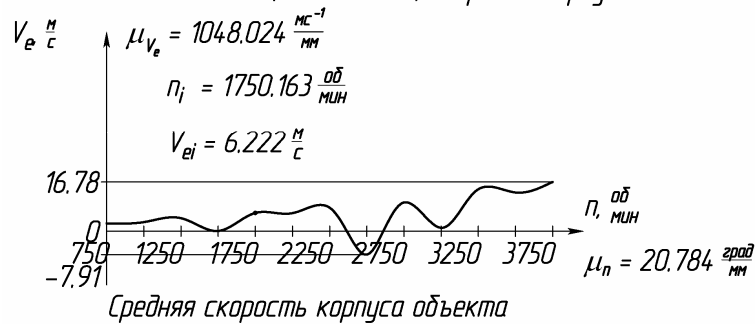


Рисунок 4 – Результаты моделирования работы вибродвижителя с учетом действия силы гравитации с помощью программного модуля T-Flex Динамика

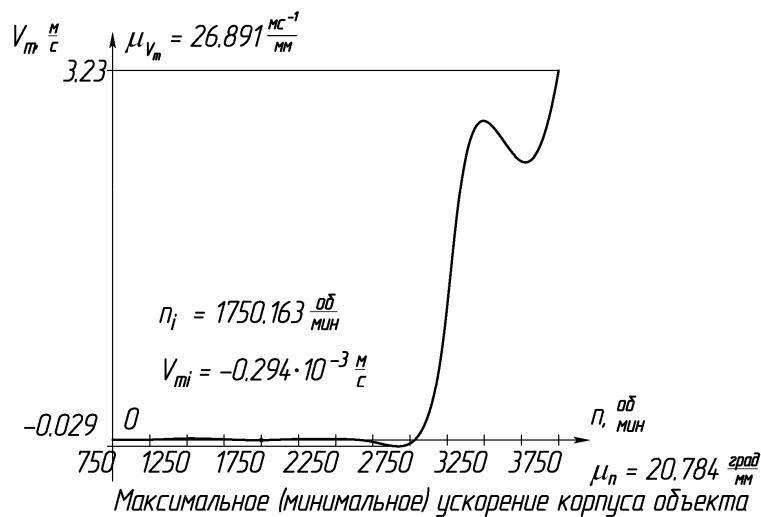
Максимальное перемещение корпуса объекта



Максимальная (минимальная) скорость корпуса объекта



Средняя скорость корпуса объекта



Максимальное (минимальное) ускорение корпуса объекта



Среднее ускорение корпуса объекта

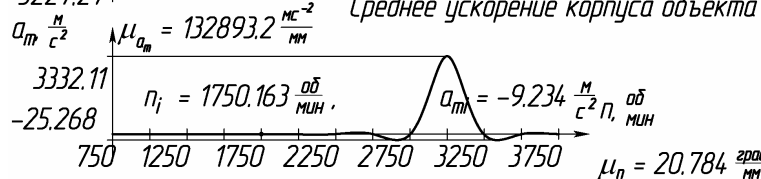


Рисунок 5 – Результаты моделирования работы механизма вибродвижителя без учета действия силы гравитации с помощью программного модуля T-Flex Динамика

Таким образом, можно заключить, что без воздействия силы гравитации (например, в невесомости) возможно эффективное использование подобных устройств – в качестве движителей специализированных наземных, водных, воздушных или космических транспортных средств при продолжении соответствующих научно-исследовательских разработок.

### **Список литературы**

1. Теория механизмов и машин. 2010. – №1. – Том 8. – Режим доступа: [http://tmm.spbstu.ru/01\\_2010.html](http://tmm.spbstu.ru/01_2010.html)
2. Provatidis C.G. Some issues on inertia propulsion mechanisms using two contra-rotating masses / C.G. Provatidis // Теория механизмов и машин. 2010. – №1. – Том 8. – С. 34-41.
3. Крайнев А.Ф. Словарь – справочник по механизмам – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1987. – 560 с.
4. Крайнев А.Ф. Словарь – справочник по механизмам – М.: Машиностроение, 1981. – 438 с.
5. Плахтин В.Д. Опыт использования компонентов программного комплекса T-FLEX при кинематическом и динамическом анализе механизмов / В.Д. Плахтин, А.П. Давыдов, С.В. Стрыгин // САПР и графика. – 2007. – №7. – С. 91-96.

## ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ КОМБИНИРОВАННЫХ РАБОЧИХ ОРГАНОВ ЛЕСНЫХ ДИСКОВЫХ ПЛУГОВ

*Зимарин С.В., Попиков П.И., Сердюкова Н.А.*

*Воронежская государственная лесотехническая академия, Воронеж*

В настоящее время на нераскорчеванных вырубках и гарях лесостепной зоны РФ выполняют частичную обработку почвы в виде нарезки плужных борозд. Бороздную подготовку почвы выполняют в основном лемешными и дисковыми плугами [1].

Нами предложены новые конструкции корпусов дисковых плугов (патент №2152701, патент №2253206, патент №64843), позволяющие улучшить качество оборота и укладки пласта, а также обеспечить высокую проходимость орудия на нераскорчеванных вырубках и гарях.

Дисковый корпус плуга по патенту №2253206 (рисунок 1) содержит стойку 1, в ступице которой на подшипниках 2 на оси 3 установлен сферический диск 4. К сферическому диску 4 жестко прикреплен, полувинтового крыла отвал 5. При этом сферический диск 4 заторможен посредством фиксирующего механизма.

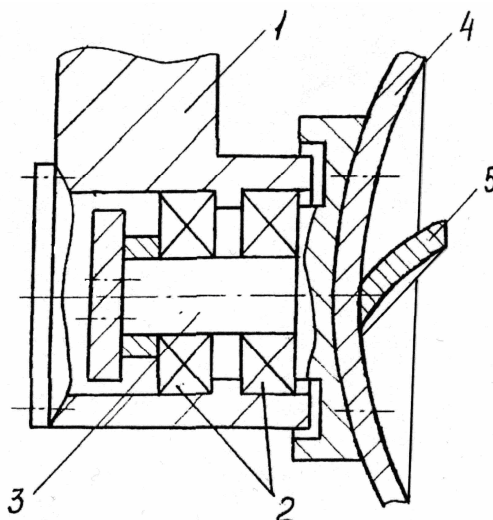


Рисунок 1 – Новая конструкция дискового корпуса (патент №2253206)

При работе дискового плуга подрезанный почвенный пласт сначала плавно поднимается по поверхности заторможенного сферического диска 4, затем по поверхности отвала 5, полностью оборачивается и качественно укладывается рядом с бороздой в виде сплошной ленты. При встрече сферического диска 4 с препятствием, возникающий на оси 3 момент вращения преодолевает силу сопротивления фиксирующего механизма, сферический диск 4 начинает свободно вращаться вместе с осью 3 на подшипниках 2 в ступице стойки 1 и преодолевает встретившееся препятствие, путем перекаtywания через него. Далее перекаtywавшись, сферический диск 4 снова тормозится фиксирующим механизмом [2].

Движение частиц почвы по рабочей поверхности диска и отвала можно представить в виде системы уравнений [3]:

$$\begin{aligned}
 m_{III} \frac{d^2 x_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{III}} (F_{xij}^Y + F_{xij}^B) + \sum_{j=1}^{N_{III\Pi}} F_{xij}^{B\Pi\Pi} ; \\
 m_{III} \frac{d^2 y_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{III}} (F_{yij}^Y + F_{yij}^B) + \sum_{j=1}^{N_{III\Pi}} F_{yij}^{B\Pi\Pi} ; \\
 m_{III} \frac{d^2 z_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{III}} (F_{zij}^Y + F_{zij}^B) + \sum_{j=1}^{N_{III\Pi}} F_{zij}^{B\Pi\Pi} - m_{III} g ,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где  $m_{III}$  – масса частиц почвы;

$N_{III\Pi}$  – количество шаров в модели плуга;

$F_{xij}^Y, F_{yij}^Y, F_{zij}^Y$  – декартовы составляющие силы  $F_{ij}^Y$ ;

$F_{xij}^B, F_{yij}^B, F_{zij}^B$  – декартовы составляющие силы  $F_{ij}^B$ ;

$F_{xij}^{B\Pi\Pi}, F_{yij}^{B\Pi\Pi}, F_{zij}^{B\Pi\Pi}$  – декартовы составляющие силы  $F_{ij}^{B\Pi\Pi}$ ;

$g$  – ускорение свободного падения.

Основными параметрами, задающими положение отвала в виде участка плоскости, являются поперечный  $\alpha_0$  и продольный  $\beta_0$  углы установки плоскости и положение  $h_0$  точки  $B$  стыковки отвала и сферического диска (рисунок 2) [3].

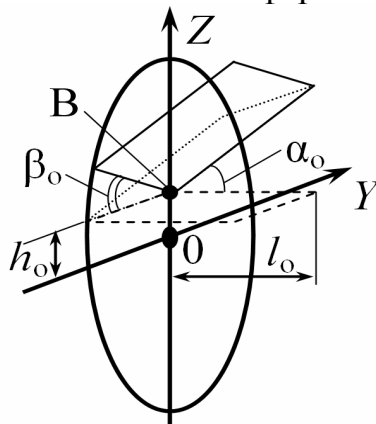


Рисунок 2 – Параметры, задающие положение отвала комбинированного рабочего органа

При проведении компьютерных экспериментов угол наклона отвала  $\alpha_0$  от  $20^\circ$  до  $70^\circ$  изменяли с шагом  $10^\circ$  (рисунок 3).

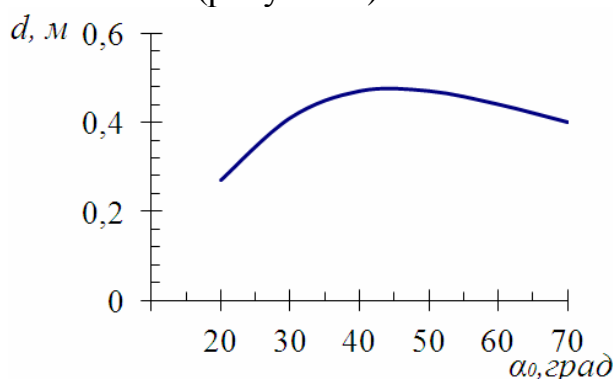


Рисунок 3 – Зависимость поперечного смещения пласта от угла наклона отвала



Зависимость поперечного смещения пласта  $d(\alpha_0)$  имеет максимум при  $\alpha_0 = 40^\circ$ . При увеличении поперечного угла отвала от  $40^\circ$  его плоскость удаляется от почвы, и он оказывает меньшее влияние на смещение пласта. При уменьшении  $\alpha_0$  от  $40^\circ$ , отвал сильнее входит в почву, разрушает и перемешивает образовавшийся пласт, при этом эффективность смещения пласта снижается.

При проведении компьютерных экспериментов изменяли угол  $\beta_0$  от  $-30^\circ$  до  $-10^\circ$  с шагом  $5^\circ$ .

Коэффициент оборачиваемости  $r$  практически не зависит от угла  $\beta_0$ . Почвенная масса поступает на отвал снизу, поднимаясь по сферическому диску, поэтому основной эффект переворота зависит от установки отвала под некоторым поперечным углом  $\alpha_0$ , а не  $\beta_0$ .

При высоком расположении отвала вырезаемый диском пласт, поднимаясь по диску, срывается с него, не доходя до отвала, поэтому, при больших  $h_0$  оборачиваемость пласта невысока. При низком расположении отвал прижимает пласт, не дает ему подниматься по диску, поэтому оборачиваемость  $r$  при малых  $h_0$  также падает. Следовательно, оптимальная высота положения отвала, обеспечивающая высокую оборачиваемость пласта и низкие затраты энергии составляет около  $h_0 = -0,20$  м.

Таким образом, на качественные показатели наибольшее влияние оказывают параметры  $h_0$  и  $\alpha_0$ .

Экспериментальные исследования комбинированного дискового рабочего органа в почвенном канале кафедры механизации лесного хозяйства и проектирования машин подтвердили теоретические исследования.

### **Список литературы**

1. Нартов П.С. Дисковые почвообрабатывающие орудия. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1972. – 181с.
2. Зимарин С.В. Новый Двухотвальный дисковый корпус плуга / С.В. Зимарин // Лесотехнический журнал. – 2012. – №4 – С. 105-108.
3. Коротких В. Н. Влияние принудительного вращения комбинированного рабочего органа на энергетические и качественные показатели / В.Н. Коротких, П.И. Попиков, П.И. Титов // Вестник КрасГАУ. – 2010. – №2. – С. 102-106.

## СВЯЗЬ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗЕМЛИ С НЕОГРАНИЧЕННЫМ ПОТРЕБЛЕНИЕМ ПРИРОДНЫХ РЕСУРСОВ

*Доильницын С.П.<sup>1</sup>, Попов И.И.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение № 89;*

<sup>2</sup>*Кузбасская государственная педагогическая академия, Новокузнецк*

В настоящее время, когда из Земли миллионами тонн извлекают уголь, нефть, миллиардами кубометров природный газ, чтобы решить необходимые экологические проблемы, актуальным встал вопрос о влиянии уменьшения массы Земли на ее астрономические параметры, а именно на скорость вращения вокруг своей оси и скорость движения по орбите вокруг Солнца, а также на возможное изменение и самой орбиты. А это в свою очередь вызывает большой круг экологических проблем и возможное изменение климата.

В нашей первой работе «Возможные изменения астрономических величин Земли при неограниченном потреблении природных запасов энергии» был рассмотрен вопрос изменения скорости Земли при движении ее по орбите вокруг Солнца и скорости вращения вокруг своей оси при уменьшении массы Земли на 0,4%.

Для решения данной задачи при изучении соответствующей литературы нами было сформировано условие задачи в упрощенном варианте:

1. Земля представляет собой сферу, т.к. степень сплюснутости Земного эллипсоида  $\alpha = 1/298,75$ , и Землю исходя из этой величины, практически считают сферой. Данные взяты из работы ныне покойного выдающегося советского астронома академика А.А. Михайлова «Земля и ее вращение».

2. Орбита Земли мало отличается от окружности, т.к. из приведенной в курсе астрономии, формулы для определения эксцентриситета орбит планет и звезд:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a},$$

где  $a$  и  $b$  соответственно большая и меньшая полуоси эллипса орбиты  $e = 0,017$ ,  $e$  - невелико, и орбиту можно считать круговой.

3. Так как угол наклона оси вращения Земли с перпендикуляром к плоскости вращения составляет  $23,5^\circ$ , приняли, что ось вращения перпендикулярна плоскости движения.

4. Луна оказывает сильное влияние на Землю, А.А. Михайлов в своей работе указывает, что Луна играет роль тормоза во вращении Земли вокруг своей оси. Нами в нашей работе принято решение не учитывать влияние Луны на Землю.

5. Мы не рассматривали зависимость вращения Земли вокруг своей оси от вращения атмосферы.

В данной работе первые 4 положения мы оставили без изменения.

В первой работе мы рассчитывали скорость Земли по орбите вокруг Солнца по формуле, приведенной в курсе общей астрономии:

$$V = \sqrt{\frac{G(M + m)}{R}}, \quad (1)$$

где  $G$  - гравитационная постоянная равная  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ ;  $M$  - масса Солнца  $1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ ;  $m$  - масса Земли  $5,973 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ ;  $R$  - расстояние от Земли до Солнца  $1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$ . Эти величины взяты из работы академика А.А. Михайлова «Земля и ее вращение».

По этой формуле мы получили скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца равной  $29779 \text{ м/с}$ . Академик А.А. Михайлов приводит значение средней скорости движения Земли по орбите равной  $29765 \text{ м/с}$ . Скорости были практически равны.

Мы предположим, что масса Земли уменьшилась на 0,4%, что соответствует  $0,024 \cdot 10^{24} \text{ кг}$  и стала равной  $5,949 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ .

Формула (1) получается из формулы обобщенного закона Кеплера.

$$\frac{R^3}{T^2(M + m)} = \frac{G}{4\pi^2}, \quad (2)$$

где  $M$  - масса Солнца;  $m$  - масса Земли;  $R$  - расстояние от Солнца до Земли;  $G$  - гравитационная постоянная;  $\pi$  - число «пи» - 3,14;  $T$  - период вращения.

Академик А.А. Михайлов в своей работе «Земля и ее вращение» приводит значение угловой скорости Земли  $0,000072921 \text{ с}^{-1}$  и величиной среднего радиуса Земли  $R$  равной  $6371004 \text{ м}$ .

Из закона сохранения количества вращения, записываемого в виде:

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2, \quad (3)$$

где  $I_1$  - момент инерции Земли до уменьшения ее массы;  $\omega_1$  - угловая скорость Земли до уменьшения массы;  $I_2$  - момент инерции Земли, когда ее масса уменьшена;  $\omega_2$  - угловая скорость Земли с уменьшением массы.

Мы определяем угловую скорость Земли, когда ее масса уменьшена

$$\omega_2 = \frac{I_1 \omega_1}{I_2}. \quad (4)$$

$I$  - момент инерции сферы, он равен:  $I = \frac{2}{5} mR^2$ , (5)

где  $R$  - средний радиус Земли до уменьшения массы и после чего его величина была взята  $6371004 \text{ м}$ .

Угловая скорость Земли после уменьшения массы получилось равной  $0,000073213 \text{ с}^{-1}$ . Продолжительность суток определяется по формуле:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (6)$$

Для уменьшения массы имеет значение  $86100 \text{ с}$ , а при уменьшении массы  $85800 \text{ с}$ . Этот результат говорит о том, что нельзя отбрасывать влияние Луны, которая является «тормозным механизмом» для Земли. Нами было решено

провести определение скорости движения Земли по орбите, используя закон сохранения энергии, и сравнить с результатом, полученным в 1-ой работе при расчете по формуле (1), а также попытаться проанализировать влияние движения земной атмосферы на угловую скорость вращения Земли вокруг своей оси.

В данной работе мы использовали величину угловой скорости вращения Земли вокруг своей оси, после уменьшения ее массы, полученную в первой работе и равную  $0,000073213c^{-1}$ .

Расчет по закону сохранения энергии мы провели в двух вариантах. В первом варианте закон сохранения энергии мы записали в виде:

$$E_{k_1} + E_{k.вр_1} = E_{k_2} + E_{k.вр_2}, \quad (7)$$

где  $E_{k_1}$  - кинетическая энергия Земли при движении ее по орбите вокруг Солнца, до уменьшения массы;  $E_{k.вр_1}$  - кинетическая энергия Земли при вращении ее вокруг своей оси, до уменьшения массы;  $E_{k_2}$  - это кинетическая энергия Земли при движении ее по орбите вокруг Солнца, после уменьшается масса;  $E_{k.вр_2}$  - кинетическая энергия Земли при вращении ее вокруг своей оси, после уменьшается масса.

$$E_{k_1} = \frac{mV^2}{2}, \quad (8)$$

$$E_{k.вр_1} = \frac{I_1\omega_1^2}{2}, \quad (9)$$

где  $I_1$  - момент инерции Земли до уменьшения массы;  $\omega_1$  - угловая скорость вращения Земли до уменьшения ее массы;  $E_{k.вр_2}$  - кинетическая энергия вращения Земли, после уменьшения массы.

$$E_{k.вр_2} = \frac{I_2\omega_2^2}{2}, \quad (10)$$

где  $I_2$  - момент инерции Земли после уменьшения ее массы;  $\omega_2$  - угловая скорость Земли после уменьшения ее массы.

$E_{k_2} = \frac{m_2V_2^2}{2}$  - кинетическая энергия Земли при движении ее по орбите вокруг Солнца, после уменьшения ее массы.

Таким образом скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца, после уменьшения ее массы будет определяться, как:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2(E_{k_1} + E_{k.вр_1} - E_{k.вр_2})}{m_2}}. \quad (11)$$

Во втором варианте закон сохранения энергии, применим с учетом потенциальной энергии взаимодействия Солнца и Земли. Выражение потенциальной энергии взаимодействия Солнца и Земли имеет следующий вид:

$$E_n = -\frac{GMm}{R}. \quad (12)$$

Закон сохранения энергии с учетом потенциальной энергии с учетом потенциальной энергии взаимодействия Солнца и Земли имеет вид:

$$E_{k_1} + E_{k.sp_1} - E_n = E_{k_2} + E_{k.sp_2} - E_n, \quad (13)$$

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{I_1 \omega_1^2}{2} - \frac{GMm_1}{R} = \frac{m_2 V_2^2}{2} + \frac{I_2 \omega_2^2}{2} - \frac{GMm_2}{R}. \quad (14)$$

На первом этапе решение данной задачи мы рассчитали силу тяготения между Землей и Солнцем

$$F_{тяг_1} = \frac{GMm}{R^2}; F_{тяг} = 35407 \cdot 10^{18} \text{ Н}. \quad (15)$$

При уменьшении массы Земли на 0,4% сила тяготения между Землей и солнцем будет равна:

$$F_{тяг_2} = 35265 \cdot 10^{18} \text{ Н} \quad (16)$$

Таким образом, сила тяготения уменьшается на величину

$$\Delta F_{тяг_2} = (35407 - 35265) \cdot 10^{18} = 142 \cdot 10^{18} \text{ Н} \quad (17)$$

Уменьшения силы тяготения должно существенно повлиять на протекание климатических и жизненных процессов на Земле.

Можно рассчитать новый радиус орбиты, на котором должна находиться Земля с уменьшенной массой, чтобы сила тяготения осталась неизменной.

$$35407 \cdot 10^{18} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2 \cdot 1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot 5,949 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{R^2};$$

$$R = 1,493 \cdot 10^{11} \text{ м}. \quad (18)$$

Уменьшение радиуса орбиты будет соответствовать

$$\Delta R = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м} - 1,493 \cdot 10^{11} \text{ м} = 0,003 \cdot 10^{11} \text{ м} = 3 \cdot 10^8 \text{ м} \quad (19)$$

Сила тяготения Солнца также вызывает, океанские приливы и отливы, только в меньшей степени, чем это вызывает Луна. В определенные моменты эти приливы и отливы суммируются. При уменьшенной силе тяготения этого происходить не будет, это также отразится на климате нашей планеты.

Сейчас рассмотрим 1-ый вариант закона сохранения энергии без учета потенциальной энергии взаимодействия Земли и Солнца.

$$E_{k_1} + E_{k.sp_1} = E_{k_2} + E_{k.sp_2}, \quad E_{k_1} = \frac{mV^2}{2},$$

$m = 5,973 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ ;  $v = 29765 \text{ м}^2 / \text{с}^2$  - берем среднюю скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца;  $v^2 = 885955225 \text{ м}^2 / \text{с}^2$ .

Энергия вращения Земли вокруг своей оси будет равна:

$$E_{k.sp_1} = \frac{I_1 \omega_1^2}{2}, \quad (20)$$

$$I_1 = \frac{2}{5} m_1 R^2, \quad (21)$$

$\omega$  - угловая скорость вращения Земли вокруг своей оси берем из работы А.А. Михайлова «Земля и ее вращение»,  $\omega = 72921 \cdot 10^{-9} \text{ c}^{-1}$ .

$$E_{\text{к.вр}_1} = 257835965747121292817470377600 \text{ Дж.}$$

Определение величины новой угловой скорости  $\omega_2$  было выполнено в первой нашей работе.

$$E_{\text{к.вр}_2} = 258860702906364669053728579200 \text{ Дж.} \quad (22)$$

Полная энергия Земли с неизменной массой будет равна:

$$= 2646163115428247121292817470377600 \text{ Дж,} \quad (23)$$

$$= 2645904254725340756623763741798400 \text{ Дж,} \quad (24)$$

$$\frac{m_2 V_2^2}{2} = 2645904254725340756623763741798400 \text{ Дж,} \quad (25)$$

$$V_2^2 = 995429199 \text{ м}^2 / \text{с}^2, \quad (26)$$

$$V_2 = 31550 \text{ м/с.} \quad (27)$$

Скорость движения Земли вокруг Солнца возросла на

$$31550 \text{ м/с} - 29765 \text{ м/с} = 1785 \text{ м/с.} \quad (29)$$

Для Земли параболическая орбита будет при величине скорости

$$V_n = 29765 \cdot 1,414 = 42087 \text{ м/с.} \quad (30)$$

Соответственно при увеличении скорости Земли до  $31550 \text{ м/с}$  - орбита должна стать эллиптической.

Используя формулу (1) можно определить величину радиуса круговой орбиты Земли при новой скорости равной  $31550 \text{ м/с}$ .

$$R = \frac{G(M + m)}{V^2}, \quad (31)$$

$$R = 133275874297 \text{ м.} \quad (32)$$

Уменьшение радиуса составит величину:

$$\Delta R = 1,496 \cdot 10^{11} - 1,33275874297 \cdot 10^{11} = 16324125703 \text{ м} \approx 16324126 \text{ км.} \quad (33)$$

Определим радиус круговой орбиты из закона равенства силы тяготения и центробежной силы

$$\frac{mV^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \quad (34)$$

Из формулы (34) получим

$$R = \frac{GM}{V^2}, \quad (35)$$

$$R = 1,33275475677 \cdot 10^{11} \text{ м.} \quad (36)$$

Разность величин радиусов Земли рассчитанных по формулам (32) и (35) состоит

$$\Delta R = 133275874297 \text{ м} - 133275475676 \text{ м} = 398621 \text{ м.} \quad (37)$$

Проведем определение скорости движения Земли по орбите вокруг Солнца с учетом потенциальной энергии взаимодействия Земли и Солнца.

$$E_n = -\frac{GM_c m_3}{R}, \quad (38)$$

где  $E_n$  – потенциальная энергия взаимодействия Земли и Солнца;

$$E_n = -5296897125 \cdot 10^{24} \text{ Дж}. \quad (39)$$

Полная энергия Земли будет равна:

$$E_{\text{полная}} = E_{n_1} + E_{k_1} + E_{\text{к.вр}_1};$$

$$E_{\text{полная}} = -2650734009571752878707182529622400 \text{ Дж}. \quad (40)$$

Потенциальная энергия Земли с уменьшенной массой

$$E_{n_2} = -52756137613 \cdot 10^{23} \text{ Дж}. \quad (41)$$

Суммарная потенциальная энергия и энергия вращения вокруг своей оси Земли будут равны:

$$= -5275354900657093635330946271420800 \text{ Дж}. \quad (42)$$

Кинетическая энергия Земли с уменьшенной массой состоит:

$$E_{k_2} = E_{\text{полн}} - E_{n_2} - E_{\text{к.вр}_2}, \quad (43)$$

$$E_{k_2} = 2624620891085340756623763741798400 \text{ Дж}. \quad (44)$$

$$V_2^2 = 882373807,73 \text{ м}^2 / \text{с}^2; V_2 = 29705 \text{ м/с}.$$

С учетом потенциальной энергии взаимодействия Земли и Солнца, скорость движения Земли вокруг Солнца снизилась на  $60 \text{ м/с}$ .

Полная энергия Земли, которая в данном варианте является отрицательной указывает на то, что Земля находится в устойчивом состоянии. Но нельзя исключить вариант, что возможно и увеличении скорости Земли, тогда ее орбита будет меняться на эллиптическую.

Мы рассмотрели 3 варианта определения кругового радиуса орбиты Земли исходя из:

1) Закона Всемирного тяготения; 2) формулы  $R = \frac{G(M + m)}{V^2}$ ; 3) равенства

центробежной силы, силы тяготения:  $R = \frac{GM}{V^2}$ .

Наибольшее расстояние от Земли до Солнца получается из закона Всемирного тяготения  $1,493 \cdot 10^{11} \text{ м}$ . Затем расстояние, определенное по формуле (40)  $1,332754 \cdot 10^{11} \text{ м}$ . Было решено определить существуют ли какие-либо критические точки, т.е. точки экстремума зависимости радиуса орбиты Земли от ее массы и скорости движения по орбите.

### **Определение точек экстремума, для выражения, описывающего зависимость радиуса планеты от ее скорости и массы**

Выражение  $V = \frac{G(M + m)}{R}$  представим в виде

$$R = \frac{G(M + m)}{V^2}. \quad (56)$$

Найдем значение частной производной радиуса от скорости  $\frac{\partial R}{\partial V}$

$$\frac{\partial R}{\partial V} = \frac{-2VG(M+m)}{V^4} = -\frac{2G(M+m)}{V^3}. \quad (57)$$

Найдем значение частной производной радиуса от массы планеты:

$$\frac{\partial R}{\partial V} = \frac{V^2 G}{V^4} = \frac{G}{V^2}. \quad (57)$$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} -\frac{G(M+m)2}{V^3} = 0, & (1) \\ \frac{G}{V^2} = 0. & (2) \end{cases} \quad (58)$$

Решение 1-ого уравнения системы  $m_3 = -M_c$ , т.е. масса Земли должна быть равна массе Солнца со знаком минус – этого не может быть. Решение 2-ого уравнения, т.е. его обращения в ноль, возможно, при  $V = \infty$ , т.е. скорость Земли от ее массы и скорости не существует. Для расчетов нами было решено взять средний радиус Земли равный  $637100 \text{ м}$  или  $6371 \cdot 10^3 \text{ м}$ .

### **Определим возможное влияние движения атмосферы Земли на скорость ее вращения вокруг своей оси**

Линейная скорость вращения Земли на экваторе равна  $465,119 \text{ м/с}$  из работы [3]. Средний радиус Земли обозначим за  $R_0$ , радиус Земли вместе с атмосферой за  $R$ . В работе А.А. Михайлова [3] сказано, что атмосфера Земли имеет массу  $5,158 \pm 0,001 \cdot 10^{21} \text{ г}$ . Мы приняли величину массы атмосферы равной  $5158 \cdot 10^{15} \text{ кг}$ . Атмосферу Земли можно представить, как полый шар, внутри которого находится Земля. Т.Я. Дубнищева в своей работе [7] приводит следующие данные: 50% массы атмосферы находится между уровнем моря и высотой 5-6 км., 90% массы до высоты 16км. и 99% массы заключено до высоты 30км. 99% массы атмосферы будут равны  $5106,42 \cdot 10^{15} \text{ кг}$ . Нами было решено рассмотреть следующий вариант, атмосфера вращается вокруг Земли с линейной скоростью, равной  $40 \text{ м/с}$ .

$$\text{Величина } R = R_0 + 30000 \text{ м} = 6401000 \text{ м}. \quad (49)$$

Таким образом, величина верхней границы атмосферы равна  $6401 \cdot 10^3 \text{ м}$ . Примем линейную скорость движения верхней границы атмосферы на экваторе, равной  $465 \text{ м/с} + 40 \text{ м/с} = 505 \text{ м/с}$  (50)

$$\text{Формула энергии вращения поллой сферы } \frac{I\omega^2}{2};$$

где  $I$  – момент инерции вращения поллой сферы, который равен



$$I = \frac{2}{5} m \frac{R^5 - R_0^5}{R^3 - R_0^3}, \quad (51)$$

$$\frac{R^5 - R_0^5}{R^3 - R_0^3} = 67968951,6 \cdot 10^6 \text{ м}^2, \quad (52)$$

$$\frac{2}{5} m \frac{R^5 - R_0^5}{R^3 - R_0^3} = 138831205666377350,808 \cdot 10^{15} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Угловую скорость вращения атмосферы определим из формулы  $v = \omega R$ ,  
отсюда  $\omega = \frac{v}{R}$

$$\omega = 78894 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}. \quad (54)$$

Энергия вращения атмосферы, т.е. вращающейся полой сферы определяется по формуле:

$$\omega^2 = 6224263236 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-2}, \quad (55)$$

$$\frac{I}{2} = 69415602833188675,404 \cdot 10^{15} \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad (56)$$

$$E_{вр а} = 432060984719393710454052,3 \text{ Дж}. \quad (57)$$

Вопрос передачи энергии, вращающейся атмосферы – Земли, является сложным и до конца не выясненным. Поэтому примем, что Земле передается половина энергии, которой обладает атмосфера.

Полная энергия Земли будет равна

$$E_{земл} = 257836181777613652514325604626 \text{ Дж}. \quad (58)$$

$$m = 5973 \cdot 10^{21} \text{ кг}$$

$$\frac{\omega^2 m R_3^2}{5} = 257836181777613652514325604626 \text{ Дж}.$$

$$\omega^2 = 0,0000000053174796 \text{ с}^{-2}, \quad (59)$$

$$\omega = 0,000072921 \text{ с}^{-1} = 72921 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}. \quad (60)$$

Выводы:

1. При уменьшении массы Земли наиболее вероятно, уменьшения ее скорости движения по орбите, увеличение скорости вращения вокруг своей оси, т.е. уменьшения продолжительности суток и увеличения продолжительности года. Сохранение круговой орбиты и сохранения радиуса орбиты. Так как полная энергия движения Земли величина отрицательная, это говорит о том, что Земля должна находиться в устойчивом состоянии.

2. Если учитывать только кинетическую энергию движения Земли по орбите и кинетическую энергию вращения Земли вокруг своей оси, то определяемая скорость движения Земли по орбите с уменьшением массы возрастает, если учитывать и потенциальную энергию взаимодействия Земли и Солнца, то скорость движения уменьшается.

3. Также есть вероятность, что при увеличении скорости движения Земли по орбите, ее круговая орбита будет проходить ближе к Солнцу.

4. При рассмотрении зависимости радиуса орбиты Земли от ее массы и скорости движения по орбите точек экстремума не существует.

5. Предположительно, что движение атмосферы не оказывает влияния на скорость вращения Земли вокруг своей оси. Но в дальнейшем необходимо провести исследования, учитывая сохранения момента количества вращения.

6. При землетрясениях исходя из изменения скорости вращения Земли вокруг своей оси, решая обратную задачу, можно определить энергию землетрясения.

7. Необходимо учитывать влияние Луны на вращение Земли

### **Список литературы**

1. Шабалин Б.Э., Бактимиров Ш.Н. Материалы научно-практической конференции студентов КузГПА, ФМФ. – Новокузнецк: КузГПА, 2010. – С. 100-110.
2. Бакулин П.И., Кононович Э.В., Мороз В.И. Курс общей астрономии. – М.: Наука, 1983.
3. Михайлов А.А. Земля и ее вращение. – М.: Наука, 1984.
4. Фриш С.Э., Тиморева А.В. Курс общей физики, Т. 1. – С-Пб.: Лань, 2008.
5. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. – С-Пб.: Лань, 2008.
6. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Наука, 1966.
7. Дубнищева Т.Я. Концепция современного обществознания. – М.: Академия, 2009.
8. Асломазов Л.Г., Варламов А.А. Удивительная физика. – М.: Наука, 1987.

## ПОЛУКАТЕНОИДАЛЬНЫЙ БОЁК УДАРНЫХ СИСТЕМ

*Жуков И.А.*

*Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк*

В результате сравнительного исследования бойков различных форм, применяемых в ударных системах технологического назначения, установлено, что одним из наиболее рациональных с точки зрения эффективности использования энергии удара является полукатеноидальный боёк, на том основании, что при ударе по волноводу генерирует в нём импульс такой формы, при которой его амплитуда начинается с некоторого определенного значения и возрастает с интенсивностью, соответствующей интенсивности роста сопротивляемости обрабатываемой среды внедрению.

На форму ударного импульса оказывает значительное влияние кривизна образующей боковой поверхности ударника, а, следовательно, и распределение объема в бойке по мере продвижения от ударного торца к неударному при условии равенства объемов сравниваемых бойков. Поэтому в качестве бойка, генерирующего оптимальный по форме ударный импульс, рационально принять *катеноид вращения*, который, благодаря следующему своему свойству, является уникальным в своем роде: любой кусок катеноида (рисунок 1) по площади меньше, чем всякая другая поверхность, ограниченная тем же контуром. Это свойство катеноида было найдено в 1776 году выдающимся французским математиком, инженером и полковником Ж. Мёнье [1, 2]. Тем же свойством обладает целый класс поверхностей. Но среди поверхностей вращения катеноид является единственной поверхностью этого класса.

В таком ударнике образующей является цепная линия – катена, описываемая в прямоугольной системе координат уравнением [1-6]

$$y = \frac{a}{2} \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) = a \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{a}, \quad (1)$$

где  $a$  – параметр катены.

Аналитическое исследование формирования ударного импульса в полубесконечном стержне при ударе по нему бойком полукатеноидальной формы [7, 8] (рисунок 2) достигается с применением волновой теории продольного удара. Функция-оригинал, описывающая первую волну ударного импульса, генерируемого бойком полукатеноидальной формы, представляется в виде

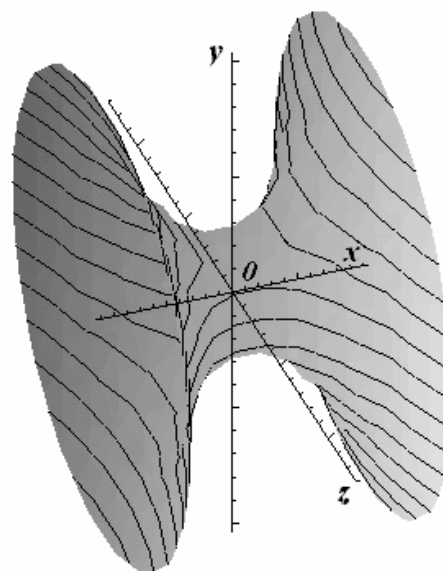


Рисунок 1 – Катеноид вращения

$$F_K = \frac{ES_0V_0}{c} \left[ 1 - \frac{1}{2} cth \frac{L}{a} \cdot J_1 \left( \frac{ct}{a} \right) + \frac{J_0 \left( \frac{ct}{a} \right)}{4sh^2 \frac{L}{a}} - \frac{cth^2 \frac{2L}{a}}{2a \cdot th \frac{L}{a}} \cdot \int_0^{ct} -J_0 \left( \frac{U}{a} \right) e^{\frac{ct-U}{a \cdot sh \frac{2L}{a}}} dU - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{2sh^2 \frac{L}{a}} \right) e^{\frac{ct}{a \cdot sh \frac{2L}{a}}} \right], \quad (2)$$

где  $E$  – модуль упругости материала стержня;  $S_0$  – площадь поперечного сечения волновода;  $V_0$  – предупредная скорость бойка;  $c$  – скорость распространения волны в стержне;  $L$  – длина бойка;  $J_0$  – функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка;  $J_1$  – функция Бесселя 1-го рода 1-го порядка;  $t$  – время.

Численное исследование генерирования упругих волн в стержнях при ударе по ним полукатеноидальными бойками [8] проводилось с помощью разработанной компьютерной программы «Анализ форм бойков ударных механизмов» [9], в основу которой положен графоаналитический метод решения задачи о соударении стержней сложной геометрической формы.

Экспериментальное исследование генерирования в волноводе ударных импульсов бойками полукатеноидальной формы [8] проводилось с целью оценки влияния формы бойков на форму генерируемых ими ударных импульсов и проверки теоретических положений о возможности увеличения производительности ударных систем технологического назначения путем подбора рациональных форм бойков. Опытные образцы полукатеноидальных бойков представлены в форме ступенчатых (рисунок 2), по аналогии с графоаналитическим методом.



Рисунок 2 – Опытные образцы полукатеноидальных ударников

В результате теоретических и экспериментальных исследований полукатеноидальных бойков установлено, что амплитуда ударного импульса нарастает почти линейно до максимального значения, причем отношение максимального значения импульса к значению импульса, генерируемому в стержне бойком равного со штангой сечения,  $\frac{F_{\max}}{F_0} > 2$ .

Результаты сравнительного анализа формы первой волны ударного импульса, генерируемого в волноводе полукатеноидальным бойком, найденной аналитически, численно и экспериментально, представлены на рисунке 3.

Среднее арифметическое отклонений экспериментальных данных и результатов аналитического расчета составляет  $\bar{\Delta}_{ан} = 10,44\%$ ; численного расчета  $\bar{\Delta}_{числ} = 4,78\%$ . Среднее квадратическое отклонение  $\sigma_{ан} = 11,36$ ,  $\sigma_{числ} = 3,42$ . Коэффициент вариации  $v_{ан} = 1,09$ ,  $v_{числ} = 0,72$ . Ошибка среднего арифметического  $m_{ан} = 4,02$ ,  $m_{числ} = 1,21$ .

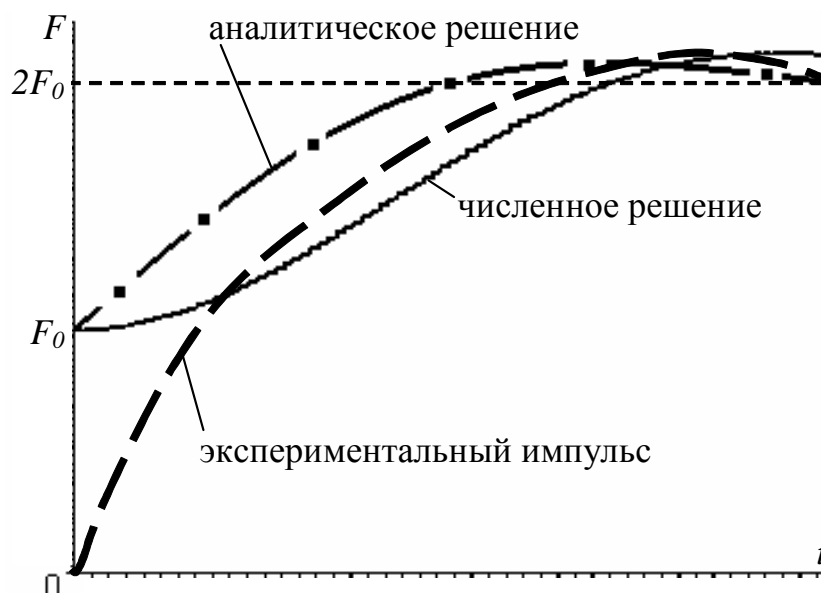


Рисунок 3 – Сравнение результатов исследований

Результаты статистической обработки данных свидетельствуют о том, что теоретические и экспериментальные исследования имеют удовлетворительную сходимость. Тем самым, подтверждается пригодность разработанных аналитического и численного методов для расчета параметров ударных импульсов.

Результаты исследований форм ударных импульсов полукатеноидальных бойков различных размеров, полученные с использованием компьютерной программы «Анализ форм бойков ударных механизмов», позволили сделать следующие выводы:

- при увеличении диаметра неударного торца бойка увеличивается его длина и соответственно увеличивается длительность первой волны импульса;
- при значении отношения диаметров неударного торца к ударному  $D/d_0 > 6,67$  точка максимума амплитуды импульса смещается к его началу (рисунок 4);
- отношение величины максимальной амплитуды импульса к величине амплитуды импульса, генерируемой цилиндрическим бойком равного с волноводом сечения  $F_{\max}/F_0 = 2,132$  достигает предельного максимального значения при  $D/d_0 = 6,67$ , о чем также указывается в работе [10] (рисунок 4);
- зависимость отношения импульса силы исследуемого бойка к импульсу силы цилиндрического бойка равного с волноводом сечения  $\frac{P}{P_0} \cdot 100$  от  $D/d_0$

является линейной, убывает при увеличении диаметра неударного торца.

Таким образом, применение бойков полукатеноидальной формы с диаметром неударного торца, превышающим диаметр ударного торца более, чем в 6,67 раз, нерационально.

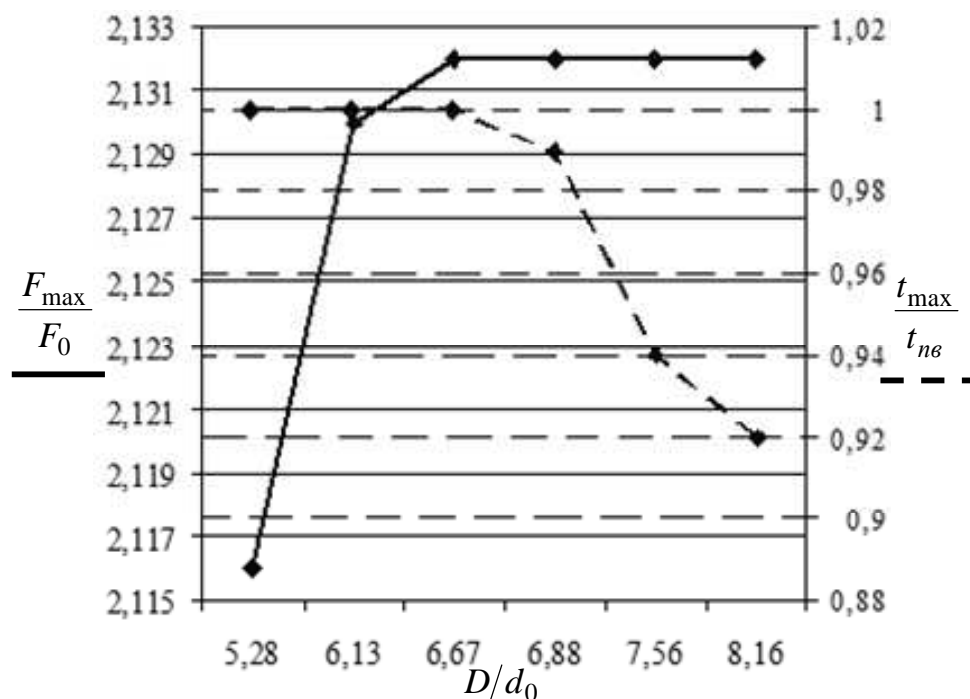


Рисунок 4 – Зависимости  $\frac{F_{\max}}{F_0}$  и  $\frac{t_{\max}}{t_{ne}}$  от  $\frac{D}{d_0}$

Одними из наиболее простых с точки зрения геометрической формы и наиболее широко применяемых в практике являются конический и гиперболический бойки. Результаты сравнительного анализа полукатеноидальных бойков с коническим и гиперболическим бойками представлены в таблице 1. Расчет ударных импульсов проводился при условии равенства следующих параметров бойков: масса  $m = 4\text{кг}$ , предударная скорость  $V_0 = 8\text{м/с}$ , диаметр ударного торца  $d_0 = 38,2\text{мм}$ , диаметр неударного торца  $D = 254,75\text{мм}$ ,  $D/d_0 = 6,67$ .

Таблица 1 – Сравнение полукатеноидальных бойков с коническим и гиперболическим

Форма бойка		Полу-катеноидальный	Конический	Гиперболический
Параметры бойка и ударного импульса	Обозначение, размерность	Величина		
Длительность импульса, генерируемого цилиндрическим бойком равного с волноводом сечения	$t_0, \text{мкс}$	177,8		
Время достижения максимальной амплитуды импульса	$t_{\max}, \text{мкс}$	19,7	10,2	26,7
Длительность первой волны	$t_{ne}, \text{мкс}$	19,7	10,2	26,7
	$t_{\max}/t_{ne}$	1,0	1,0	1,0
Длительность импульса, генерируемого цилиндрическим бойком равного с волноводом сечения	$F_0, \text{кН}$	188,92		

Максимальная амплитуда	$F_{\max}, \text{кН}$	402,76	375,95	439,61
Отношение величины максимальной амплитуды импульса к величине амплитуды импульса, генерируемой цилиндрическим бойком равного с волноводом сечения	$F_{\max} / F_0$	2,132	1,99	2,327
Импульс силы от цилиндрического бойка равного с волноводом сечения за время $t_0$	$p_0, \text{кН}\cdot\text{мс}$	33597		
Импульс силы за время $t_0$	$p, \text{кН}\cdot\text{мс}$	29237	29080	29293
Отношение импульса силы исследуемого бойка к импульсу силы цилиндрического бойка равного с волноводом сечения	$\frac{p}{p_0} \cdot 100, \%$	87,0	86,6	87,2

Анализ полученных результатов позволил сделать следующие выводы:

– среди исследуемых трех видов бойков минимальным значением отношения  $F_{\max} / F_0$  обладает конический боёк – 1,99; максимальным – 2,327 – гиперболический;

– среди исследуемых трех видов бойков минимальным значением отношения  $\frac{p}{p_0} \cdot 100$  обладает конический боёк – 86,6; максимальным – 87,2 – гиперболический;

– значение отношения  $\frac{p}{p_0} \cdot 100$  для полукатеноидального бойка – 87,0 – меньше

этого значения для гиперболического бойка на 0,23%, что может быть принято несущественным;

– применение полукатеноидального бойка в ударных системах позволяет получить значение отношения  $F_{\max} / F_0 > 2$  при меньшей длительности первой волны ударного импульса по сравнению с гиперболическим на 26,2% при разнице в значениях отношения  $F_{\max} / F_0$  на 8,4%.

Можно предположить, что практическое использование полукатеноидальных бойков, описываемых уравнением (1), в ударных системах технологического назначения не получило широкого применения по той причине, что прямое использование зависимости (1) для построения бойков приводит к быстрому увеличению его радиального размера, что, естественно, приводит к габаритам, непригодным для применения в практике машиностроения, горного дела и строительства.

Этот недостаток реального построения полукатеноидальных бойков может быть преодолен, если в качестве образующих, ограничивающих криволинейные поверхности бойков, будут использоваться различные участки цепной линии (катены), получаемые при повороте координатных осей, при этом расстояние между торцами бойка выбирается из условия заданной массы. На способ образования полукатеноидальных бойков был получен патент на изобретение [11].

В повернутой системе координат катена будет описываться в неявном виде уравнением

$$a \cdot ch \frac{x \cos \alpha - y \sin \alpha + a \cdot Arsh(tg \alpha) + a \cdot \sin \alpha}{a} = x \sin \alpha + y \cos \alpha + a \cdot ch(Arsh(tg \alpha)) - a \cdot \cos \alpha, (3)$$

либо в параметрическом виде

$$\begin{cases} x = t \cos \alpha + a \cdot ch \frac{t}{a} \cdot \sin \alpha - a \cdot \cos \alpha \cdot Arsh(tg \alpha) - a \cdot \sin \alpha \cdot ch(Arsh(tg \alpha)), \\ y = -t \sin \alpha + a \cdot ch \frac{t}{a} \cdot \cos \alpha + a \cdot \sin \alpha \cdot Arsh(tg \alpha) - a \cdot \cos \alpha \cdot ch(Arsh(tg \alpha)) + a. \end{cases} (4)$$

Для решения задачи построения полукатеноидальных бойков ударных механизмов, представляющих собой выполненные из твердых материалов тела вращения, образующей которых является участок катены, повернутой на определенный угол, составлена компьютерная программа «Построение полукатеноидальных бойков ударных механизмов» [12]. Результаты определения форм бойков при повороте координатных осей на различные углы представлены на рисунке 5.

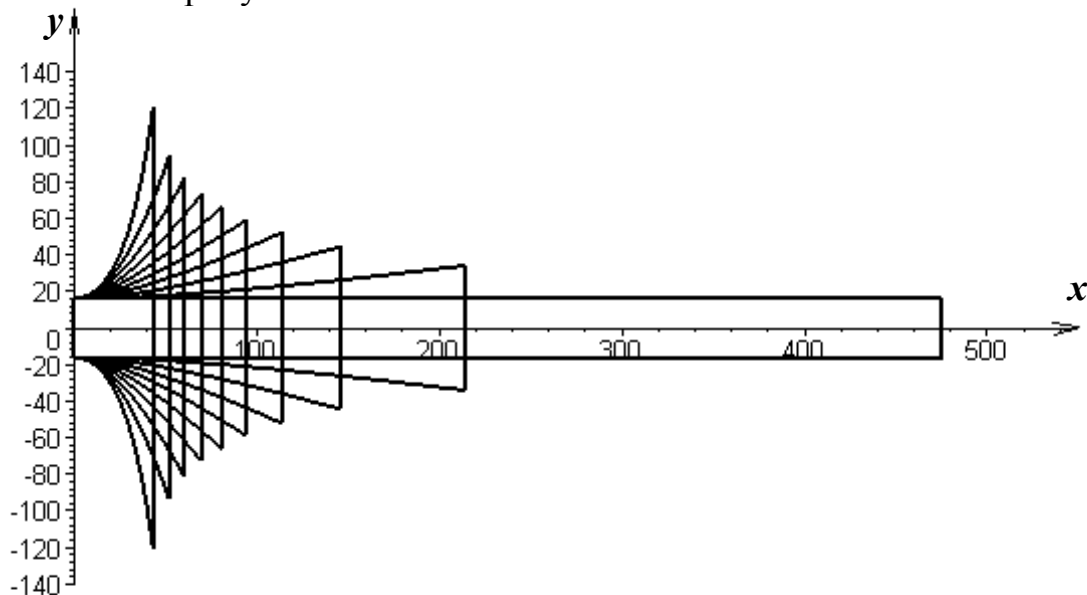


Рисунок 5 – Полукатеноидальные бойки с различными характеристиками

Форма ударного импульса, генерируемого полукатеноидальными бойками, построенными в повернутой системе координат, качественно соответствует ударному импульсу, генерируемому исходным полукатеноидальным бойком. Количественная оценка форм бойков и ударных импульсов приведена в таблице 2. Расчеты производились при следующих исходных параметрах: масса бойков  $m = 4 \text{ кг}$ , предударная скорость  $V_0 = 8 \text{ м/с}$ , диаметр ударного торца  $d_0 = 38,2 \text{ мм}$ , угол поворота координатных осей принимался в диапазоне от  $20^\circ$  до  $80^\circ$  с шагом  $20^\circ$ . Результаты расчетов для полукатеноидального бойка с углом поворота  $0^\circ$  соответствуют исходному бойку, результаты расчетов со значением угла поворота  $90^\circ$  соответствуют цилиндрическому бойку равного с волноводом сечения.



Таблица 2 – Анализ повернутых полукатеноидальных бойков

Угол поворота, $\alpha$ , °		20	40	60	80
Параметры бойка и ударного импульса	Обозначение, размерность	Величина			
		Диаметр неударного торца	$D$ , мм	176,96	143,22
Отношение диаметров	$D/d_0$	4,63	3,75	2,98	1,95
Длительность импульса, генерируемого цилиндрическим бойком равного с волноводом сечения	$t_0$ , мкс	177,8			
Время достижения максимальной амплитуды импульса	$t_{\max}$ , мкс	26,9	35,4	49,5	90,0
Длительность первой волны	$t_{нв}$ , мкс	26,9	35,4	49,5	90,0
	$t_{\max}/t_{нв}$	1,0			
Длительность импульса, генерируемого цилиндрическим бойком равного с волноводом сечения	$F_0$ , кН	188,92			
Максимальная амплитуда	$F_{\max}$ , кН	388,94	371,30	355,30	305,40
Отношение величины максимальной амплитуды импульса к величине амплитуды импульса, генерируемой цилиндрическим бойком равного с волноводом сечения	$\frac{F_{\max}}{F_0}$	2,059	1,966	1,881	1,617
Импульс силы от цилиндрического бойка равного с волноводом сечения за время $t_0$	$p_0$ , кН·мкс	33597			
Импульс силы за время $t_0$	$p$ , кН·мкс	29269	29345	29507	30128
Отношение импульса силы исследуемого бойка к импульсу силы цилиндрического бойка равного с волноводом сечения	$\frac{p}{p_0} \cdot 100$ , %	87,1	87,3	87,8	89,7

Статистический анализ обработки результатов расчетов (рисунок б) свидетельствует о том, что:

– основные параметры бойка и ударного импульса при значении угла поворота координатных осей в диапазоне  $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$  с погрешностью до 10% могут быть описаны линейными эмпирическими зависимостями

$$D/d_0 = 6,3 - 0,06\alpha; \quad t_{нв} = 18,2 - 0,5\alpha;$$

$$\frac{F_{\max}}{F_0} = 2,132 - 0,004\alpha; \quad \frac{p}{p_0} \cdot 100 = 87,0 - 0,01\alpha.$$

– при значении угла поворота, превышающем  $80^\circ$ , параметры ударного импульса ухудшаются с экспоненциальной интенсивностью, что свидетельствует о нерациональности применения полукатеноидальных бойков с углом поворота  $\alpha > 80^\circ$ .

На бойки, используемые в ударных системах технологического назначения, налагаются следующие ограничивающие условия: 1) масса  $2\text{кг} \leq m \leq 15\text{кг}$ ; 2) длина ударника  $L \leq 0,5\text{м}$ ; 3) отношение длины ударника к диаметру неударного торца  $L/D = 1 \div 2,5$ .

При решении задачи оптимизации конструктивных размеров полукатеноидальных бойков, образованных различными участками катены при повороте системы координат, за критерий оптимизации принималась функция  $\frac{F_{\max}}{F_0}(\alpha)$ , наибольшее значение которой и будет указывать на оптимум (рисунок 7).

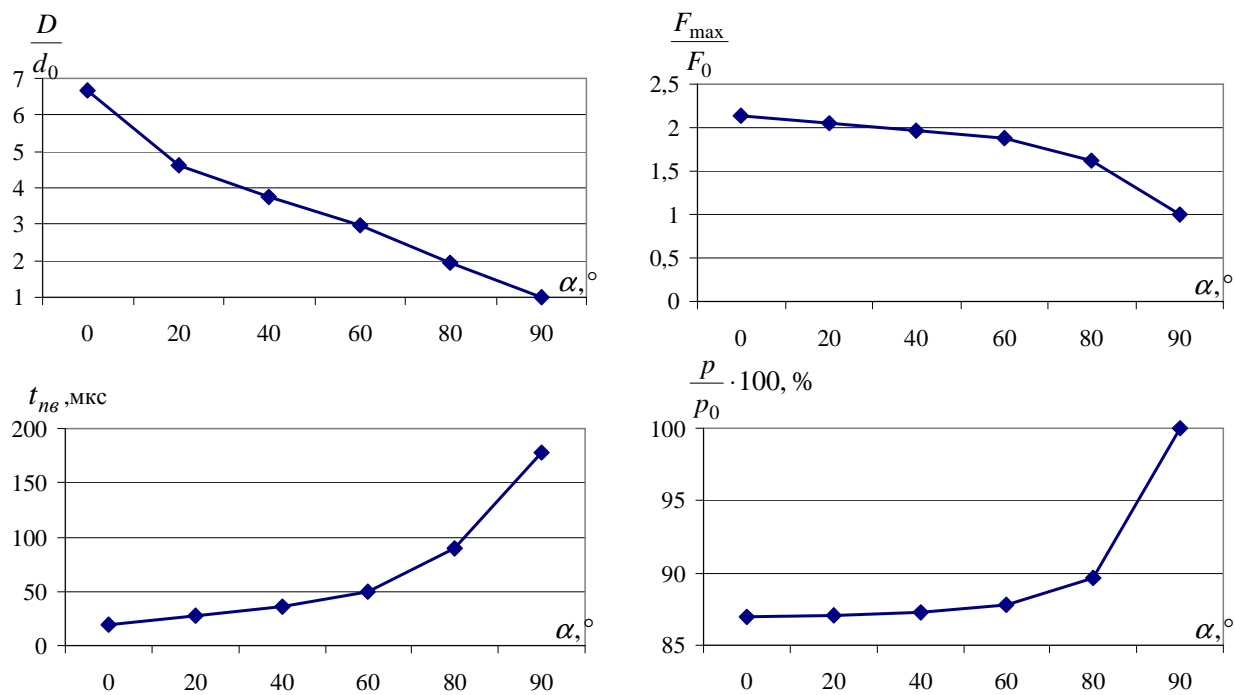


Рисунок 6 – Графики зависимостей параметров полукатеноидального бойка и генерируемого им ударного импульса от угла поворота

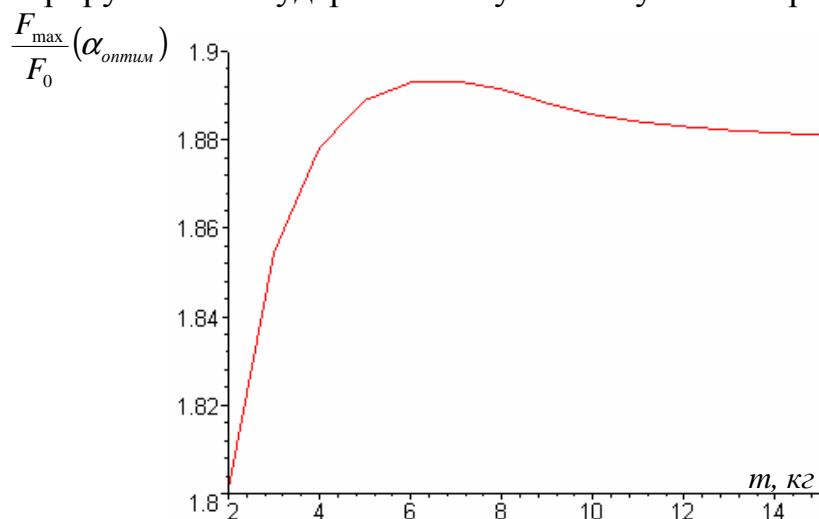


Рисунок 7 – Зависимость функции  $\frac{F_{\max}}{F_0}(\alpha_{\text{оптим}})$  от массы бойка

Можно сделать вывод, о том что наиболее рациональным будет использовать в ударных системах, применяемых для разрушения хрупких сред малой и средней крепости полукатеноидальный боёк с параметрами  $m = 6 \div 7 \text{ кг}$ ,  $\alpha = 58^\circ$ .

Вышеизложенные результаты исследований свидетельствуют о том, что применение полукатеноидальных бойков в ударных системах технологического назначения вполне целесообразно и рационально с точки зрения эффективности использования энергии удара.

### Список литературы

1. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Изд. перераб. / К.А. Семендяев, И.Н. Бронштейн. – М.: Наука, 1986. – 544 с.
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: АСТ: Астрель, 2005. – 991 с.
3. Люстерник Л.А. Кратчайшие линии. Вариационные задачи. Серия «Популярные лекции по математике», выпуск 19. – М.-Л.: Гостехиздат, 1955.
4. Математическая энциклопедия / И.М. Виноградов. – М.: Советская энциклопедия. – 1977-1985.
5. Савелов А.А. Плоские кривые. Систематика, свойства, применения – М.: Изд-во Физматлит, 1960. – 294 с.
6. Энциклопедический словарь Ф.А. Брокгауза и И.А. Ефрона. – С.-Пб.: Брокгауз-Ефрон, 1890-1907.
7. Жуков И.А. К исследованию формирования ударного импульса в буровой штанге при ударе по ней катеноидальным бойком // Наука и молодежь: проблемы, поиски, решения: Труды региональной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Новокузнецк: СибГИУ, 2001. – С. 288-289.
8. Дворников Л.Т. Продольный удар полукатеноидальным бойком: Моногр. / Л.Т. Дворников, И.А. Жуков. – СибГИУ, Новокузнецк. – 2006. – 80 с.
9. Свидетельство №2007613024. Анализ форм бойков ударных механизмов / Дворников Л.Т., Жуков И.А. (РФ) – №2007611961; поступление 18.05.2007; зарегистр. 11.07.2007.
10. Мясников А.А. Импульс, генерируемый в полубесконечном стержне ударом бойка с образующей в виде гиперболического косинуса // Современные проблемы механики сплошной среды: Тр. междунар. науч. конф. – НАН КР.-Б., 2012. – С. 394-398.
11. Патент №2182953 РФ, МПК E21B1/38, B25D17/02. Способ образования видов катеноидных бойков ударных механизмов / Дворников Л.Т., Жуков И.А., Стипанов А.Г. (РФ) – №2000132024/03; приоритет от 20.12.2000; опубл. 27.05.2002; Бюл. №15.
12. Свидетельство №2012612133. Построение полукатеноидальных бойков ударных механизмов / Жуков И.А., Дворников Л.Т. (РФ) – №2011660044; поступление 26.12.2011; зарегистр. 24.02.2012.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ В СИСТЕМЕ T-FLEX НА ПРИМЕРЕ РЕШТАЧНОГО СТАВА ЗАБОЙНОГО КОНВЕЙЕРА

*Варнава А.В.*

*Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк*

T-Flex CAD представляет собой полнофункциональную систему автоматизированного проектирования, обладающую всеми современными средствами разработки проектов любой сложности. Система объединяет мощные параметрические возможности трёхмерного моделирования со средствами создания и оформления конструкторской документации.

Наряду с широкими возможностями, в T-Flex CAD существует группа команд, предназначенных для проектирования сварных соединений. С их помощью можно создавать на 2D чертеже или 3D модели различные виды стандартных или нестандартных сварных швов, автоматически наносить обозначения и составлять таблицы.

T-Flex CAD позволяет создавать три вида взаимосвязанных элементов, предназначенных для проектирования сварных соединений: типы швов, сварные швы и обозначения.

Тип сварного шва – особый элемент, хранящий в себе характеристики (описание, наименование, стандарт, геометрические параметры) шва, используемого в текущем документе. В одном документе может содержать несколько типов швов.

После вызова команды “Создать тип сварного шва” появляется диалоговое окно, в котором выбираются параметры для создаваемого типа соединения. В данном диалоге необходимо сначала указать стандарт создаваемого шва (ГОСТ, ANSI/AWS A2.4, ISO 2553, OCT, СТП) и его номер. Выбранный стандарт будет определять остальное содержимое диалога (рисунок 1).

После задания вышеописанных параметров в окне просмотра отразится условная схема выбранного сварного соединения. В дополнительных полях задается:

- номер типа шва – устанавливается системой автоматически, но при необходимости пользователь может задать другое значение;
- расположение элементов шва – “Сплошной”, “С цепным расположением”; для некоторых типов сварных соединений будет также доступен вариант “С шахматным расположением”;
- размеры катета, шага и провариваемого участка – доступность этих параметров зависит от значений предыдущих условий.

Для создания нестандартного типа сварного шва необходимо выбрать в выпадающем списке параметра “Номер” вариант “Нестандартный”. В этом случае значения всех параметров задаются произвольно.

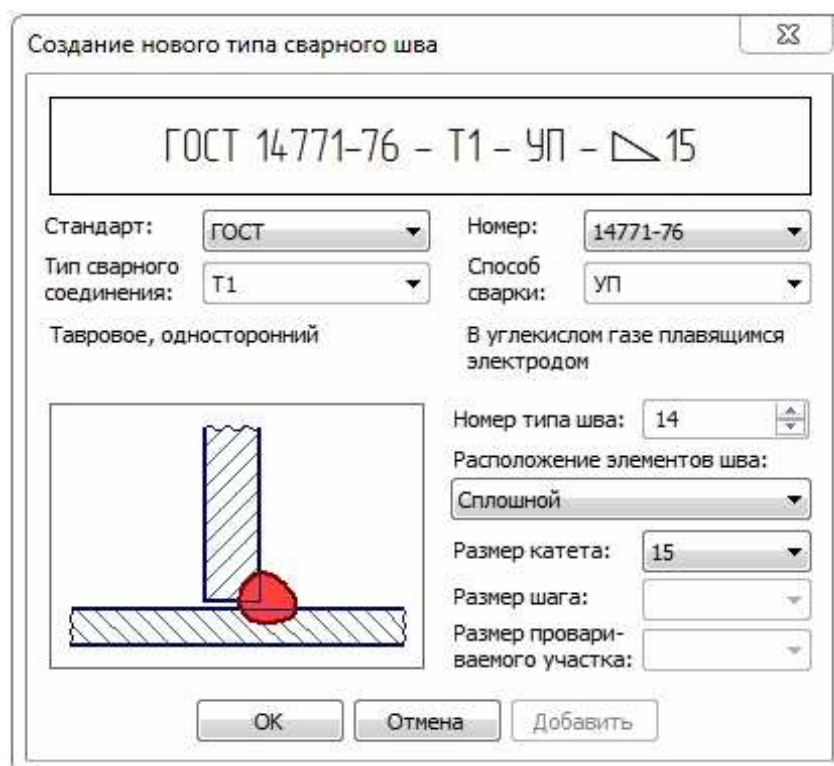


Рисунок 1 – Создание нового типа сварного шва

Сварной шов – элемент, определяющий имеющееся в данной 3D модели сварное соединение. При создании сварного шва указывается, к какому из заданных в данном документе типов швов он относится. Таким образом определяются основные характеристики создаваемого шва – они будут взяты из параметров указанного типа. На сборке место сварки обозначается специальным «декоративным» телом с характерной текстурой (рисунок 2).

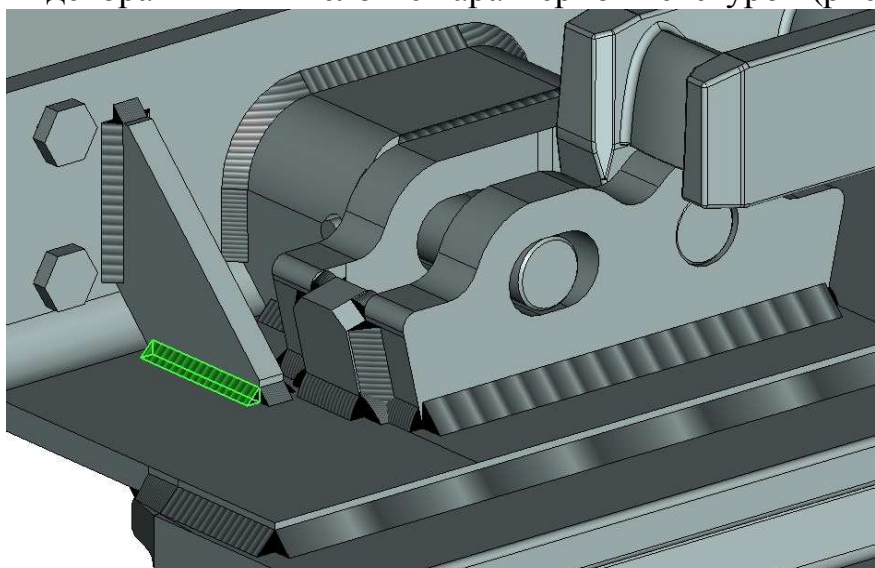


Рисунок 2 – Сварной шов

Обозначение сварного шва – это специальный элемент типа “Надпись”, который служит для обозначения сварного шва на чертеже. Обозначение формируется автоматически на основе параметров указанного сварного шва (рисунок 3).

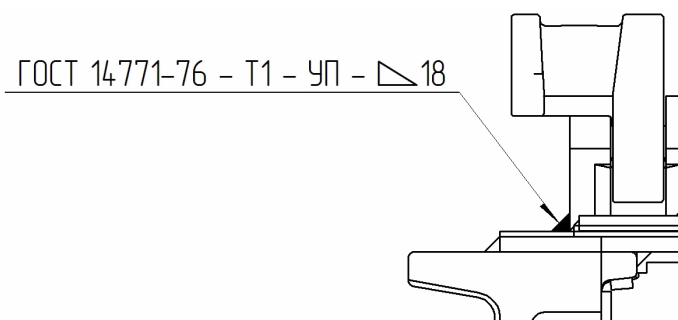


Рисунок 3 – Обозначение шва

По созданным в документе сварным швам можно создать таблицу, представляющую собой текстовый отчет о параметрах сварных соединений. Содержимое таблицы (имеющиеся типы швов, количество швов каждого типа, суммарная длина швов каждого типа) создается автоматически, она может быть создана как в текущем документе, так и экспортирована в документ Excel.

Таким образом, моделирование сварных швов обеспечивает не только визуальное отображение, но и позволяет проводить исследования напряженно-деформированного состояния сложных механических конструкций. К примеру, в рамках договора №26-11 от 25.05.2011г. между СибГИУ и ОАО «Анжеромаш» решалась проблема совершенствования механических конструкций элементов забойного оборудования. Одной из первых решаемых задач является моделирование сварных соединений.

Всего в конструкции рештачной секции става шахтного скребкового конвейера было создано 243 сварных соединения, отдельные сведения по которым представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Сведения о сварных швах

№ шва	Кол-во швов	Обозначение шва	Суммарная длина, мм
1	2	ГОСТ 14771-76-Т8-УП	144
2	29	ГОСТ 14771-76-Т1-УП- $\nabla$ 15	4404
3	27	ГОСТ 14771-76-Т1-УП- $\nabla$ 18	2767
4	3	ГОСТ 14771-76-Т1-УП- $\nabla$ 8	1497
5	8	ГОСТ 14771-76-С15-УП	2420
6	3	ГОСТ 14771-76-У6-УП	302
7	2	ГОСТ 14771-76-Т1-УП- $\nabla$ 20	2930
8	48	ГОСТ 14771-76-Т1-УП- $\nabla$ 10	3646
9	32	ГОСТ 14771-76-Т1-УП- $\nabla$ 12	3217
10	12	ГОСТ 14771-76-Т1-УП- $\nabla$ 5	1556
11	12	ГОСТ 14771-76-Т1-УП- $\nabla$ 6	528

Наличие трехмерной твердотельной модели конструкции, содержащей сварные соединения, позволяет производить оценку ее прочностных характеристик с помощью метода конечных элементов, рассматривая модель как сборочную единицу с условиями ограничения в виде контактов свариваемых поверхностей деталей через сварные швы.

## ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МЕТОДОЛОГИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЛЕСНЫХ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

*Казаков Н.В.*

*Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск*

Условия функционирования лесных машин и требования к ним существенно изменились в последнее десятилетие. Этому есть ряд объяснений. Запасы транспортно доступных лесов неуклонно смещаются на крутые склоны (в горы), где современные машины не могут работать либо в силу законодательных запретов или по конструктивным возможностям. Данные обстоятельства привели к тому, что лесопромышленники вынуждены вернуться к применению ручного труда, причем на всех стадиях лесопользования. Естественное снижение в таких условиях производительности и повышение травмоопасности приводит к подрыву экономики лесопромышленных предприятий и к разорению мелких лесопользователей.

Существующая в лесной отрасли техника представляет собой модификации прототипов, созданных в 50-70-е годы прошлого столетия. Поверхностный анализ показывает, что машины весом десятки тонн обслуживающие рабочий орган весом в сотни килограммов применяются не только в лесной промышленности. Такой подход к проектированию лесных машин и механизмов практически исчерпал свой потенциал. Отмеченные аспекты данных проблем выдвигают принципиально новые требования к проектированию машин для современного промышленного лесопользования.

Для решения комплекса проблем проектирования лесных машин и механизмов предложен модифицированный метод структурно-параметрического синтеза на базе задач оптимального управления, основанный на поиске эффективных решений с использованием алгоритмов классификации и многокритериальной оптимизации. Выбор такого подхода к методологии проектирования лесных машин не случаен, т.к. современное промышленное лесопользование изобилует множеством факторов, по сложности сравнимых с задачами многокритериальной оптимизации сложных систем.

Математическая постановка задачи поиска эффективных совокупностей элементов структуры  $j$ -ТП (технологических процессов лесопромышленного производства) и значений параметров  $k$ - СММ (узлы систем машин и механизмов) сводится к минимизации векторного критерия и детально представлена в работах авторского коллектива [1,2].

$$(\exists) \Xi = \varphi(F_1, \dots, F_i), \quad (1)$$

где  $F_1, \dots, F_i$  – глобальные диапазоны целевых функционалов.

Однако, экспериментальный поиск эффективных структур техники и ее параметров для конкретных условий эксплуатации показал, что полученные результаты требуют эвристической доработки. Неопределенность полученных результатов объясняется количественно большим информативным множеством,

необходимым для описания функционирования технической системы лесных машин, их структуры и параметров. Далеко не всегда можно однозначно распознать, прогрессивны или регрессивны будут найденные решения. Поэтому для достижения конечной цели исследований возникла необходимость изменить стандартную поставку задачи формализации связки: процессы технологии лесопромышленного производства - структура и параметры техники в условиях их функционирования.

Сам процесс формализации указанной выше связки, отождествляющей происходящие качественные изменения предмета труда, продуктивно представить в виде вектор-операций, а совокупность его реализаций – в виде графа операций [3].

В данной работе функционирование систем лесных машин в процессе лесопромышленного производства было описано в виде функционального графа, узлы которого отображают состояние предмета труда (ПТ) – «дерева» – в процессе его качественного преобразования, а дуги графа соответствуют способам воздействия на него (рисунок 1). Граф описывает совокупность технологических переходов (операций), каждый из которых может быть осуществлен по одному из принципов (способов) рядом технических устройств, характеризуемых перечнем конструктивных и технологических параметров.

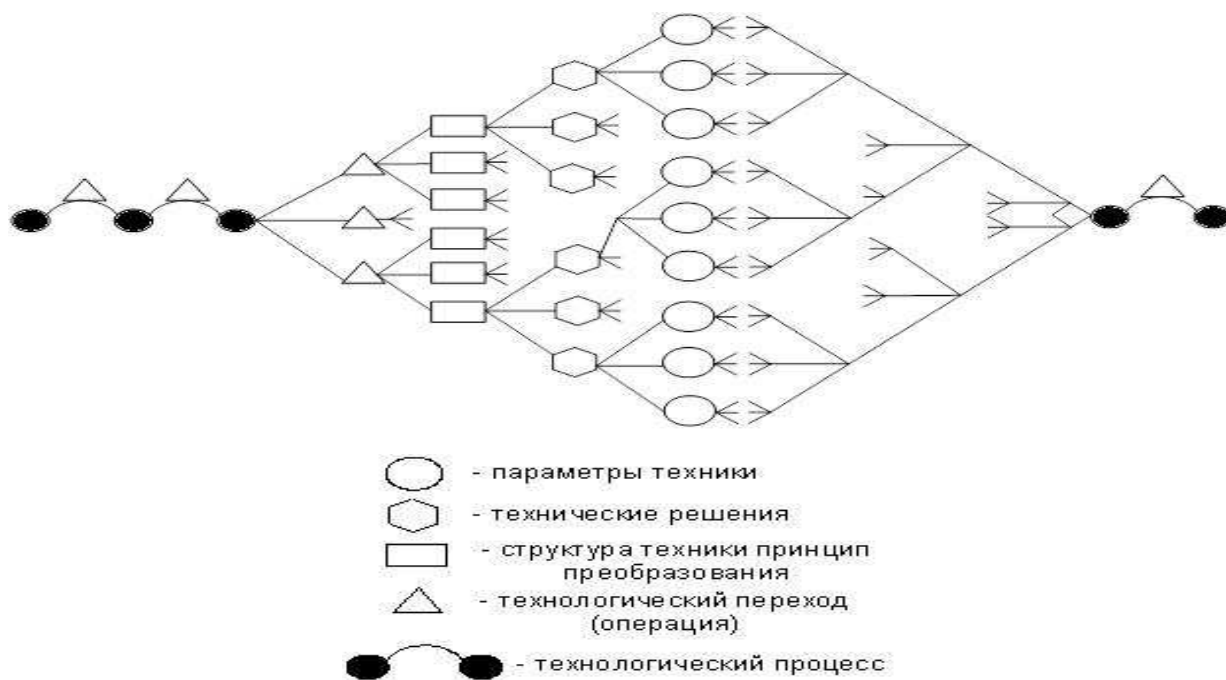


Рисунок 1 – Функциональный граф процессов

Указанная конфигурация графа позволяет связать в единое целое структуру и параметры лесных машин, которые оказывают непосредственное воздействие на лесную среду. Данное описание позволяет свести способы воздействия лесных машин в процессе выполнения технологических операций к чередующимся воздействиям: изменению состояния предмета труда (качественное преобразование (частный пример – разрушение)) и его перемещению в пространстве. Причем, качественное преобразование ПТ может



осуществляться как естественным образом во времени (например, рост дерева), так и (или) под внешними воздействиями (рубка или посадка леса, пожар и т.п.). Тогда, технологический переход "растущее дерево – дерево отделенное" соответствует технологической операции отделения стоящего дерева от корня. Отделение может осуществляться по нескольким принципам различными режущими инструментами: бесстружечное резание плоскими или клиновидными ножами, пиление цепью и др. Способ пиления цепной шиной, в свою очередь, реализован в ряде устройств различной степени сложности, например, в бензодвигательной пиле, или в захватно-срезающем устройстве лесного комбайна, имеющих свои конструктивно-технологические параметры.

Описание технологических процессов лесопромышленного производства осуществлено с использованием аппарата теории булевых функций [3] применительно к большим системам [4]. При формировании булевой таблицы истинности была использована модифицированная матрица состояний предмета труда на лесосеке [1], в строках которой указывается качественное состояние предмета труда, а в столбцах – типовое разнообразие состояний ПТ в пространстве (местонахождение ПТ – дерево у пня, хлыст на машине и т.д.). Элементу матрицы присваивается значение единицы в том случае, если ПТ соответствующей строки находится в состоянии, соответствующем столбцу матрицы, иначе элемент матрицы равен нулю. Указанная матрица представляет перечень состояний ПТ и позволяет сгенерировать таблицу, потенциально содержащую теоретически возможные совокупности технологических операций в процессе воздействия на ПТ.

Однако булевы функции, зависящие от большого числа переменных, неудобно задавать в виде таблицы истинности в силу ее громоздкости. В целях сокращения размерности таблицы истинности предложено провести преобразования указанных описаний. Вначале назовем указанные абстрактные совокупности ( $Y_p$ ) цепочками состояний предмета труда (ЦСПТ). Предварительный анализ массива ЦСПТ показал, что они коррелируют между собой, коэффициенты корреляции лежат в пределах 0,01-0,32 [1], поэтому первоначальные совокупности ( $Y_p$ ) путем линейных преобразований сворачивались в новое пространство независимых признаков  $F$ .

$$F=OY \quad (2)$$

где  $O$  – матрица преобразований (в нашем случае матрица факторных нагрузок). Матрица  $O$  выбиралась таким образом, чтобы обеспечить декоррелируемость признаков  $F$ .

Затем полученная система координат вращается вокруг изображения гиперточек ЦСПТ в направлении максимизации их концентрации и плотности, что позволяет получить булево уравнение реализуемости совокупностей технологических операций.

В завершении следует отметить, что реализовать поиск эффективных совокупностей элементов структуры  $j$ -ТП и значений параметров  $k$ - СММ для заданных условий, в нашем случае оказалось возможным только с применением методов алгоритмического моделирования [5, 6]. Один из блоков представлен в программном комплексе автора [7], а результаты исследований

выразились в оформлении и подаче восьми заявок на изобретение РФ, по двум из которых получены положительные решения экспертизы ФИПС.

### **Выводы**

1. Для получения формализованных описаний процессов промышленного лесопользования необходимо их рассматривать как единую взаимосвязанную систему, включающую описание следующих объектов: условия функционирования, структуру техники и оборудования, их параметры и характер воздействия на окружающую среду.

2. Функционирование систем лесных машин и оборудования должно оцениваться по комплексу критериев. Эффективность технологических процессов лесопользования предприятия должна рассматриваться как определенный компромисс в решении данного комплекса задач.

3. Представленный подход к методу структурно-параметрического синтеза является сугубо прикладным, поскольку насыщен узкоспециальными ограничениями, условиями и особенностями, присущими в проектировании и эксплуатации лесных машин.

### **Список литературы**

1. Рябухин П.Б. Комплексная модель для решения задачи структурно-параметрического синтеза систем лесозаготовительных машин / П.Б. Рябухин, Н.В. Казаков // Системы. Методы. Технологии. – 2009. – №2. – С. 42-44.
2. Рябухин П.Б., Ковалев А.П., Казаков Н.В., Луценко Е.В. Лесозаготовки на Дальнем Востоке – состояние и перспективы. – Хабаровск: Изд-во ФГУ ДальНИИЛХ, 2010. – 283 с.
3. Абрахамс. Дж. Анализ электрических цепей методом графов / Дж. Абрахамс, Дж. Каверзи // М., 1976. – 176 с.
4. Закревский А.Д. Решение больших систем логических уравнений. — Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 2009. – 96 с.
5. Дискретная математика для программистов / Ф.А. Новиков. – СПб: Питер, 2000. – 304 с.
6. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. – М.: Издательство МАИ, 1992.
7. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011615126. Программный комплекс автоматизированного расчета, оптимизации и прогнозирования применимости лесозаготовительных систем машин и технологий: «predic applic 1.0» / Казаков Н.В., Садетдинов М.А. – зарегистрировано 29.06.2011.

## ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

*Бояринов М.Г., Зыкин С.А.*

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
Лысьвенский филиал, Лысьва*

Цель работы – анализ точности численного определения собственных частот элементов конструкций, деталей машин, приборов, аппаратуры и прочих элементов. Для достижения указанной цели сделаны техническая и математическая постановки задачи, обоснован выбор инструментария для ее решения, выполнен ряд вычислительных экспериментов и определены погрешности результатов численных расчетов с использованием точных решений рассматриваемых задач.

Современное программное обеспечение (ANSYS, SolidWorks и проч.), предназначенное для выполнения вычислительных экспериментов, в ходе которых определяется напряженно-деформированное состояние строительных конструкций, машин и приборов, основывается на фундаментальных законах физики и механики, использует современный аппарат численного решения дифференциальных уравнений математической физики, что позволяет с высокой степенью достоверности и точности описывать механические, электрические, магнитные и прочие процессы в механических объектах, деталях и конструктивных элементах механизмов и машин, в том числе электродвигателей. Компьютерное моделирование с использованием современных коммерческих пакетов прикладных программ позволяет обоснованно отказаться от проведения дорогостоящих натурных испытаний различных двигателей в пользу проведения вычислительных экспериментов.

ANSYS – универсальная программная система, предназначенная для решения прикладных задач в различных областях инженерной деятельности (прочность конструкций, термодинамика, механика жидкостей и газов, электромагнетизм), включая связанные междисциплинарные задачи (термопрочность, магнитоупругость и т. п.).

Для оценки точности результатов моделирования выполнено сравнение результатов вычислительных экспериментов с известными точными решениями задачи об изгибных колебаниях прямолинейной балки длиной  $L = 0,5$  м квадратного поперечного сечения с размерами  $b = h = 0,01$  м (рисунок 1), изготовленной из стали с плотностью  $\rho = 7850$  кг/м<sup>3</sup>, модулем Юнга  $E = 200$  ГПа и коэффициентом Пуассона  $\mu = 0,3$ .

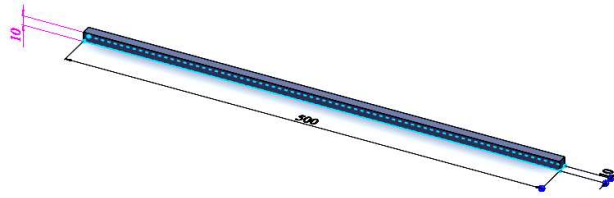


Рисунок 1 – Расчётная схема балки (размеры указаны в мм)

Изгибные колебания упругой балки, защемленной с двух сторон, описываются дифференциальным уравнением [1]

$$EJ \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

с начальными условиями

$$u|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0 \quad (2)$$

и граничными условиями

$$u|_{z=0} = 0, \quad u|_{z=l} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z}|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z}|_{z=l} = 0, \quad (3)$$

соответствующими жесткому закреплению балки при  $z = 0$  и  $z = l$ . Здесь  $J$  – момент инерции поперечного сечения,  $m_0$  – погонная масса балки. Значения низших частот, определяемых точным решением этой задачи, представлены в таблице

Точные значения первых (низших) собственных частот колебаний балки, защемленной на концах

Показатель	Значения частот				
	1	2	3	4	5
Частота, Гц	207,535	572,059	1121,516	1853,935	2769,458

Для расчета частотных характеристик рассматриваемой балки используется блок модального анализа программного комплекса ANSYS [2]. Вычислительные эксперименты выполнены для различных вариантов разбиения области, занятой балкой, на конечные элементы: гексаэдральные элементы – с характерными размерами элементов 2, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 мм; балка разбита соответственно на 6250, 2672, 400, 336, 288, 252, 224 элементов; тетраэдральные элементы – с теми же характерными размерами элементов; балка разбита соответственно на 7074, 2258, 618, 520, 447, 405, 362 элементов.

В качестве меры отклонения результатов компьютерного моделирования от точного решения использовалась относительная погрешность численного решения. На рис. 2 представлены результаты компьютерного моделирования низших частот колебаний балки, защемленной с двух сторон, при аппроксимации исследуемой области тетраэдральными (рисунок 2,а) и гексаэдральными (рисунок 2,б) элементами.

Результаты, представленные на рисунке 2, показывают, что зависимость погрешности от размера и, следовательно, количества конечных элементов

является существенной. Во всех случаях погрешность не превысила 2,2%, что является допустимым для данного программного обеспечения [3].

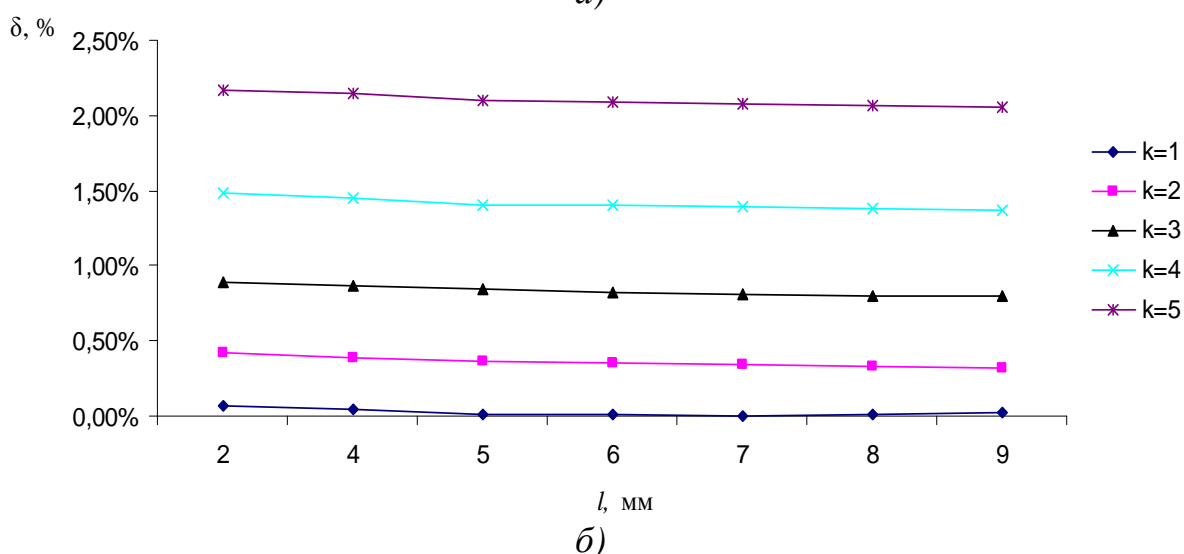
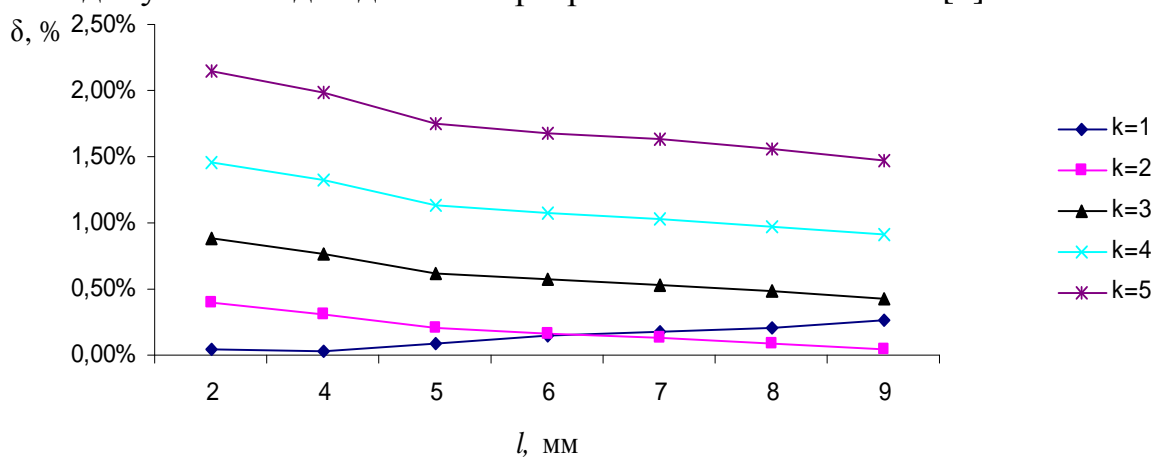


Рисунок 2 – Зависимость погрешности  $\delta$  компьютерного моделирования низших частот ( $\diamond$  – 1-я,  $\square$  – 2-я,  $\Delta$  – 3-я,  $\times$  – 4-я,  $\circ$  – 5-я) изгибных колебаний балки в зависимости от характерных размеров  $l$  тетраэдральных (а) и гексаэдральных (б) конечных элементов, аппроксимирующих область, занятую балкой

### Список литературы

1. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М: Высшая школа, 1980. – 408 с.
2. Огородникова О.М. Модальный анализ: учеб. пособие. – Екатеринбург, 2009. – 20 с.
3. А.с. Российская академия архитектуры и строительных наук. Свидетельство о верификации программного средства ANSYS Mechanical, применяемого для решения задач теории поля и расчета статического и динамического напряженно-деформированного состояния зданий, сооружений и конструкций /ЗАО НИЦ СтаДиО, ГОУ ВПО МГСУ(Россия). – № 02/ANSYS/2009; заявитель ООО «ЕМТ Р», ЗАО НИЦ СтаДиО, ГОУ ВПО МГСУ(Россия), ООО «ГК Техстрой»; опубл. 10.06.2009.

## ОПРЕДЕЛИМОСТЬ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ И ОДНИМ ВХОДОМ

*Иванов К.С.*

*Казахский институт механики и машиноведения  
им. акад. У.А. Джолдасбекова,*

*Алматинский университет энергетики и связи; Алматы, Казахстан*

**Аннотация.** Кинематическая цепь с двумя степенями свободы и одним входом, содержащая замкнутый контур, является механизмом. Работа посвящена раскрытию геометрической связи параметров кинематической цепи с замкнутым контуром и изложению сущности парадокса теории механизмов в геометрической и аналитической форме.

**Ключевые слова:** две степени свободы, замкнутый контур, определимость.

### Введение

Определимость кинематической цепи с двумя степенями свободы, имеющей только один вход, является парадоксом теории механизмов и машин.

Парадокс теории механизмов и машин связан с появлением информации об использовании кинематической цепи с двумя степенями свободы и одним входом для достижения саморегулирования или силовой адаптации. Согласно теории механизмов и машин [1] число степеней свободы механизма должно быть равно числу входных звеньев. Однако в последнее время появились патенты и публикации с описанием саморегулирующегося механизма в виде двух подвижной кинематической цепи с замкнутым контуром. Возможность определимости двух подвижной кинематической цепи с одним входом составляет парадокс теории механизмов и машин.

Впервые возможность практического использования механизма с двумя степенями свободы и одним входом была представлена в патенте на без реактивный двигатель [2] в 1980 году.

В патентах Крокета С. [3] и Волкова И. [4] представлена идея создания бесступенчато регулируемой передачи с постоянным зацеплением зубчатых колес в виде гидродинамического преобразователя и зубчатого дифференциала с двумя степенями свободы. Механизм с двумя степенями свободы и одним входом в виде зубчатого дифференциала представлен в патенте Д. Харриса [5]. В патентах Иванова К.С. [6 - 9] представлены различные варианты конструкций зубчатой адаптивной передачи в виде зубчатого дифференциала с двумя степенями свободы.

Впервые доказательство определимости движения двух подвижного механизма с одним входом было представлено Ивановым К.С. в 1995 году [10]. В последующих работах Иванов К.С. приводил доказательство определимости движения двух подвижного механизма на основе использования принципа возможных перемещений [11-13]. В работах [14 - 15] была теоретически

обоснована дополнительная связь между звеньями двух подвижного механизма, если он имеет замкнутый контур. Дальнейшее развитие теория адаптивных механизмов получила в работах [17, 18].

Настоящая работа посвящена поиску геометрического образа дополнительной связи и доказательству существования дополнительной связи, вызывающей парадокс теории механизмов. Работа выполнена на основе закономерностей механики и теории механизмов и машин.

### **Исследование движения кинематической цепи с двумя степенями свободы с помощью картины скоростей**

Исследуемая кинематическая цепь имеет вид зубчатого дифференциала с двумя степенями свободы (рисунок 1). Дифференциал содержит стойку 0, водило  $H_1$ , сателлит 2, блок центральных колес 1-4, блок эпициклических (кольцевых) колес 3-6, сателлит 5 и водило  $H_2$ . Зубчатые колеса образуют четырехзвенный замкнутый контур 1-2-3-6-5-4. Размеры зубчатых колес 1, 2, 3, 4, 5, 6 определяются соответствующими радиусами  $r_i$   $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ . Радиусы водил  $r_{H1} = r_1 + r_2$ ,  $r_{H2} = r_4 + r_5$ .

Справа от механизма представлена картина скоростей  $V_i$   $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  звеньев механизма. Линейные скорости  $V_i$  выражаются через угловые скорости  $\omega_i$  по формуле  $V_i = \omega_i r_i$ . Линейные скорости водил  $V_{Hi} = \omega_{Hi} r_{Hi}$ ,  $i = 1, 2$ .

Начальная картина скоростей показана сплошными линиями. Промежуточная картина скоростей показана пунктирными линиями. Угловая скорость водила  $H_1$  определяется линией  $Ab$ . Угловая скорость сателлита 2 представлена наклонной линией, проходящей через точку  $b$ , соответствующую точке  $B$  водила  $H_1$ . Угловая скорость сателлита 5 представлена наклонной линией, проходящей через точку  $k$ , соответствующую точке  $K$  водила  $H_2$ .

Промежуточная картина скоростей механизма представлена пунктирными линиями. Точка  $S_5$  пересечения линии  $eg$  угловой скорости сателлита 5 с линией  $Ab$  угловой скорости водила  $H_1$  является мгновенным центром  $S_5$  вращения сателлита 5 относительно водила  $H_1$ . Докажем, что мгновенный центр  $S_5$  вращения сателлита 5 будет занимать неизменное положение на линии  $Ab$  угловой скорости водила  $H_1$ .

**Теорема.** В дифференциальном зубчатом механизме, содержащем два водила, два сателлита и два блока центральных колес, сателлит имеет постоянный мгновенный центр относительного поворота на противоположном водиле.

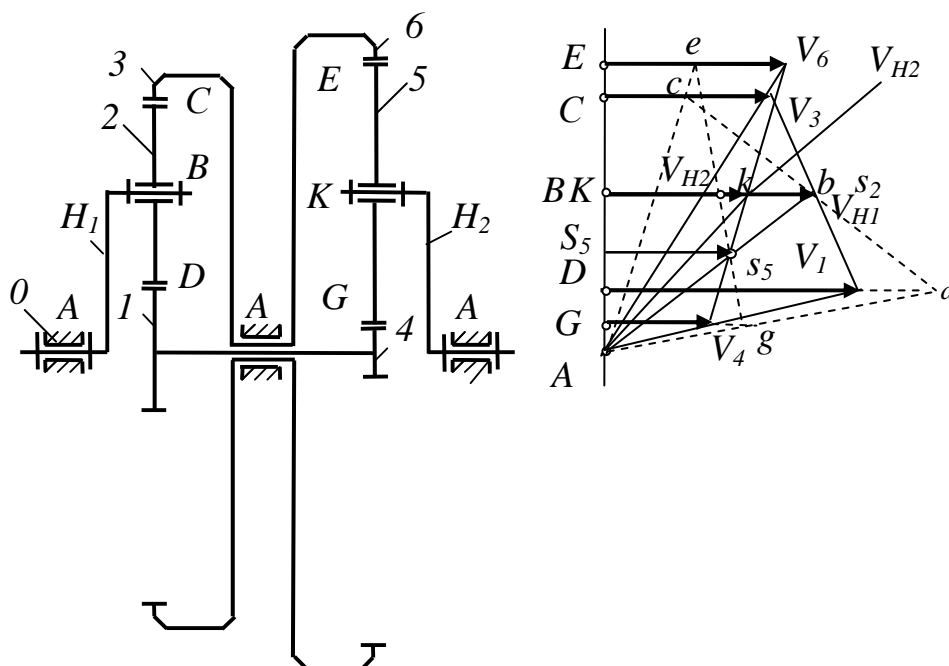


Рисунок 1 – Зубчатый дифференциальный механизм и картина его скоростей

Для доказательства рассмотрим сначала картину скоростей кинематической цепи в обратном движении при неподвижном водиле  $H_1$  (рисунок 2). При неподвижном водиле  $H_1$  линейная скорость  $V_{H1} = 0$ . Мгновенный центр вращения  $S_2$  сателлита 2 совпадает с точкой  $B$ . Проводим линию  $cS_2d$  угловых скоростей сателлита 2. Проводим линию  $Ac$  угловых скоростей звена 3-6 и находим на ней точку  $e$ , определяющую скорость  $V_6$  точки  $E$  механизма. Проводим линию  $Ad$  угловых скоростей звена 1-4 и находим на ней точку  $g$ , определяющую скорость  $V_4$  точки  $G$  механизма. Проводим линию  $eg$  угловых скоростей сателлита 5. Точка пересечения  $S_5$  линии  $eg$  с вертикальной линией нулевых скоростей является мгновенным центром вращения сателлита 5. Точка  $S_5$  является одновременно мгновенным центром поворота сателлита 5 относительно неподвижного водила  $H_1$ . Положение точки  $S_5$  (размер  $y = BS_5$ ) может быть однозначно определено через геометрические параметры механизма.

Промежуточная картина скоростей механизма представлена пунктирными линиями. Точка  $S_5$  пересечения линии  $eg$  угловой скорости сателлита 5 с линией  $Ab$  угловой скорости водила  $H_1$  является мгновенным центром  $S_5$  вращения сателлита 5 относительно водила  $H_1$ . Докажем, что мгновенный центр  $S_5$  вращения сателлита 5 будет занимать неизменное положение на линии  $Ab$  угловой скорости водила  $H_1$ .

**Теорема.** В дифференциальном зубчатом механизме, содержащем два водила, два сателлита и два блока центральных колес, сателлит имеет постоянный мгновенный центр относительно поворота на противоположном водиле.



Для доказательства рассмотрим сначала картину скоростей кинематической цепи в обратном движении при неподвижном водиле  $H_1$  (рисунок 2). При неподвижном водиле  $H_1$  линейная скорость  $V_{H1} = 0$ . Мгновенный центр вращения  $S_2$  сателлита 2 совпадает с точкой  $B$ . Проводим линию  $cS_2d$  угловых скоростей сателлита 2. Проводим линию  $Ac$  угловых скоростей звена 3-6 и находим на ней точку  $e$ , определяющую скорость  $V_6$  точки  $E$  механизма. Проводим линию  $Ad$  угловых скоростей звена 1-4 и находим на ней точку  $g$ , определяющую скорость  $V_4$  точки  $G$  механизма. Проводим линию  $eg$  угловых скоростей сателлита 5. Точка пересечения  $S_5$  линии  $eg$  с вертикальной линией нулевых скоростей является мгновенным центром вращения сателлита 5. Точка  $S_5$  является одновременно мгновенным центром поворота сателлита 5 относительно неподвижного водила  $H_1$ . Положение точки  $S_5$  (размер  $y = BS_5$ ) может быть однозначно определено через геометрические параметры механизма.

Определим положение точки  $S_5$ , используя подобие треугольников.

Последовательность составления уравнений соответствует последовательности геометрических построений картины скоростей на рисунке 2.

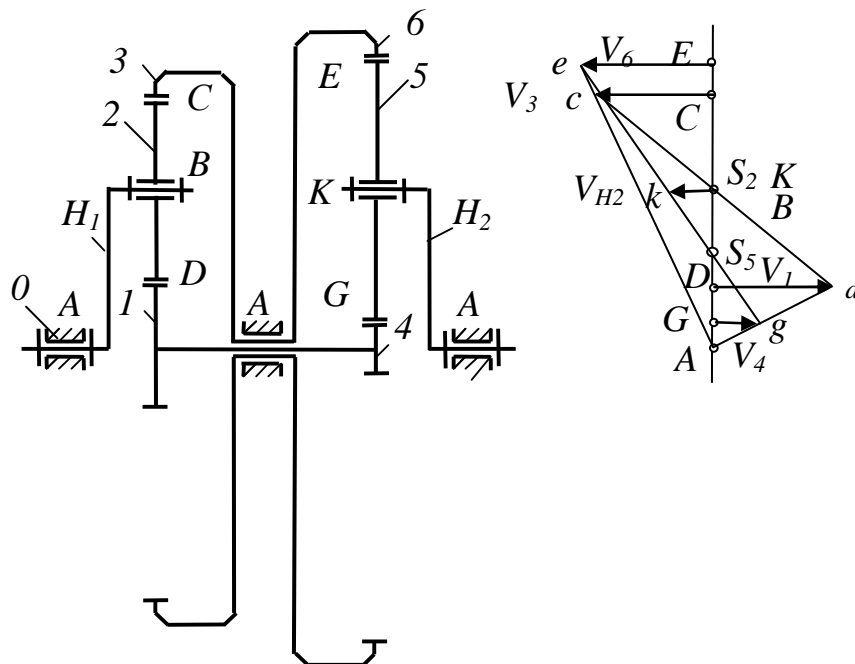


Рисунок 2 – Зубчатый дифференциальный механизм и картина скоростей механизма в обратном движении при неподвижном входном водиле

$$1) \frac{Cc}{Ee} = \frac{r_3}{r_6}, \quad \frac{Dd}{Gg} = \frac{r_1}{r_4}. \text{ Так как } Cc = Dd, \text{ то}$$

$$\frac{Ee}{Gg} = \frac{r_1 r_6}{r_3 r_4}. \quad (1)$$

$$2) \frac{Kk}{Ee} = \frac{y}{r_5 + y}, \quad \frac{Kk}{Gg} = \frac{y}{r_5 - y}. \text{ Отсюда}$$



Найденная закономерность позволяет построить условный заменяющий механизм с одной степенью свободы (рисунок 3). В заменяющем механизме выходной сателлит выполнен в виде блока колес 5-7 и присоединен высшей кинематической парой, совпадающей с мгновенным центром относительного вращения  $S_5$ , к зубчатому венцу 8 на входном водиле  $H_1$ . Условный механизм будет двигаться как одно целое без относительной подвижности колес в замкнутом контуре. Однако картина скоростей (рисунок 1) допускает для заменяющего механизма относительное движение звеньев. Следовательно, конструктивная дополнительная связь в виде зацепления зубчатых колес 7, 8 условного заменяющего механизма является пассивной.

### Силовой анализ кинематической цепи с двумя степенями свободы

Рассматриваемая кинематическая цепь с двумя степенями свободы содержит два звена, имеющих обобщенные координаты (водила  $H_1$  и  $H_2$ ) и присоединенный к ним замкнутый контур, содержащий зубчатые колеса 1-2-3-6-5-4, имеющий нулевую подвижность.

Постановка задачи: Даны две обобщенные силы (моменты сил на водилах  $H_1$  и  $H_2$ )  $M_{H1}, M_{H2}$ . Определить реакции в кинематических парах.

Решение. 1) Со стороны водил  $H_1$  и  $H_2$  на сателлиты 2 и 5 замкнутого контура передаются реакции

$$R_{H1} = M_{H1} / r_{H1}, \quad R_{H2} = M_{H2} / r_{H2}. \quad (4)$$

2) На сателлит 2 действует реакция  $R_{H1}$  в точке  $B$  и реакции  $R_{12} = R_{32} = R_{H1} / 2 = M_{H1} / 2r_{H1}$  в точках  $D$  и  $C$ .

Условие равновесия сателлита 2 представим в виде равенства нулю моментов относительно мгновенного центра скоростей  $S_{20}$  (рисунок 3).

$$R_{12} \cdot DS_{20} + R_{32} \cdot CS_{20} = R_{H1} \cdot BS_{20}. \quad (5)$$

3) Аналогично на сателлит 5 действует реакция  $R_{H2}$  в точке  $K$  и реакции  $R_{45} = R_{65} = R_{H2} / 2 = M_{H2} / 2r_{H2}$  в точках  $G$  и  $E$ .

Условие равновесия сателлита 5 представим в виде равенства нулю моментов относительно неподвижного мгновенного центра скоростей  $S_{50}$

$$R_{45} \cdot GS_{50} + R_{65} \cdot ES_{50} = R_{H2} \cdot KS_{50}. \quad (6)$$

4) Умножим уравнение (5) на  $\omega_2$ . С учетом  $\omega_2 \cdot DS_{20} = V_1$ ,  $\omega_2 \cdot CS_{20} = V_3$ ,  $\omega_2 \cdot BS_{20} = V_{H1}$  получим

$$R_{12} \cdot V_1 + R_{32} \cdot V_3 = R_{H1} \cdot V_{H1}. \quad (7)$$

Умножим уравнение (6) на  $\omega_5$ . С учетом  $\omega_5 \cdot GS_{50} = V_4$ ,  $\omega_5 \cdot ES_{50} = V_6$ ,  $\omega_5 \cdot KS_{50} = V_{H2}$  получим

$$R_{45} \cdot V_4 + R_{65} \cdot V_6 = R_{H2} \cdot V_{H2}. \quad (8)$$

Сложим уравнения (7) и (8)

$$R_{12} \cdot V_1 + R_{32} \cdot V_3 + R_{45} \cdot V_4 + R_{65} \cdot V_6 = R_{H1} \cdot V_{H1} + R_{H2} \cdot V_{H2}. \quad (9)$$

Уравнение (9) содержит силы, действующие на замкнутый контур из зубчатых колес 1-2-3-6-5-4, присоединенный к двум водилам (обобщенным

координатам). Левая часть уравнения (9) представляет собой сумму мощностей (или работ) внутренних сил замкнутого контура. Правая часть уравнения (9) представляет собой сумму мощностей (или работ) внешних сил замкнутого контура. Будем считать кинематические пары замкнутого контура идеальными. Тогда

$$R_{12} \cdot V_1 + R_{32} \cdot V_3 + R_{45} \cdot V_4 + R_{65} \cdot V_6 = 0. \quad (10)$$

Из уравнения (9) следует

$$R_{H1} \cdot V_{H1} + R_{H2} \cdot V_{H2} = 0. \quad (11)$$

С учетом выражений (4) получим

$$M_{H1} \cdot \omega_{H1} + M_{H2} \cdot \omega_{H2} = 0. \quad (12)$$

Из уравнения (12) следует, что одна из обобщенных сил должна быть отрицательной, то есть необходимо считать, например, что  $M_{H2}$  – момент сопротивления на выходном водиле  $H_2$ , а  $M_{H1}$  – движущий момент на входном водиле  $H_1$ . Таким образом, окажется, что в кинематической цепи с двумя степенями свободы и с замкнутым контуром только одно звено (входное водило  $H_1$ ) может иметь обобщенную координату (независимую угловую скорость  $\omega_{H1}$ ). Такая кинематическая цепь будет иметь кинематическую определенность, так как формула (12) позволяет при заданных моментах  $M_{H1}$  и  $M_{H2}$  определить выходную угловую скорость  $\omega_{H2}$ .

Следовательно, кинематическая цепь с двумя степенями свободы и с замкнутым контуром при наличии только одного входа будет иметь статическую и кинематическую определенность и будет являться механизмом.

Следует отметить:

Формула (12) не может быть справедлива для любого механизма с двумя степенями подвижности и одним входом.

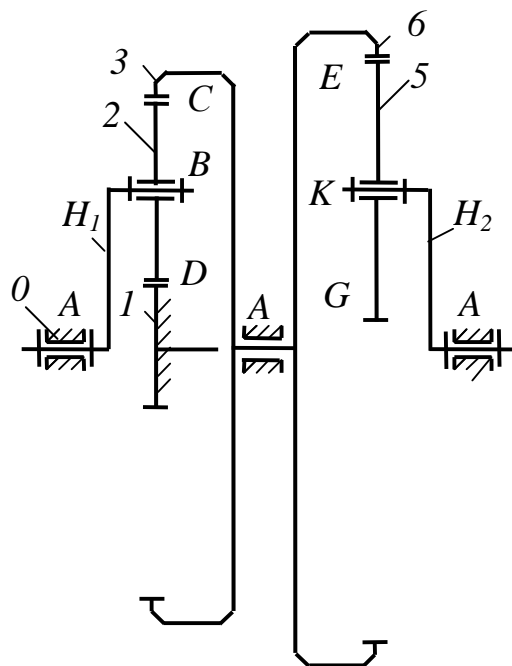


Рисунок 4 – Зубчатый дифференциальный механизм с двумя степенями свободы без замкнутого контура

Например, для механизма без замкнутого контура, представленного на рисунке 4, наличие любого момента сопротивления на выходном водиле  $H_2$  приведет просто к его остановке. То есть любая кинематическая цепь с двумя степенями подвижности и одним входом является статически неопределимой системой. Это вытекает из известного положения теории механизмов и машин о равенстве числа входов числу степеней подвижности [1].

Формулу (12) невозможно получить для механизма без замкнутого контура (рисунок 4), так как для сателлита 5 невозможно составить условие равновесия. Для этого механизма формула (12) является бездоказательной абстракцией.

Из уравнения (12) следует

$$\omega_{H2} = \frac{M_{H1} \cdot \omega_{H1}}{M_{H2}}. \quad (13)$$

Формула (13) выражает эффект силовой адаптации. При заданных постоянных параметрах  $M_{H1}$  и  $\omega_{H1}$  входной мощности выходная угловая скорость  $\omega_{H2}$  обратно пропорциональна заданному переменному выходному моменту сопротивления  $M_{H2}$ . Механизм, создающий эффект силовой адаптации, будем называть адаптивным механизмом.

Проверка наличия эффекта силовой адаптации в механизме, изготовленном по схеме, представленной на рисунок 1, была выполнена на испытательном стенде (рисунок 5).

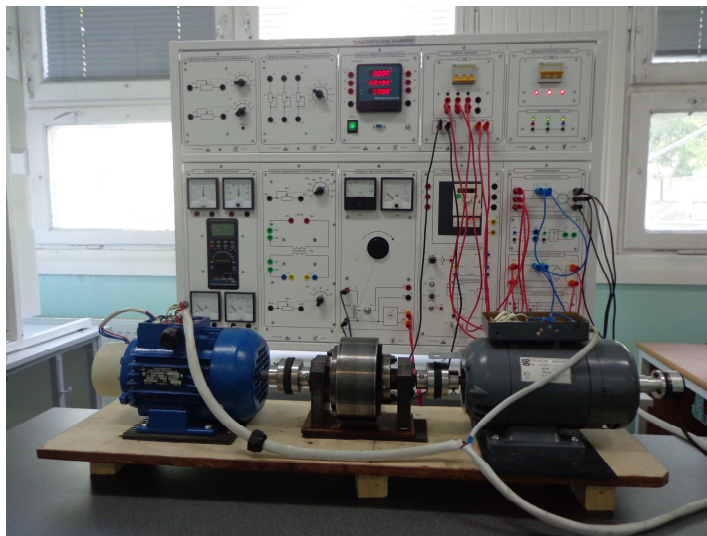


Рисунок 5 – Стенд для испытания адаптивно-механической бесступенчато регулируемой передачи

На стенде электродвигатель размещен слева, электрический генератор, имитирующий полезную выходную нагрузку, размещен справа, адаптивно-механическая передача размещена в центре между электродвигателем и электрическим генератором.

Теоретические результаты согласуются с результатами испытаний на стенде.

## Заключение

Парадокс теории механизмов и машин характеризует следующую закономерность: кинематическая цепь с двумя степенями свободы и одним входом, содержащая замкнутый контур, является механизмом.

Доказано, что кинематическая цепь с двумя степенями свободы, содержащая замкнутый контур, имеет дополнительную геометрическую связь, которая обеспечивает определенность цепи при наличии одного входа. Парадоксальная дополнительная связь имеет место на картине скоростей цепи в виде мгновенного относительного центра скоростей сателлита и водила. Эта дополнительная связь может быть представлена конструктивно как пассивная избыточная связь. Парадоксальная связь аналитически связывает силовые и кинематические параметры входа и выхода. Эта дополнительная аналитическая связь является выражением эффекта силовой адаптации, который обеспечивает в механизме преодоление переменной выходной нагрузки при постоянной входной мощности. Механические свойства замкнутого контура позволяют обеспечивать требуемое передаточное отношение самостоятельно, бесступенчато и автоматически без применения устройств управления, изменяющих геометрические параметры механизма.

## Список литературы

1. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1979. – 576 с.
2. Иванов К.С., Дмитриева Н.А. Безреактивный двигатель // Авторское свидетельство СССР №769157 от 7.09.1980.
3. Samuel J. Crockett. Shiftless, continuously-aligning transmission. Patent of USA 4,932,928, Cl. F16H 47/08, U.S. Cl. 475/51; 475/47.1990, 9 p.
4. Волков И.В. Способ автоматического и непрерывного изменения крутящего момента и скорости вращения выходного вала в зависимости от сопротивления движению и устройство для его осуществления. Описание изобретения к патенту России RU 2 234 626 от 27.03.2004.
5. Harries John. Power transmission system comprising two sets of epicyclic gears. Patent of Great Britain GB2238090 (A). 1991, 11 p.
6. Иванов К.С. Передача с автоматически регулируемой скоростью. Предварительный патент республики Казахстан № 3208 от 15.03.1996.
7. Иванов К.С., Ворогушин В.А., Шишкин П.А. Адаптивная зубчатая передача (варианты). Предварительный патент РК №14477 от 13.04.2004.
8. Иванов К.С., Ярославцева Е.К. Способ автоматического и непрерывного изменения крутящего момента и скорости вращения выходного вала в зависимости от сопротивления движению и устройство для его осуществления. Патент России RU № 2398989. 10.09.2010. 10 с.
9. Ivanov Konstantin S., Almaty, KAZ - Owner of the registered sample. The name - Device of automatic and continuous change of a twisting moment – and changes of a corrected speed of output shaft depending on a tractive resistance. The deed on registration of the registered sample № 20 2012 101 273.1. Day of Registration 02.05.2012. The German patent and firm establishment. Federal Republic Germany. 2012. 12 p.

10. Ivanov K.S. The Question of the Synthesis of Mechanical Automatic Variable Speed Drives. Proceedings of the Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Vol.1, Politecnico di Milano, Italy, August 29/Sept 2, 1995. P. 580-584.
11. Ivanov K.S. Discovery of the Force Adaptation Effect. Proceedings of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science. V. 2. April 1 - 4, 2004, Tianjin, China. – P. 581-585.
12. Ivanov K.S. Gear Automatic Adaptive Variator with Constant Engagement of Gears. // Proceedings of the 12th World Congress in Mechanism and Machine Science. Besancon. France. 2007, Vol. 2. – P. 182-188.
13. Ivanov K.S. The simplest automatic transfer box. // WCE 2010. World Congress on Engineering 2010 (ICME) London, UK. 2010. - P. 1179-1184.
14. Иванов К.С. Теорема о равновесии замкнутого контура. // Теория механизмов и машин. – 2010. – Т.8, №2 (16). – С. 85-89.
15. Иванов К.С. Теоретические основы зубчатой бесступенчато регулируемой передачи. //Теория механизмов и машин. №2 (16). 2010. Т. 8. С. 36 – 48.
16. Иванов К.С. Оценка работоспособности бесступенчато регулируемой передачи в виде механизма с двумя степенями свободы. // Современное машиностроение. Наука и образование: Материалы Междунар. науч.-практ. конференции. / Под.ред. М.М.Радкевича и А.Н.Евграфова. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. – С. 28-36.
17. Ivanov K.S., Tultayev B. Toothed continuously variable transmission (CVT) – industrial realization. // New Trends in Mechanism and Machine Science. Theory and Applications in Engineering. V. 7. Springer. ISSN 2211-0984. Transactions of 4-th Euro Conference on Mechanisms. Springer. Santander. Spain.18-22 Sept. 2012. PP 329-335.
18. Ivanov K.S. Paradox of mechanics – a basis of creation CVT. //Transactions of 2-d IFToMM Asian Conference on Mechanisms and Machines Science. November 7-10, 2012, Tokyo, Japan. P. 245-264.

Научное издание

# **Современные проблемы теории машин:**

**Материалы Первой международной заочной  
научно-практической конференции**

Верстка и корректура: Жуков И.А.  
Разметка и обработка форматов: Андреева Я.А.

Подписано в печать 10.06.13г.  
Формат бумаги 60x84 1/16. Бумага писчая. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 11,92. Уч.-изд. л. 12,67. Тираж 300 экз. Заказ №324.

Сибирский государственный индустриальный университет  
654007, г. Новокузнецк, ул. Кирова, 42.  
Издательский центр СибГИУ