

КВАНТОВАНИЕ МАССЫ И ГРУППА ЛОРЕНЦА

В.В. Варламов

д.ф.-м.н., e-mail: varlamov@subsiiu.ru

Сибирский государственный индустриальный университет

Аннотация. Массовый спектр локализованных состояний квантовых микрообъектов исследуется в рамках холистической (нелокальной) схемы Гейзенберга. Предполагается, что квантовый микрообъект как объект модуса потенции существует вне пространства-времени и представляется в виде суперпозиции векторов состояния несепарабельного гильбертова пространства. Показывается, что массы состояний лептонного (за исключением нейтрино) и адронного секторов спектра материи пропорциональны массе покоя электрона с точностью до 0,41%.

Ключевые слова: спектр масс, группа Лоренца, циклические представления, массовые формулы, квантование массы.

1. Введение

Как известно, одной из важнейших нерешённых проблем теоретической физики является проблема описания спектра масс элементарных частиц (это одна из 30 проблем из списка Гинзбурга [1]). Некоторые успехи в систематизации адронных спектров были достигнуты на основе $SU(3)$ - и $SU(6)$ -теорий (см., например, [2]). В последнее время предпринимались попытки описания массового распределения барионных октетов в рамках кварковой модели и её расширений [3,4]. Однако динамические симметрии ($SU(N)$ -теории) оставляют вне рамок рассмотрения лептонный сектор спектра элементарных частиц. Кроме того, выделенное положение занимает калибровочный сектор (сектор так называемых полей-переносчиков взаимодействий). Такое тройственное разделение спектра элементарных частиц является характерной чертой стандартной модели (СМ), в которой постулируется существование трёх типов «фундаментальных частиц» (кварки, лептоны и калибровочные бозоны). Нетрудно видеть, что реализованная в СМ схема описания спектра элементарных частиц является редуccionистской схемой, согласно которой все члены адронного сектора (барионы и мезоны) строятся из кварков, а лептонам и калибровочным бозонам придаётся статус фундаментальных частиц.

Как известно, антитезой редуccionизму является холизм (учение о целом). Схемой описания спектра элементарных частиц с позиции холизма (альтернативой к редуccionизму СМ) является подход Гейзенберга [5–7]. Согласно Гейзенбергу, в основании всего многообразия элементарных частиц лежит

некий *субстрат энергии*, математическая (теоретико-групповая) форма которого (полученная посредством *фундаментальных симметрий*) есть **спектр материи**. Каждый уровень (*состояние*) спектра материи задаётся представлением группы фундаментальной симметрии. Каждая элементарная частица представляет собой тот или иной энергетический уровень этого спектра. Существенной отличительной особенностью такого описания является отсутствие фундаментальных частиц. Гейзенберг утверждает, что понятие «состоит из» (основное понятие редукционизма) не работает в физике частиц. Если продолжить применять это понятие, то получим ответ, что каждая данная частица состоит из всех известных частиц. По этой причине ни одна из элементарных частиц принципиально не выделяется среди других в качестве фундаментальной частицы [6]. В подходе Гейзенберга мы имеем фундаментальные симметрии вместо фундаментальных частиц. Гейзенберг разделяет все известные в физике частиц симметрии на две категории: *фундаментальные (первичные) симметрии* (такие как группа Лоренца, дискретные симметрии, конформная группа) и *динамические (вторичные) симметрии* (такие как SU(3), SU(6) и т. д.). В рамках редукционистского описания главенствующим является понятие *структуры*, отсюда следует и понятие «частицы» как основной структурной составляющей, посредством которой построены все объекты макромира. В рамках холистического описания таким понятием является понятие *симметрии*. На квантовом уровне структура трансформируется в симметрию. Прямой же перенос на квантовый уровень таких понятий макромира как «частица» приводит к недоразумениям и парадоксам. По меткому выражению М.А. Маркова: «Мы часто "входим" в микромир с макроскопической невежливостью, "в пальто и калошах"» [8, с. 34]. Как следствие, макропонятие «частица» приобретает на микроуровне совершенно иррациональный характер. Вот что пишет Д.Н. Клышко: «Итак, мы приходим к заключению, что *фотон как элементарная частица оптического поля не имеет разумного чёткого определения и, следовательно, является, по предполагаемому определению, метафизической категорией*» [9]. Применение термина «элементарная частица» к описанию квантового микрообъекта затемняет существо дела, создавая иллюзию справедливости редукционизма и макроязыка на микроуровне. Квантовый мир – это *суперпозиционный (нелокальный) мир*. В [10,11] дано определение квантового микрообъекта как суперпозиции векторов состояния несепарабельного спин-зарядового гильбертова пространства, т. е., по определению, микрообъект, принадлежа модусу потенциального, является *нелокальным объектом*¹

¹К пониманию квантового микрообъекта как нелокального объекта приводят непосредственные эксперименты: «... после первого светоделителя фотон присутствует как бы в обоих плечах интерферометра одновременно, хотя в первом акте эксперимента он находился только в одном плече. Это необычное поведение в пространстве и носит название *квантовой нелокальности*. Её нельзя объяснить с позиций привычных пространственных интуиций здравого смысла, обычно присутствующих в макромире. Причина, по-видимому, состоит в том, что векторы квантовых состояний принадлежат гильбертову векторному пространству, для которого пространственная локальность вовсе не является обязательной» [12]. И далее: «Для нас важно то, что в научном мире серьёзно обсуждаются возможности существования объектов вне пространства-времени. Ещё раз в этой связи подчеркнём, что векторы квантовых состо-

до всякого измерения. После измерения (редукции квантовой суперпозиции) микрообъект переходит на модус актуального, являя собой одно из возможных состояний, реализуемых в эксперименте.

Редукционизм предполагает, что материя на микроуровне имеет композиционную структуру². Композиционная структура — это свойство макромира. На квантовом уровне *композицию* заменяет *суперпозиция*. Это прямое следствие квантовой нелокальности. Макроскопические представления о частицах и композиционной структуре неприменимы к нелокальному объекту.

В настоящей статье исследуется спектр масс «элементарных частиц»³, т. е. спектр масс актуализированных (локализованных) состояний нелокального

яний, принадлежащие гильбертовому векторному пространству, не подвержены стандартным пространственно-временным ограничениям» [12].

²Согласно модели кварков все наблюдаемые адроны являются связанными состояниями либо трёх кварков (барионы), либо кварка и антикварка (мезоны). Здесь по умолчанию предполагается, что кварки не являются исключительно математическими объектами (например, как спиноры), а обладают некоторой «реальностью», хотя и ненаблюдаемой непосредственно в опыте (в силу так называемого конфайнмента). На раннем этапе развития теории унитарной симметрии большинством теоретиков считалось, что кварковая гипотеза является не более чем удобной математической схемой, позволяющей частично упорядочить адронные спектры. Вот что пишут Ю.Б. Румер и А.И. Фет: «Гипотеза кварков пока не привела ни к каким новым физическим результатам (по сравнению с $SU(3)$ -теорией без кварков). Формулы кваркового состава являются лишь перефразировкой на «кварковый» язык результатов теории представлений группы $SU(3)$ » [2, с. 230]. И далее: «... по данному супермультиплету (в смысле теории представлений, т.е. заданному, например, степенью представления) нельзя ни определить спин его частиц, ни даже указать, состоит ли он из фермионов или бозонов. Представление о кварках не вносит в этот вопрос ничего нового. Поэтому предположение о том, что частицы состоят из кварков, может показаться довольно бесплодным. Лишь обнаружение кварков в природе может придать этой гипотезе такую же убедительность, какую имеет, например, представление о составе атомных ядер из протонов и нейтронов» [2, с. 231]. Как известно, кварки так и не были обнаружены в свободном состоянии. Эксперименты по глубоко неупругому рассеянию на протонах выявили спектроскопические неоднородности, которые сразу же были интерпретированы как свидетельства о наличии «зернистой» структуры протона. Так возникла партонная модель. Далее «зёрна» (партоны) были отождествлены с кварками (однако отождествление партоны \equiv кварки далеко не является очевидным). В рамках холистического (нелокального) описания спектроскопические неоднородности («зернистая» структура) состояний могут быть интерпретированы следующим образом. В [11] показано, что состояния (циклические представления) вида $(l, 0) \oplus (0, l)$ имеют тривиальную жорданову структуру, что соответствует спектру «точечной» частицы. В то время как состояния вида $(ll) \oplus (l, l)$ обладают нетривиальной жордановой структурой, т. е. соответствующие им циклические представления содержат инвариантные подпространства (имеются элементарные делители выше первого порядка), что и приводит к спектру неоднородной («составной») частицы.

³Очевидно, что термин «элементарные частицы» – это всё те же «калоши» Маркова, т. е. своего рода ментальный «костыль», которым пользуется человеческое сознание в попытках понять природу квантового мира. В связи с этим уместно вспомнить радикальный лозунг «There are no particles», размещённый на сайте Э. Джуса (<http://decoherence.de>), и вкупе с ним «There is no time at a fundamental level». Нетрудно видеть, что «фундаментальный уровень» Джуса – это модус потенции (квантовый домен), существующий вне пространства-времени. На этом уровне принцип локализации Бора-Розенфельда не имеет смысла и, следовательно, не имеет смысла понятие «частица» точно также, как и понятие «волна». Так называемый «корпускулярно-волновой дуализм» на самом деле является *псевдодуализмом*.

квантового микрообъекта⁴. Спектр этих состояний образует спектр материи по Гейзенбергу. Сам же микрообъект нелокален и существует как суперпозиция векторов состояния несепарабельного гильбертова пространства вне пространства-времени Минковского. Структура спектра материи организуется в рамках конструкции Гельфанда-Наймарка-Сигала, где циклические представления операторной алгебры (оператора энергии) определяются фундаментальной симметрией, задаваемой группой Лоренца. В рамках данной реализации операторной алгебры⁵ выводится массовая формула, определяющая энергетический вес каждого уровня спектра материи. Полученный спектр приводит к растущему («бальмероподобному») спектру масс «элементарных частиц». Такое поведение спектра масс частиц было впервые замечено Ёитиро Намбу более 60 лет тому назад и позднее отмечалось многими авторами (см. литературу в п.2). Намбу и его последователи, ограничившись эмпирическими формулами, не предложили теоретического обоснования найденной зависимости. В п.3–7 настоящей статьи предпринимается попытка дать теоретическое обоснование этого феномена.

2. Эмпирические формулы

В 1952 г. Намбу [13] первым обратил внимание на существование эмпирических («бальмероподобных») зависимостей в спектре масс элементарных частиц, подчиняющихся следующей формуле:

$$m_N = (N/2) 137 \cdot m_e, \quad (1)$$

где N — положительное целое число, m_e — масса электрона. Далее, в 1979 г. Барут [14] предложил массовую формулу для лептонов:

$$m(N) = m_e \left(1 + \frac{3}{2} \alpha^{-1} \sum_{n=0}^{n=N} n^4 \right), \quad (2)$$

где $\alpha \approx 1/137$ — постоянная тонкой структуры. Согласно (2) массы электрона, мюона и τ -лептона определяются при $N = 0, 1$ и 2 соответственно. В дальнейшем эмпирические зависимости вида (1) изучались многими авторами (см. [15–19]). Формула Намбу (1) может быть записана также через постоянную тонкой структуры:

$$m = \frac{N}{2\alpha} m_e, \quad (3)$$

что приводит к так называемому α -квантованию масс элементарных частиц (см. [15, 18]).

⁴Частица, регистрируемая в детекторе (на фотопластинке, в камере Вильсона, в пузырьковой камере и т. д.), является только одним из множества потенциально возможных состояний квантового микрообъекта.

⁵Очевидно, что при другой реализации операторной алгебры (например, посредством конформной группы в качестве фундаментальной симметрии) структура спектра материи будет иной.

В 2003 г. Сидхарт [20, 21] предложил следующую эмпирическую формулу:

$$\text{mass} = 137 \cdot m \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (4)$$

где m и n — положительные целые числа. Формула Сидхарта (4) описывает весь спектр масс элементарных частиц (известный на момент 2003 г.) с точностью до 3 %. В [21] предпринимались попытки связать числа m и n с квантовыми числами гармонического осциллятора. Однако теоретический смысл этих чисел, как и числа N в других «бальмероподобных» формулах (формулы (1)–(3)), остаётся неясным.

3. Группа Лоренца и массовая формула

Как известно, универсальное накрытие собственной группы Лоренца $SO_0(1, 3)$ (группа вращений четырёхмерного псевдоевклидова пространства $\mathbb{R}^{1,3}$) задаётся спинорной группой

$$\text{Spin}_+(1, 3) \simeq \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \in \mathbb{C}_2 : \det \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = 1 \right\} = \text{SL}(2, \mathbb{C}).$$

Пусть $\mathfrak{g} \rightarrow T_{\mathfrak{g}}$ — произвольное линейное представление собственной группы Лоренца $SO_0(1, 3)$ и пусть $A_i(t) = T_{a_i(t)}$ — инфинитезимальный оператор, соответствующий вращению $a_i(t) \in SO_0(1, 3)$. Аналогично, пусть $B_i(t) = T_{b_i(t)}$, где $b_i(t) \in SO_0(1, 3)$ — гиперболическое вращение. Элементы A_i и B_i образуют базис групповой алгебры $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$ и удовлетворяют соотношениям

$$\left. \begin{aligned} [A_1, A_2] &= A_3, & [A_2, A_3] &= A_1, & [A_3, A_1] &= A_2, \\ [B_1, B_2] &= -A_3, & [B_2, B_3] &= -A_1, & [B_3, B_1] &= -A_2, \\ [A_1, B_1] &= 0, & [A_2, B_2] &= 0, & [A_3, B_3] &= 0, \\ [A_1, B_2] &= B_3, & [A_1, B_3] &= -B_2, \\ [A_2, B_3] &= B_1, & [A_2, B_1] &= -B_3, \\ [A_3, B_1] &= B_2, & [A_3, B_2] &= -B_1. \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Перейдём к комплексной оболочке групповой алгебры $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$, определяя операторы

$$X_l = \frac{1}{2}i(A_l + iB_l), \quad Y_l = \frac{1}{2}i(A_l - iB_l), \quad (6)$$

$$(l = 1, 2, 3).$$

Используя соотношения (5), находим

$$[X_k, X_l] = i\varepsilon_{klm}X_m, \quad [Y_l, Y_m] = i\varepsilon_{lmn}Y_n, \quad [X_l, Y_m] = 0. \quad (7)$$

Из соотношений (7) следует, что каждое из множеств операторов X и Y генерирует группу $SU(2)$ и эти две группы коммутируют между собой. Таким образом, из соотношений (7) следует, что в рамках комплексной оболочки группа $SL(2, \mathbb{C})$, по существу, эквивалентна группе $SU(2) \otimes SU(2)$ (данный изоморфизм, безусловно, имеет локальный характер, т. е. вблизи единицы группы, поскольку $SL(2, \mathbb{C})$ некомпактна). На рис. 1 представлена система зацепляющихся (циклических) конечномерных представлений группы Лоренца.

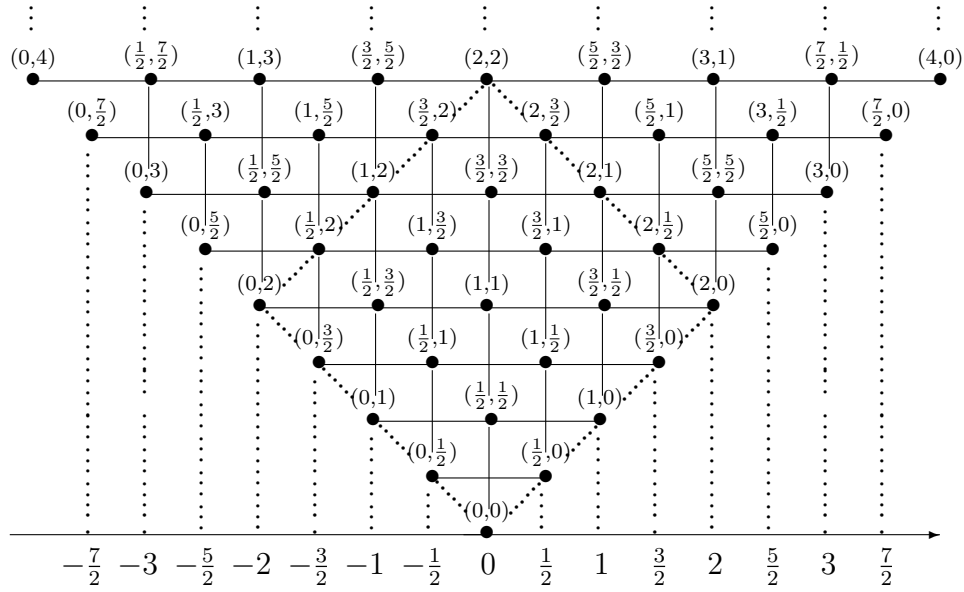


Рис. 1. Система зацепляющихся представлений (l, l) группы Лоренца.
На оси отмечены значения спиновых линий

Уравнения движения для произвольных спиновых цепочек (спиновых мультиплетов)

$$\tau_{li}, \tau_{l+\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}}, \tau_{l+1, l-1}, \tau_{l+\frac{3}{2}, l-\frac{3}{2}}, \dots, \tau_{li}$$

(горизонтальные линии конуса представлений на рис. 1) в бивекторном пространстве \mathbb{R}^6 имеют вид [22, 23]

$$\sum_{j=1}^3 \Lambda_j^{li} \frac{\partial \psi}{\partial a_j} - i \sum_{j=1}^3 \Lambda_j^{li} \frac{\partial \psi}{\partial a_j^*} + m^{(s)} \psi = 0,$$

$$\sum_{j=1}^3 \Lambda_j^{l+\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}} \frac{\partial \psi}{\partial a_j} - i \sum_{j=1}^3 \Lambda_j^{l+\frac{1}{2}, l-\frac{1}{2}} \frac{\partial \psi}{\partial a_j^*} + m^{(s)} \psi = 0,$$

$$\sum_{j=1}^3 \Lambda_j^{l+1, l-1} \frac{\partial \psi}{\partial a_j} - i \sum_{j=1}^3 \Lambda_j^{l+1, l-1} \frac{\partial \psi}{\partial a_j^*} + m^{(s)} \psi = 0,$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 \Lambda_j^{l+\frac{3}{2}, i-\frac{3}{2}} \frac{\partial \psi}{\partial a_j} - i \sum_{j=1}^3 \Lambda_j^{l+\frac{3}{2}, i-\frac{3}{2}} \frac{\partial \psi}{\partial a_j^*} + m^{(s)} \psi = 0, \\ \dots \dots \dots \\ \sum_{j=1}^3 \Lambda_j^{il} \frac{\partial \psi}{\partial a_j} + i \sum_{j=1}^3 \Lambda_j^{il} \frac{\partial \psi}{\partial a_j^*} + m^{(s)} \psi = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где спин $s = l - \dot{l}$ изменяется следующим образом:

$$l - \dot{l}, l - \dot{l} + 1, l - \dot{l} + 2, l - \dot{l} + 3, \dots, \dot{l} - l.$$

Система (8) описывает состояния частиц с различными массами и спинами. Масса состояния $m^{(s)}$, соответствующая уровню энергии $H_E \simeq \text{Sym}_{(k,r)}$, определяется формулой⁶

$$m^{(s)} = m_e \left(l + \frac{1}{2} \right) \left(\dot{l} + \frac{1}{2} \right), \quad (9)$$

где $s = |l - \dot{l}|$.

Спектр материи и конструкция Гельфанда-Наймарка-Сигала

Как известно, в основании алгебраической формулировки квантовой теории лежит конструкция Гельфанда-Наймарка-Сигала (ГНС), заключающаяся в каноническом соответствии $\omega \leftrightarrow \pi_\omega$ между состояниями и циклическими представлениями C^* -алгебры [28–30]. В [31] показано, что основные энергетические уровни (состояния) спектра материи строятся на основе циклических представлений в рамках конструкции ГНС. Конкретная реализация операторной алгебры (оператора энергии) осуществляется посредством спинорной структуры (морфизмы спинорной структуры задают заряд и дискретные симметрии [32–39]), ассоциированной с каждым циклическим представлением. Чистые состояния (циклические представления), задающие уровни спектра материи, подразделяются относительно заряда (действия псевдоавтоморфизма спинорной структуры) на подмножества заряженных, нейтральных и истинно нейтральных состояний. Структура спектра материи задаётся разбиением физического гильбертова пространства (пространства состояний) на когерентные подпространства [31]

$$\mathbf{H}_{\text{phys}} = \bigoplus_{b, \ell \in \mathbb{Z}} \left[\mathbf{H}_{\text{phys}}^\pm(b, \ell) \oplus \mathbf{H}_{\text{phys}}^0(b, \ell) \oplus \mathbf{H}_{\text{phys}}^{\bar{0}}(b, \ell) \right], \quad (10)$$

⁶Спектр масс и его зависимость от представлений группы Лоренца, характеризующиеся парой (l, \dot{l}) , были даны в [24]. Стандартное рассмотрение предполагает зависимость спектра масс только от спина s (представление группы Лоренца фиксировано). Как известно, в этом случае возникает нефизический спектр масс, $m_i \sim 1/s_i$, т. е. для очень больших спинов s_i , массы очень малы. Первая массовая формула этого типа была дана Майораной [25]. Похожие массовые формулы рассматривались Гельфандом и Ягломом [26] (см. подробное историческое рассмотрение в [27]). В статье [24] показано, что для представлений (l, \dot{l}) группы Лоренца масса пропорциональна $(l + 1/2)(\dot{l} + 1/2)$. Отсюда непосредственно следует, что частицы (более точно, локализованные состояния квантового микрообъекта) с *одинаковым* спином, но *отличными* массами описываются *различными* представлениями группы Лоренца.

где

$$\mathbf{H}_{\text{phys}}^Q(b, \ell) = \bigoplus_{s=-|l-i|}^{|l-i|} \mathbf{H}^{2|s|+1} \otimes \mathbf{H}^Q(b, \ell) \otimes \mathbf{H}_{\infty}, \quad Q = \{\pm, 0, \bar{0}\}.$$

Здесь b и ℓ — собственные числа барионного B и лептонного L зарядов, образующие целочисленный спектр. При значениях электрического заряда $Q = \{\pm, 0, \bar{0}\}$ имеем три базовых подпространства: подпространство заряженных состояний $\mathbf{H}_{\text{phys}}^{\pm}(b, \ell)$, подпространство нейтральных состояний $\mathbf{H}_{\text{phys}}^0(b, \ell)$ и подпространство истинно нейтральных состояний $\mathbf{H}_{\text{phys}}^{\bar{0}}(b, \ell)$.

4. Лептонный сектор

Лептонный сектор спектра материи образуют состояния, принадлежащие когерентным подпространствам $\mathbf{H}_{\text{phys}}^{\pm}(0, \ell)$ и $\mathbf{H}_{\text{phys}}^0(0, \ell)$ ⁷, где лептонное число (аромат) ℓ принимает три значения: $\ell_{\alpha} = \{\ell_e, \ell_{\mu}, \ell_{\tau}\}$. Все состояния (частицы) лептонного сектора являются фермионами спина 1/2, следовательно, согласно конструкции ГНС они описываются циклическими представлениями, принадлежащими линиям спина 1/2 и $-1/2$. Для заряженных лептонов имеем следующие когерентные подпространства:

$$\mathbf{H}_{\text{phys}}^{\pm}(0, \ell_{\alpha}) = \mathbf{H}^2 \otimes \mathbf{H}^{\pm}(0, \ell_{\alpha}) \otimes \mathbf{H}_{\infty}, \quad (11)$$

$$\mathbf{H}_{\text{phys}}^{\mp}(0, \ell_{\alpha}) = \mathbf{H}^2 \otimes \mathbf{H}^{\mp}(0, \ell_{\alpha}) \otimes \mathbf{H}_{\infty}. \quad (12)$$

Заряженные лептоны e^{-} , μ^{-} , τ^{-} и их античастицы (e^{+} , μ^{+} , τ^{+}) образуют кубитоподобные несепарабельные состояния в пространствах (11) и (12) соответственно.

Определим массы заряженных лептонов согласно формуле (9). Наименьшая масса покоя соответствует электрону

$$m_e = 0,511 \text{ MeV}.$$

Это экспериментальное значение массы электрона входит в качестве константы в формулу (9), т. е. базового значения массы, относительно которого далее отсчитываются теоретические массы состояний («элементарных частиц»). Следующим по массе лептоном является мюон μ^{-} с экспериментальным значением массы

$$m_{\mu} = 105,66 \text{ MeV}, \quad (13)$$

что приблизительно в 207 раз (206,77) больше массы электрона. Этому значению соответствует циклическое представление (l, i) на линии спина 1/2 при $l = 14$ и $i = 27/2$:

$$m_{\mu}^{\frac{1}{2}} = m_e \left(l + \frac{1}{2} \right) \left(i + \frac{1}{2} \right) = 103,73. \quad (14)$$

⁷Или $\mathbf{H}_{\text{phys}}^{\bar{0}}(0, \ell)$ в случае, если нейтрино являются майорановскими частицами (истинно нейтральные фермионы).

Абсолютная погрешность между экспериментальным (13) и вычисленным (14) значениями равна $-1,93$; относительная погрешность: $-1,98\%$.

Аналогично для τ -лептона с экспериментальным значением массы

$$m_\tau = 1776,84 \text{ MeV} \quad (15)$$

имеем циклическое представление (l, \dot{l}) на линии спина $1/2$ при $l = 117/2$, $\dot{l} = 58$ с массой

$$m_\tau^{\frac{1}{2}} = m_e \left(l + \frac{1}{2} \right) \left(\dot{l} + \frac{1}{2} \right) = 1763,72. \quad (16)$$

Абсолютная погрешность между (15) и (16) равна $-13,12$; относительная погрешность: $-0,74\%$.⁸

Нейтринные состояния спектра материи описываются в рамках когерентных подпространств $\mathbf{H}_{\text{phys}}^0(0, \ell)$ (дираковские нейтрино) или $\overline{\mathbf{H}}_{\text{phys}}^0(0, \ell)$ (майорановские нейтрино). Все нейтринные состояния являются нейтральными (или истинно нейтральными) фермионами спина $1/2$. Согласно конструкции ГНС эти состояния задают циклические представления линий спина $1/2$ и $-1/2$. Для дираковских нейтрино имеем два экземпляра когерентных подпространств, переходящих друг в друга под действием псевдоавтоморфизма $\mathcal{A} \rightarrow \overline{\mathcal{A}}$ спинорной структуры:

$$\mathbf{H}_{\text{phys}}^0(0, \nu_\alpha) = \mathbf{H}^2 \otimes \mathbf{H}^0(0, \nu_\alpha) \otimes \mathbf{H}_\infty, \quad (17)$$

$$\overline{\mathbf{H}}_{\text{phys}}^0(0, \nu_\alpha) = \mathbf{H}^2 \otimes \overline{\mathbf{H}}^0(0, \nu_\alpha) \otimes \mathbf{H}_\infty. \quad (18)$$

В случае майорановских нейтрино для каждого сорта нейтрино ($\nu_\alpha = \{\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\}$) имеем единственный экземпляр когерентного подпространства

$$\mathbf{H}_{\text{phys}}^{\overline{0}}(0, \nu_\alpha) = \mathbf{H}^2 \otimes \mathbf{H}^{\overline{0}}(0, \nu_\alpha) \otimes \mathbf{H}_\infty \quad (19)$$

(в этом случае псевдоавтоморфизм спинорной структуры вырождается в тождественное преобразование).

Вне зависимости от вида нейтрино (дираковского или майорановского) все нейтринные состояния задаются квантовыми суперпозициями

$$\nu_\alpha = \sum_i U_{\alpha i} \nu_i, \quad (20)$$

⁸В связи с массами заряженных лептонов уместно вспомнить ещё одну эмпирическую массовую формулу. В 1983 г. Койде [40] предложил следующую формулу:

$$m_e + m_\mu + m_\tau = \frac{2}{3} (\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2,$$

связывающую массы заряженных лептонов. Интересно отметить, что предсказанное Койде (на основании этой формулы) значение массы τ -лептона (1777 MeV) практически идеально совпадает с современным экспериментальным значением массы этой частицы (см. (15)), в то время как на момент 1983 г. это значение равнялось 1784 MeV. О формуле Койде, её интерпретациях и приложениях см. [41–43].

где ν_i — массовые нейтринные состояния, $U_{\alpha i}$ — элементы матрицы смешивания Понтекорво-Маки-Накагавы-Сакаты (ПМНС)

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} \exp(-i\delta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13} \exp(-i\delta) & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь угол смешивания θ_{12} описывает «солнечные» и «реакторные» осцилляции, а угол θ_{23} служит для описания «атмосферных» и «ускорительных» осцилляций [44]. Таким образом, все нейтрино образуют суперпозиционные несепарабельные состояния вида (20) в когерентных подпространствах (17)–(18) или (19).

Нейтринные осцилляции показывают, что лептонное число (аромат) для нейтрино не сохраняется, т.е. нейтрино с определённым ароматом не является частицей с определённой массой, а представляет собой квантовую суперпозицию массивных состояний нейтрино⁹.

5. Мезонный сектор

Мезонный сектор спектра материи образуют состояния, принадлежащие когерентным подпространствам $\mathbf{N}_{\text{phys}}^{\pm}(0, 0)$ и $\mathbf{N}_{\text{phys}}^0(0, 0)$ или $\mathbf{N}_{\text{phys}}^0(0, 0)$, где лептонное ℓ и барионное b числа равны нулю. Все мезоны являются состояниями с целым спином. Следовательно, согласно конструкции ГНС все мезонные состояния описываются циклическими представлениями, принадлежащими линиям целочисленного спина с ненулевой массой. Ниже приведены таблицы для линий спина 0, 1, 2, включающие все известные на настоящий момент (со-

⁹Следует отметить, что матрица смешивания U лишь ради удобства приписывается нейтрино, на самом деле она является общей лептонной матрицей смешивания [45]. Следует ли тогда ожидать, что вместо заряженного лептона с определённым ароматом существует квантовая суперпозиция $\ell_i = \sum_{\alpha} U_{\alpha i} \ell_{\alpha}$ и, как следствие, осцилляции заряженных лептонов [45]? Естественно предположить, что суперпозиционная структура (20), характерная для нейтрино, является также и общей чертой для всех объектов микромира. По всей видимости, отсутствие экспериментальных свидетельств в пользу существования осцилляций заряженных лептонов заключается в том, что для большинства практических случаев разность квадратов масс заряженных лептонов оказывается слишком велика для того, чтобы заряженные лептоны могли рождаться в когерентной квантовой суперпозиции.

гласно Particle Data Group [46]¹⁰) мезоны данных спинов. В первом столбце каждой таблицы указаны стандартное обозначение состояния и его масса в MeV. Второй столбец таблицы содержит вычисленное (согласно (9)) значение массы соответствующего состояния. Третий столбец содержит относительную погрешность между экспериментальным и вычисленным значениями. В четвёртом столбце приведены параметры l и \dot{l} соответствующего циклического представления.

Таблица 1. Мезоны: линия спина 0

	Состояние и масса (эксп.)	Масса (теор.)	Погр-сть %	(l, \dot{l})
1.	$\pi - 139,57$	139,12	-0,32	(16, 16)
2.	$K - 493,67$	491,07	-0,52	(61/2, 61/2)
3.	$f_0(500)$	507,03	+1,40	(31, 31)
4.	$\eta - 547,86$	539,74	-1,46	(32, 32)
5.	$\eta'(958) - 957,78$	966,94	+0,95	(43, 43)
6.	$a_0(980)$	989,29	+0,94	(87/2, 87/2)
7.	$f_0(980) - 990$	989,29	-0,07	(87/2, 87/2)
8.	$\eta(1295)$	1277,50	-1,35	(99/2, 99/2)
9.	$\pi(1300)$	1303,18	+0,24	(50, 50)
10.	$f_0(1370)$	1381,74	+0,85	(103/2, 103/2)
11.	$\eta(1405) - 1408,8$	1408,44	-0,02	(52, 52)
12.	$K_0^*(1430)$	1435,39	+0,37	(105/2, 105/2)
13.	$a_0(1450)$	1435,39	-1,00	(105/2, 105/2)
14.	$\eta(1475)$	1462,61	-0,84	(53, 53)
15.	$f_0(1500)$	1490,08	-0,66	(107/2, 107/2)
16.	$f_0(1710) - 1723 \pm \frac{6}{5}$	1719	-0,23	(115/2, 115/2)
17.	$\pi(1800) - 1812 \pm 12$	1809,07	-0,16	(59, 59)
18.	$D - 1869,62$	1870,39	+0,04	(60, 60)
19.	$D_s^\pm - 1968,30$	1964,28	-0,21	(123/2, 123/2)
20.	$D_{s0}^*(2317)^\pm - 2317,7 \pm 0,6$	2328,24	+0,48	(67, 67)
21.	$\eta_c(1S) - 2983,6 \pm 0,61$	2990,50	+0,23	(76, 76)
22.	$\chi_{c0}(1P) - 3414,75$	3394,19	-0,60	(81, 81)
23.	$\eta_c(2S) - 3639,2 \pm 1,2$	3648,67	+0,26	(84, 84)
24.	$\chi_{c0}(3915) - 3918,4 \pm 1,9$	3912,34	-0,15	(87, 87)
25.	$B - 5279,29$	5264,45	-0,28	(101, 101)
26.	$B_s^0 - 5366,79$	5368,69	+0,04	(102, 102)
27.	$B_c^\pm - 6275 \pm 1$	6296,03	+0,32	(221/2, 221/2)
28.	$\chi_{b0}(1P) - 9859,44$	9873,03	+0,14	(277/2, 277/2)
29.	$\chi_{b0}(2P) - 10232,5$	10231,37	-0,006	(141, 141)

¹⁰В таблицы включены только состояния, имеющие, как минимум, трёхзвёздочный статус. Как известно, согласно PDG спины всех наблюдаемых на настоящий момент состояний заключены в диапазоне $0, 1/2, 1, \dots, 11/2$. К сожалению, ограниченные рамки статьи не позволяют рассмотреть весь наблюдаемый диапазон спиновых линий.

Таблица 2. Мезоны: линия спина 1

	Состояние и масса (эксп.)	Масса (теор)	Погр-сть %	(l, \bar{l})
1.	$\rho(770) - 775,26$	777,1	+0,24	(39, 38)
2.	$\omega(782) - 782,65$	797,16	+1,93	(79/2, 77/2)
3.	$K^*(892)$	901,28	+1,04	(42, 41)
4.	$\phi(1020) - 1019,46$	1011,78	-0,76	(89/2, 89/2)
5.	$h_1(1170)$	1177,22	+0,61	(48, 47)
6.	$b_1(1235) - 1229,5$	1226,78	-0,22	(49, 48)
7.	$a_1(1260)$	1251,95	-0,63	(99/2, 97/2)
8.	$K_1(1270) - 1272 \pm 7$	1277,37	+0,42	(50, 49)
9.	$f_1(1285) - 1281,9$	1277,37	-0,35	(50, 49)
10.	$\pi_1(1400)$	1408,32	+0,59	(105/2, 103/2)
11.	$K_1(1400) - 1403 \pm 7$	1408,32	+0,38	(105/2, 103/2)
12.	$K_1^*(1410) - 1414 \pm 15$	1408,32	-0,40	(105/2, 103/2)
13.	$f_1(1420) - 1426,4$	1435,27	+0,62	(53, 52)
14.	$\omega(1420)$	1435,27	+0,62	(53, 52)
15.	$\rho(1450)$	1462,48	+0,86	(107/2, 105/2)
16.	$\pi_1(1600)$	1602,37	+0,15	(56, 55)
17.	$\omega(1650)$	1660,11	+0,61	(57, 56)
18.	$\phi(1680)$	1689,37	+0,56	(115/2, 113/2)
19.	$K^*(1680)$	1689,37	+0,56	(115/2, 113/2)
20.	$\rho(1700)$	1689,37	-0,62	(115/2, 113/2)
21.	$D^*(2007)^0 - 2006,97$	1995,97	-0,55	(125/2, 123/2)
22.	$D^*(2010)^\pm$	1995,97	-0,69	(125/2, 123/2)
23.	$\phi(2170) - 2175,97 \pm 15$	2192,19	+0,79	(131/2, 129/2)
24.	$D_1(2420)^0$	2432,74	+0,53	(69, 68)
25.	$D_{s1}(2460)^\pm$	2468,13	+0,33	(139/2, 137/2)
26.	$D_{s1}(2536)^\pm$	2539,67	+0,14	(141/2, 139/2)
27.	$D_{s1}^*(2700)^\pm - 2709 \pm 4$	2722,99	+0,52	(73, 72)
28.	$J/\psi(1S) - 3096,916$	3108,79	+0,38	(78, 77)
29.	$\chi_{c1}(1P) - 3510,66$	3520,15	+0,27	(83, 82)
30.	$\chi_c(1P) - 3525,38$	3520,15	-0,16	(83, 82)
31.	$\psi(2S) - 3686,09$	3691,85	+0,16	(85, 84)
32.	$\psi(3770) - 3773,15 \pm 0,33$	3779,23	+0,16	(86, 85)
33.	$\chi(3872) - 3871,69 \pm 0,17$	3867,63	-0,10	(87, 86)
34.	$\chi(3900) - 3888,7 \pm 3,4$	3912,22	+0,60	(175/2, 173/2)
35.	$\psi(4040) - 4039 \pm 1$	4047,50	+0,18	(89, 88)
36.	$\psi(4160) - 4191 \pm 5$	4185,09	-0,14	(181/2, 179/2)
37.	$\chi(4260) - 4251 \pm 9$	4278,08	+0,64	(183/2, 181/2)
38.	$\chi(4360) - 4354 \pm 10$	4372,12	+0,42	(185/2, 183/2)
39.	$\psi(4415) - 4421 \pm 4$	4419,51	-0,03	(93, 92)
40.	$\chi(4430) - 4478 \pm \frac{15}{18}$	4467,12	-0,24	(187/2, 185/2)
41.	$\chi(4660) - 4665 \pm 10$	4660,32	-0,10	(191/2, 189/2)
42.	$B^* - 5325,1$	5316,32	-0,16	(102, 101)

	Состояние и масса (эксп.)	Масса (теор)	Погр-сть %	(l, \bar{l})
43.	$B_s^* - 5415,4 \pm_{1,5}^{1,8}$	5421,07	+0,10	(103, 102)
44.	$B_1(5721)^0$	5741,47	+0,36	(106, 105)
45.	$B_{s1}(5830)^0 - 5828,4$	5850,31	+0,37	(107, 106)
46.	$\Upsilon(1S) - 9460,30 \pm 0,26$	9451,33	-0,09	(136, 135)
47.	$\chi_{b1}(1P) - 9892,78$	9872,90	-0,20	(139, 138)
48.	$\Upsilon(2S) - 10023,26$	10015,47	-0,08	(140, 139)
49.	$\chi_{b1}(2P) - 10255,46$	10231,24	-0,24	(283/2, 281/2)
50.	$\Upsilon(3S) - 10355,2$	10376,37	+0,20	(285/2, 283/2)
51.	$\chi_{b1}(3P) - 10512,1 \pm 2,3$	10522,51	+0,09	(287/2, 285/2)
52.	$\Upsilon(4S) - 10579,4$	10595,97	+0,16	(144, 143)
53.	$\Upsilon(10860) - 10876 \pm 11$	10892,35	+0,15	(146, 145)
54.	$\Upsilon(11020) - 11019 \pm 8$	11042,07	+0,21	(147, 146)

Таблица 3. Мезоны: линия спина 2

	Состояние и масса (эксп.)	Масса (теор)	Погр-сть %	(l, \bar{l})
1.	$f_2(1270) - 1275,5$	1276,99	+0,12	(101/2, 97/2)
2.	$a_2(1320) - 1318,3$	1328,60	+0,78	(103/2, 99/2)
3.	$K_2^*(1430)$	1434,89	+0,34	(107/2, 103/2)
4.	$f_2'(1525)$	1517,87	-0,50	(55, 53)
5.	$\eta_2(1645) - 1617 \pm 5$	1630,73	+0,85	(57, 55)
6.	$\pi_2(1670) - 1672 \pm 3$	1659,73	-0,73	(115/2, 111/2)
7.	$K_2(1770) - 1773 \pm 8$	1778,28	+0,29	(119/2, 115/2)
8.	$K_2(1820) - 1816 \pm 13$	1808,56	-0,40	(60, 58)
9.	$\pi_2(1880)$	1869,88	-0,54	(61, 59)
10.	$f_2(1950)$	1963,77	+0,70	(125/2, 121/2)
11.	$f_2(2010)$	1995,58	-0,72	(63, 61)
12.	$f_2(2300)$	2293,37	-0,29	(135/2, 131/2)
13.	$f_2(2340)$	2327,73	-0,52	(68, 66)
14.	$D_2^*(2460)^0 - 2462,6 \pm 0,6$	2467,75	+0,20	(70, 68)
15.	$D_2^*(2460)^\pm - 2464,3 \pm 1,6$	2467,75	+0,14	(70, 68)
16.	$\chi_{c2}(1P) - 3556,2$	3562,30	+0,17	(84, 82)
17.	$\chi_{c2}(2P) - 3927,2 \pm 2,6$	3911,83	-0,39	(88, 86)
18.	$B_2^*(5747)^0 - 5739 \pm 5$	5741,08	+0,04	(213/2, 209/2)
19.	$B_{s2}^*(5840)^0$	5849,92	+0,17	(215/2, 211/2)
20.	$\chi_{b2}(1P) - 9912,21$	9943,67	+0,32	(140, 138)
21.	$\Upsilon(1D) - 10163,7 \pm 1,4$	10158,68	-0,04	(283/2, 279/2)
22.	$\chi_{b2}(2P) - 10268,65$	10230,87	-0,37	(142, 140)

6. Барионный сектор

Барионный сектор разбивается относительно заряда на два множества когерентных подпространств: заряженные барионы с полуцелым спином (все барионы имеют полуцелый спин) из подпространств $\mathbf{H}_{\text{phys}}^{\pm}(b, 0)$; нейтральные барионы полуцелого спина (состояния из когерентных подпространств вида $\mathbf{H}_{\text{phys}}^0(b, 0)$). По соображениям, отмеченным выше, ограничимся здесь рассмотрением трёх фермионных линий спина 1/2, 3/2 и 5/2.

Таблица 4. Барионы: линия спина 1/2

	Состояние и масса (эксп.)	Масса (теор)	Погр-сть %	(l, \bar{l})
1.	$p - 938,27$	933,85	-0,47	(85/2, 42)
2.	$n - 939,56$	933,85	-0,60	(85/2, 42)
3.	$\Lambda - 1115,68$	1116,79	+0,09	(93/2, 46)
4.	$\Sigma - 1189,37$	1189,60	+0,02	(48, 95/2)
5.	$\Xi - 1314,86$	1316,08	+0,09	(101/2, 50)
6.	$\Lambda(1405)$	1395,03	-0,70	(52, 103/2)
7.	$N(1440)$	1448,94	+0,60	(53, 105/2)
8.	$N(1535)$	1531,72	-0,21	(109/2, 54)
9.	$\Lambda(1600)$	1588,19	-0,73	(111/2, 55)
10.	$\Delta(1620) \approx 1630$	1616,80	-0,80	(56, 111/2)
11.	$N(1650) \approx 1655$	1645,67	-0,56	(113/2, 56)
12.	$\Sigma(1660)$	1674,80	+0,89	(57, 113/2)
13.	$\Lambda(1670)$	1674,80	+0,28	(57, 113/2)
14.	$N(1710)$	1704,18	-0,34	(115/2, 57)
15.	$\Sigma(1750)$	1733,82	-0,92	(58, 115/2)
16.	$\Lambda(1800)$	1793,86	-0,34	(59, 117/2)
17.	$\Lambda(1810)$	1824,27	+0,78	(119/2, 59)
18.	$\Delta(1910) \approx 1890$	1885,84	-0,22	(121/2, 60)
19.	$\Lambda_c^+ - 2286,46$	2276,76	-0,42	(133/2, 66)
20.	$\Sigma_c(2455) - 2453,97 \pm 0,14$	2450,50	-0,16	(69, 137/2)
21.	$\Xi_c - 2467,93 \pm_{0,40}^{0,28}$	2486,01	+0,60	(139/2, 69)
22.	$\Xi'_c(2578)$	2557,81	-0,78	(141/2, 70)
23.	$\Lambda_c(2595)^+ - 2592,25 \pm 0,28$	2594,09	+0,07	(71, 141/2)
24.	$\Omega_c^0(2697)$	2704,46	+0,27	(145/2, 72)
25.	$\Xi_c(2790)$	2779,32	-0,38	(147/2, 73)
26.	$\Lambda_b^0 - 5620,2 \pm 1,6$	5660,60	+0,72	(105, 209/2)
27.	$\Sigma_b^+ - 5807,8 \pm 2,7$	5823,10	+0,26	(213/2, 106)
28.	$\Xi_b^0 - 5792,4 \pm 3,0$	5768,68	-0,40	(106, 211/2)
29.	$\Xi_b^- - 5792,4 \pm 3,0$	5768,68	-0,40	(106, 211/2)
30.	$\Sigma_b^- - 5815,2$	5823,10	+0,08	(213/2, 106)
31.	$\Lambda_b(5912)^0 - 5912,11 \pm 0,26$	5932,71	+0,35	(215/2, 107)
32.	$\Xi'_b(5935)^- - 5935,02 \pm 0,5$	5932,71	-0,04	(215/2, 107)
33.	$\Omega_b^- - 6048,0 \pm 1,9$	6043,34	-0,08	(217/2, 108)

Таблица 5. Барiony: линия спина 3/2

	Состояние и масса (эксп.)	Масса (теор)	Погр-сть %	(l, \bar{l})
1.	$\Delta(1232)$	1239,17	+0,58	(99/2, 48)
2.	$\Sigma(1385)$	1394,77	+0,70	(105/2, 51)
3.	$N(1520)$	1531,47	+0,75	(55, 107/2)
4.	$\Lambda(1520)$	1531,47	+0,75	(55, 107/2)
5.	$\Xi(1530)$	1531,47	+0,09	(55, 107/2)
6.	$\Delta(1600)$	1587,93	-0,75	(56, 109/2)
7.	$\Sigma(1670)$	1674,55	+0,27	(115/2, 56)
8.	$\Omega^- - 1672,45$	1674,55	+0,12	(115/2, 56)
9.	$\Lambda(1690)$	1703,93	+0,82	(58, 113/2)
10.	$N(1700)$	1703,93	+0,23	(58, 113/2)
11.	$\Delta(1700)$	1703,93	+0,23	(58, 113/2)
12.	$N(1720)$	1733,57	+0,79	(117/2, 57)
13.	$\Xi(1820)$	1824,01	+0,22	(60, 117/2)
14.	$N(1875)$	1885,59	+0,56	(61, 119/2)
15.	$\Lambda(1890)$	1885,59	-0,23	(61, 119/2)
16.	$N(1900)$	1916,76	+0,88	(123/2, 60)
17.	$\Delta(1920)$	1916,76	-0,17	(123/2, 60)
18.	$\Sigma(1940)$	1948,19	+0,42	(62, 121/2)
19.	$\Sigma_c(2520) - 2518,41 \pm_{0,19}^{0,21}$	2521,53	+0,12	(141/2, 69)
20.	$\Lambda_c(2625)^+ - 2628,11 \pm 0,19$	2630,37	+0,08	(72, 141/2)
21.	$\Xi_c(2645)$	2630,37	-0,55	(72, 141/2)
22.	$\Omega_c(2770)^0 - 2765,9 \pm 2,0$	2779,07	+0,33	(74, 145/2)
23.	$\Xi_c(2815) - 2816,6 \pm 0,9$	2816,89	+0,07	(149/2, 73)
24.	$\Sigma_b^{*+} - 5829,0 \pm 3,4$	5822,85	-0,10	(107, 211/2)
25.	$\Sigma_b^{*-} - 5836,4 \pm 2,8$	5822,85	-0,23	(107, 211/2)
26.	$\Lambda_b(5920)^0 - 5919,81 \pm 0,23$	5932,45	+0,21	(108, 213/2)
27.	$\Xi(5945)^0 - 5948,9 \pm 1,5$	5987,64	+0,65	(217/2, 107)
28.	$\Xi_b^*(5955)^- - 5955,33 \pm 0,13$	5987,64	+0,54	(217/2, 107)

Таблица 6. Барiony: линия спина 5/2

	Состояние и масса (эксп.)	Масса (теор)	Погр-сть %	(l, \bar{l})
1.	$N(1675)$	1674,04	-0,06	(58, 111/2)
2.	$N(1680) \approx 1685$	1674,04	-0,35	(58, 111/2)
3.	$\Sigma(1775)$	1762,95	-0,66	(119/2, 57)
4.	$\Lambda(1820)$	1823,5	+0,19	(121/2, 58)
5.	$\Lambda(1830)$	1823,5	-0,35	(121/2, 58)
6.	$\Delta(1905) \approx 1880$	1885,08	+0,27	(123/2, 59)
7.	$\Sigma(1915)$	1916,25	+0,06	(62, 119/2)
8.	$\Delta(1930) \approx 1950$	1947,67	-0,12	(125/2, 60)
9.	$\Xi(2030)$	2043,49	+0,66	(64, 123/2)
10.	$\Lambda(2110)$	2108,64	-0,06	(65, 125/2)
11.	$\Lambda_c(2880)^+ - 2881,53 \pm 0,35$	2892,77	+0,39	(76, 147/2)

7. Квантование массы

Таблицы I–VI показывают, что массы элементарных частиц пропорциональны массе электрона $m_e = 0,511 \text{ MeV}$ с точностью до 0,41%. Учитывая принцип эквивалентности массы и энергии, можно утверждать, что массовая формула

$$m^{(s)} = m_e \left(l + \frac{1}{2} \right) \left(i + \frac{1}{2} \right),$$

задающая массу (энергию) состояния (циклическое представление (l, i)), в некотором смысле эквивалентна известному соотношению

$$E = h\nu,$$

где роль «кванта массы» играет масса электрона m_e .

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В.Л. Какие проблемы физики и астрофизики представляются сейчас особенно важными и интересными // УФН. 1999. Т. 169. С. 419–441.
2. Румер Ю.Б., Фет А.И. Теория унитарной симметрии. М. : Наука, 1970.
3. Guzey V., Polyakov M.V. SU(3) systematization of baryons // arXiv:hep-ph/0512355 (2005).
4. Melde T., Plessas W., Sengl B. Quark-Model Identification of Baryon Ground and Resonant States // arXiv:0806.1454 [hep-ph] (2008).
5. Гейзенберг В. Природа элементарных частиц // УФН. 1977. Т. 121. С. 657–668.
6. Гейзенберг В. Шаги за горизонт. М. : Прогресс, 1987.
7. Гейзенберг В. Физика и философия. Часть и целое. М. : Наука, 1990.
8. Марков М.А. О трёх интерпретациях квантовой механики. М. : Наука, 1991.
9. Клышко Д.Н. Квантовая оптика: квантовые, классические и метафизические аспекты // УФН. 1994. Т. 164. С. 1187–1214.
10. Варламов В.В. Комплексный момент и спин-зарядовое гильбертово пространство // Математические структуры и моделирование. 2015. № 4(36). С. 5–22.
11. Varlamov V.V. Spinor Structure and Matter Spectrum // Int. J. Theor. Phys. 2016. V. 55. P. 5008–5045.
12. Белинский А.В. Квантовая нелокальность и отсутствие априорных значений измеряемых величин в экспериментах с фотонами // УФН. 2003. Т. 173. С. 905–909.
13. Numbu Y. An Empirical Mass Spectrum of Elementary Particles // Prog. Theor. Phys. 1952. V. 7. P. 595-596.
14. Barut A.O. Lepton mass formula // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 42. P. 1251.
15. Mac Gregor M.H. Models for Particles // Lett. Nuovo Cim. 1970. V. 7. P. 211–214.
16. Shah G.N., Mir T.A. Pion and muon mass difference: a determining factor in elementary particle mass distribution // Mod. Phys. Lett. A. 2008. V. 23. P. 53.
17. Mir T.A., Shah G.N. Order in the mass spectrum of elementary particles // arXiv:0806.1130 [physics.gen-ph] (2008).
18. Greulich K.O. Calculation of the Masses of All Fundamental Elementary Particles with an Accuracy of Approx. 1% // J. Mod. Phys. 2010. V. 1. P. 300–302.

19. Chiatti L. A Possible Model for the Mass Spectrum of Elementary Particles // *Phys. Essays*. 2012. V. 25. P. 374–386.
20. Sidharth B.G. A Formula for the Mass Spectrum of Baryons and Mesons // *arXiv:physics/030601* (2003).
21. Sidharth B.G. A QCD Generated Mass Spectrum // *arXiv:physics/0309037* (2003).
22. Varlamov V.V. General Solutions of Relativistic Wave Equations // *Int. J. Theor. Phys.* 2003. V. 42. P. 583–633.
23. Varlamov V.V. General Solutions of Relativistic Wave Equations II: Arbitrary Spin Chains // *Int. J. Theor. Phys.* 2007. V. 46. P. 741–805.
24. Varlamov V.V. Spinor Structure and Internal Symmetries // *Int. J. Theor. Phys.* 2015. V. 54. P. 3533–3576.
25. Majorana E. Teoria relativistica di particelle con momento intrinseco arbitrario // *Nuovo Cimento*. 1932. V. 9. P. 335–344.
26. Гельфанд И.М., Яглом А.М. Общие релятивистски инвариантные уравнения и бесконечномерные представления группы Лоренца // *ЖЭТФ*. 1948. Т. 18. С. 703–733.
27. Esposito S. Searching for an equation: Dirac, Majorana and the others // *Annals of Physics*. 2012. V. 327. P. 1617–1644.
28. Эмх Ж. Алгебраические методы в статистической механике и квантовой теории поля. М. : Мир, 1976.
29. Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Оксак А.И., Тодоров И.Т. Общие принципы квантовой теории поля. М. : Наука, 1987.
30. Хоружий С.С. Введение в алгебраическую квантовую теорию поля. М. : Наука, 1986.
31. Варламов В.В. Спектр материи Гейзенберга в абстрактно-алгебраическом подходе // *Математические структуры и моделирование*. 2016. № 3(39). С. 5–23.
32. Varlamov V.V. Fundamental Automorphisms of Clifford Algebras and an Extension of Dąbrowski Pin Groups // *Nadronic J.* 1999. V. 22. P. 497–535.
33. Варламов В.В. Дискретные симметрии на пространствах фактор-представлений группы Лоренца // *Математические структуры и моделирование*. 2001. Вып. 7. С. 114–127.
34. Varlamov V.V. Discrete Symmetries and Clifford Algebras // *Int. J. Theor. Phys.* 2001. V. 40. P. 769–805.
35. Varlamov V.V. The CPT Group in the de Sitter Space // *Annales de la Fondation Louis de Broglie*. 2004. V. 29. P. 969–987.
36. Varlamov V.V. CPT groups for spinor field in de Sitter space // *Phys. Lett. B*. 2005. V. 631. P. 187–191.
37. Varlamov V.V. CPT Groups of Higher Spin Fields // *Int. J. Theor. Phys.* 2012. V. 51. P. 1453–1481.
38. Varlamov V.V. CPT groups of spinor fields in de Sitter and anti-de Sitter spaces // *Adv. Appl. Clifford Algebras*. 2015. V. 25. P. 487–516.
39. Варламов В.В. Спинорная структура и периодичность алгебр Клиффорда // *Математические структуры и моделирование*. 2015. № 3(35). С. 4–20.
40. Koide Y. New view of quark and lepton mass hierarchy // *Phys. Rev. D*. 1983. V. 28. P. 252.
41. Rivero A., Gsponer A. The strange formula of Dr. Koide // *arXiv:hep-*

- ph/0505220 (2005).
42. Foot R. A note on Koide's lepton mass relation // arXiv:hep-ph/9402242 (1994).
 43. Esposito S., Santorelli P. A Geometric Picture for Fermion Masses // arXiv:hep-ph/9603369 (1996).
 44. Ольшевский А.Г. Результаты и перспективы нейтринных реакторных экспериментов // УФН. 2014. Т. 184. С. 539–544.
 45. Бедняков В.А., Наумов Д.В., Смирнов О.Ю. Физика нейтрино и ОИЯИ // УФН. 2016. Т. 186. С. 233–263.
 46. Patrignani C. *at al.* (Particle Data Group) // Chin. Phys. 2016. С. V. 40. 100001. URL: <http://pdg.lbl.gov>.

MASS QUANTIZATION AND LORENTZ GROUP

V.V. Varlamov

Dr.Sc. (Phys.-Math.), e-mail: varlamov@sibsiu.ru

Siberian State Industrial University

Abstract. Mass spectrum of localized states of quantum micro-objects is studied in the framework of holistic (nonlocal) Heisenberg's scheme. As an object of a fundamental level (potential reality), the quantum micro-object exists outside of space-time. It is shown that state masses of lepton (except the neutrino) and hadron sectors of matter spectrum are proportional to the rest mass of electron with an accuracy of 0,41%.

Keywords: mass spectrum, Lorentz group, cyclic representations, mass formulae, mass quantization.

Дата поступления в редакцию: 19.01.2017