

ИНТЕРНАУКА
internauka.org

СБОРНИК СТАТЕЙ ПО МАТЕРИАЛАМ
LXIV-LXV МЕЖДУНАРОДНОЙ
НАУЧНО- ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

ХИМИЯ, ФИЗИКА, БИОЛОГИЯ, МАТЕМАТИКА: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ



№9-10(51)

ISSN 2541-9846

Москва, 2022

**ХИМИЯ, ФИЗИКА, БИОЛОГИЯ,
МАТЕМАТИКА: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ
И ПРИКЛАДНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

*Сборник статей по материалам LXIV-LXV международной
научно-практической конференции*

№ 9-10 (51)
Октябрь 2022 г.

Издается с июля 2017 года

Москва
2022



**CHEMISTRY, PHYSICS, BIOLOGY,
MATHEMATICS: THEORETICAL
AND APPLIED RESEARCH**

Proceedings of LXIV-LXV international scientific-practical conference

№ 9-10 (51)
October 2022

Published since July 2017

Moscow
2022

УДК 50
ББК 20
Х46

Х46 Химия, физика, биология, математика: теоретические и прикладные исследования. сб. ст. по материалам LXIV-LXV междунар. науч.-практ. конф. – № 9-10 (51). – М., Изд. «Интернаука», 2022. – 32 с.

Оглавление	
Доклады конференции на русском языке	5
Астрономия	5
Секция 1. Астрометрия и небесная механика	5
ПРОЦЕСС ФОРМИРОВАНИЯ ПЕРВОЙ КЛЕТКИ ЧАСТЬ 2. Клышин Юрий Васильевич	5
Математика	15
Секция 2. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	15
РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ БИАНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ Фозилов Даврон Шокирович	15
Физика	21
Секция 3. Приборы и методы экспериментальной физики	21
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ Кузнецова Валентина Анатольевна Панова Виктория Сергеевна Коваленко Виктор Викторович	21

ФИЗИКА

СЕКЦИЯ 3. ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

DOI: 10.32743/25419846.2022.9-10.51.345937

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Кузнецова Валентина Анатольевна

*студент,
Сибирский государственный индустриальный университет,
РФ, г. Новокузнецк*

Панова Виктория Сергеевна

*студент,
Сибирский государственный индустриальный университет,
РФ, г. Новокузнецк*

Коваленко Виктор Викторович

*д-р физ.-мат. наук, проф.,
Сибирский государственный индустриальный университет,
РФ, г. Новокузнецк*

EXPERIMENTAL VERIFICATION OF THE BASIC LAW OF ROTATIONAL MOTION DYNAMICS

Valentina Kuznetsova

*Student,
Siberian State Industrial University,
Russia, Novokuznetsk*

Victoria Panova
*Student,
Siberian State Industrial University,
Russia, Novokuznetsk*

Viktor Kovalenko
*Doctor of physical and mathematical sciences, professor,
Siberian State Industrial University,
Russia, Novokuznetsk*

АННОТАЦИЯ

Проверка основного закона динамики вращательного движения твердого тела. Метод экспериментальной физики – метод маятника Обербека. Подтвержден основной закон динамики вращательного движения. Выполнен расчет наилучших значений параметров уравнений регрессии, входящих в экспериментальное уравнение основного закона динамики вращательного движения твердого тела.

ABSTRACT

Verification of the basic law of the dynamics of rotational motion of a rigid body. The method of experimental physics is the Oberbeck pendulum method. The basic law of rotational motion dynamics has been confirmed. The calculation of the best values of the parameters of the regression equations included in the experimental equation of the basic law of the dynamics of the rotational motion of a rigid body is performed.

Ключевые слова: вращательное движение, закон динамики, угловое ускорение, момент сил, момент инерции, метод наименьших квадратов.

Keywords: rotational motion, law of dynamics, angular acceleration, moment of forces, moment of inertia, least squares method.

Основной закон динамики вращательного движения утверждает, что угловое ускорение тела (ε) при вращательном движении прямо пропорционально результирующему моменту сил (M), приложенных к нему, и обратно пропорционально его моменту инерции (I) [1]:

$$\varepsilon = \frac{M}{I}. \quad (1)$$

Различные физические явления и технические процессы с математической точки зрения выражаются изменением тех или иных величин, которые меняются с изменением условий опыта. Задача же

измерений состоит в нахождении функциональной зависимости, которая наилучшим образом описывает закон изменения интересующей нас величины [2]. Исследование зависимости (1) проводилось в двух экспериментах.

В первом эксперименте проведена проверка зависимости углового ускорения тела (ϵ) от момента сил (M) при постоянном значении момента инерции (I), во втором эксперименте проведена проверка зависимости углового ускорения тела (ϵ) от момента инерции (I) при постоянном значении результирующего момента сил (M). Для достижения поставленной цели эксперимент проводился на экспериментальной установке «маятник Обербека», принципиальная схема которого представлена на рисунке 1.

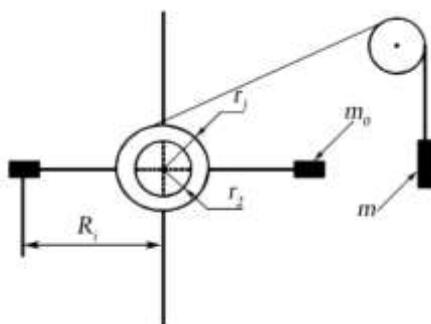


Рисунок 1. Принципиальная схема маятника Обербека

Эксперимент 1: результаты и обсуждение

В эксперименте 1 проведена проверка основного закона динамики вращательного движения при постоянном значении момента инерции (I).

В качестве экспериментальных зависимостей момента сил и углового ускорения выбираются уравнения (2) и (3) соответственно.

Момент силы натяжения нити:

$$M = mgr \left(1 - \frac{2h}{gt^2} \right), \quad (2)$$

где m – масса груза, подвешенного на нити,

r – радиус шкива,

h – вертикальное перемещение груза,

t – время вертикального перемещения груза.

Угловое ускорение груза:

$$\varepsilon = \frac{2h}{t^2 \cdot r}. \quad (3)$$

В процессе эксперимента проведены измерения указанных в (2) и (3) физических величин, результаты которых представлены в таблицах 1, 2, 3.

Таблица 1.

Результаты измерений в эксперименте с r₁

r₁ = 0,0350 м						
m_i, кг	t₁, с	t₂, с	t₃, с	t₄, с	t₅, с	t_{ср}, с
0,05	1,047	1,035	1,033	1,034	1,037	1,037
0,06	0,944	0,941	0,942	0,946	0,949	0,944
0,09	0,789	0,780	0,778	0,782	0,784	0,782
0,12	0,696	0,693	0,699	0,693	0,693	0,695
0,15	0,646	0,632	0,628	0,633	0,633	0,636

Таблица 2.

Результаты измерений в эксперименте с r₂

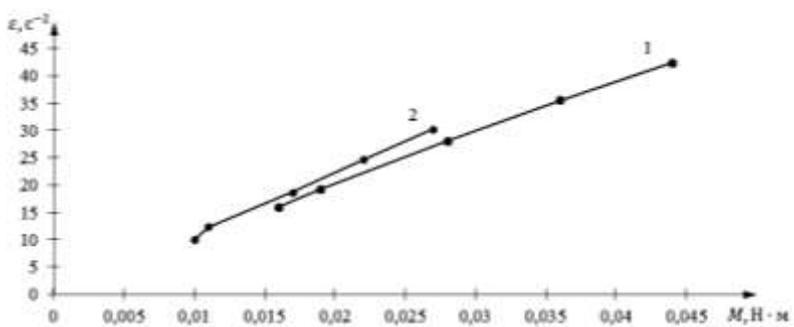
r₂ = 0,0020 м						
m_i, кг	t₁, с	t₂, с	t₃, с	t₄, с	t₅, с	t_{ср}, с
0,05	1,737	1,731	1,739	1,754	1,726	1,737
0,06	1,542	1,559	1,561	1,571	1,563	1,559
0,09	1,254	1,266	1,279	1,285	1,252	1,267
0,12	1,108	1,108	1,097	1,105	1,104	1,104
0,15	0,989	1,002	0,988	1,002	0,998	0,996

Таблица 3.

**Результаты косвенных измерений момента сил
и углового ускорения**

m_i, кг	r₁ = 0,035 м		r₂ = 0,020 м	
	M, Н · м	ε, 1/с²	M, Н · м	ε, 1/с²
0,05	0,016	15,94	0,010	9,94
0,06	0,019	19,24	0,011	12,34
0,09	0,028	28,03	0,017	18,69
0,12	0,036	35,49	0,022	24,61
0,15	0,044	42,38	0,027	30,24

По результатам эксперимента (таблица 3) были построены эмпирические линии регрессии, отражающие экспериментальные зависимости углового ускорения от момента сил при постоянном значении момента инерции (рисунок 2).



1 – радиус шкива r_1 , 2 – радиус шкива r_2

Рисунок 2. Эмпирическая зависимость углового ускорения от момента сил при постоянном значении момента инерции

Как видно из рис. 2 внешний вид эмпирических линий регрессии не удовлетворяет основному закону динамики вращательного движения (1), отражающему линейную зависимость между физическими величинами, так как экспериментальные точки не укладываются на прямую. Для установления вида теоретического уравнения регрессии было выполнено аналитическое решение, основанное на методе наименьших квадратов (МНК).

Метод наименьших квадратов позволяет определять наилучшие значения параметров и наилучшее положение эмпирической кривой относительно экспериментальных данных, при котором экспериментальные точки будут ближе расположены к эмпирической линии. Пусть даны несколько экспериментальных точек $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_i, y_i)$. Задача заключается в том, чтобы найти уравнение прямой (уравнение теоретической линии регрессии), проходящей через эти точки, описываемой уравнением линейной функции вида $y = ax + b$, где x – независимая переменная, a – угловой коэффициент прямой, b – свободный коэффициент.

Известная линейная теоретическая зависимость (1) позволяет решать поставленную задачу поиска теоретического уравнения регрессии в аспекте линейной зависимости. Таким образом, требуется найти такие значения a и b , чтобы сумма всех невязок была наименьшей.

Решение системы уравнений [2]:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n (x_i^2) + b \sum_{i=1}^n (x_i) = \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i), \\ a \sum_{i=1}^n (x_i) + n \cdot b = \sum_{i=1}^n (y_i). \end{cases}$$

позволяет рассчитать коэффициенты a и b по формулам:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^n (x_i) \cdot \sum_{i=1}^n (y_i)}{n \sum_{i=1}^n (x_i^2) - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}, \quad (5)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i) \cdot \sum_{i=1}^n (x_i^2) - \sum_{i=1}^n (x_i) \cdot \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i)}{n \sum_{i=1}^n (x_i^2) - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}. \quad (6)$$

За x принимаем момент силы натяжения нити M , за y принимаем угловое ускорение маятника ε , количество измерений n равно 5.

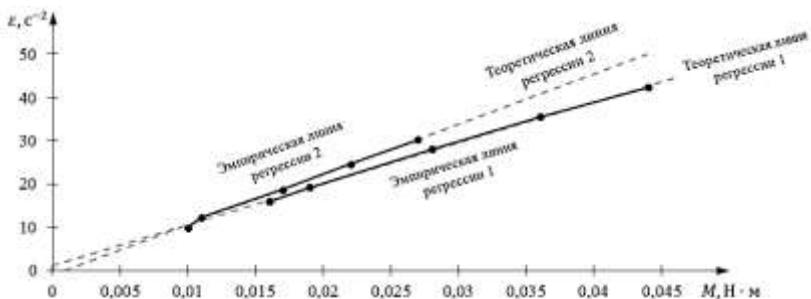
Таким образом, были получены значения коэффициентов a и b теоретических уравнений регрессии (таблица 4):

Таблица 4.

Результаты расчетов и теоретические уравнения регрессии

$r_1 = 0,035 \text{ м}$		$r_2 = 0,020 \text{ м}$	
$a, (\text{кг} \cdot \text{м}^2)^{-1}$	$b, (\text{с})^{-2}$	$a, (\text{кг} \cdot \text{м}^2)^{-1}$	$b, (\text{с})^{-2}$
944,242	1,211	1163,968	-1,089
теоретическое уравнение регрессии $\varepsilon = 944,242 \cdot M + 1,211$		теоретическое уравнение регрессии $\varepsilon = 1163,968 \cdot M - 1,089$	

По результатам эксперимента (таблица 3 и 4) были построены теоретические линии регрессии, удовлетворяющие экспериментальным данным зависимости углового ускорения ε от момента сил M при постоянном значении момента инерции I (рисунок 3).



1 – радиус шкива r_1 , 2 – радиус шкива r_2

Рисунок 3. Зависимость углового ускорения от момента сил.

Для оценки «тесноты связи» эмпирической и теоретической линий регрессии был рассчитан коэффициент парной корреляции по формуле (7):

$$r = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad (7)$$

где $\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$ – среднее квадратичное случайной величины x ,

$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}$ – среднее квадратичное случайной величины y .

Таблица 5.

Результаты расчета коэффициента парной корреляции

$r_1 = 0,035 \text{ м}$					$r_2 = 0,020 \text{ м}$				
x	y	x·y	x ²	y ²	x	y	x·y	x ²	y ²
0,016	15,94	0,255	0,00026	254,084	0,010	9,94	0,099	0,0001	98,804
0,019	19,24	0,366	0,00036	370,178	0,011	12,34	0,136	0,00012	152,276
0,028	28,03	0,785	0,00078	785,681	0,017	18,69	0,318	0,00029	349,316
0,036	35,49	1,278	0,00130	1259,540	0,022	24,61	0,541	0,00048	605,652
0,044	42,38	1,865	0,00194	1796,064	0,027	30,24	0,817	0,00073	914,458
сумма									
0,143	141,08	4,548	0,00463	4465,547	0,087	95,82	1,911	0,00172	2120,505
среднее									
0,029	28,216	0,910	0,00093	893,109	0,017	19,164	0,382	0,00034	424,101

Для случая с r_1 коэффициент парной корреляции равен 1, для случая с r_2 коэффициент парной корреляции равен 0,999.

Эксперимент 2: результаты и обсуждение

В эксперименте 2 проведена проверка основного закона динамики вращательного движения при постоянном значении результирующего момента сил (M).

Первая серия опытов выполнена для шкива радиусом $r_1 = 0,0350$ м и разновеса массой $m = 70$ г, для чего два и четыре груза массой $m_0 = 114$ г размещались на максимальном расстоянии от оси вращения (рис. 1). Не меняя массу наборного груза при различных расстояниях грузов R_i до оси вращения маятника, с шагом 20 мм были проведены измерения времени движения грузов.

В качестве экспериментальных зависимостей углового ускорения от момента инерции выбиралась уравнения (3) и (9).

Момент инерции:

$$I_0 = m \cdot r \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right), \quad (8)$$

$$I = I_0 + \sum_{i=1}^n m_i \cdot R_i^2, \quad (9)$$

где R_i – расстояние от грузов m_0 до оси маятника,

r – радиус шкива,

h – вертикальное перемещение груза,

t – время вертикального перемещения груза.

В процессе эксперимента проведены измерения указанных в (3) и (9) физических величин, результаты которых представлены в таблицах 6, 7, 8.

Таблица 6.

Результаты измерений в эксперименте с двумя грузами

$R_i, \text{ м}$	$r_1 = 0,0350 \text{ м}, 2m_0 = 0,228 \text{ кг}$					
	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$t_3, \text{ с}$	$t_4, \text{ с}$	$t_5, \text{ с}$	$t_{\text{ср}}, \text{ с}$
0,12	1,947	1,969	1,994	2,045	1,970	1,985
0,10	1,721	1,853	1,788	1,721	1,816	1,780
0,08	1,718	1,699	1,629	1,598	1,657	1,660
0,06	1,329	1,409	1,379	1,342	1,387	1,369
0,04	1,228	1,247	1,198	1,166	1,218	1,211

Таблица 7.

Результаты измерений в эксперименте с четырьмя грузами

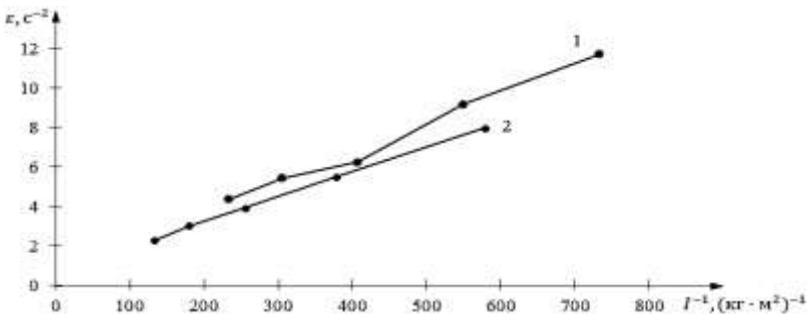
R _i , м	r ₁ = 0,0350 м, 4m ₀ = 0,456 кг					
	t ₁ , с	t ₂ , с	t ₃ , с	t ₄ , с	t ₅ , с	t _{ср} , с
0,12	2,780	2,648	2,887	2,696	2,810	2,764
0,10	2,372	2,346	2,504	2,375	2,352	2,390
0,08	2,057	2,189	2,000	2,059	2,182	2,097
0,06	1,765	1,745	1,154	1,821	1,765	1,770
0,04	1,505	1,439	1,417	1,476	1,505	1,468

Таблица 8.

Результаты косвенных измерений момента инерции и углового ускорения

R _i , м	2m ₀ = 0,228 кг			4m ₀ = 0,456 кг		
	I _i , кг · м ²	I _i ⁻¹ , (кг · м ²) ⁻¹	ε _i , 1/с ²	I _i , кг · м ²	I _i ⁻¹ , (кг · м ²) ⁻¹	ε _i , 1/с ²
0,12	0,00428	233,47	4,350	0,00757	132,10	2,244
0,10	0,00378	304,88	5,410	0,00556	179,86	3,001
0,08	0,00246	406,64	6,221	0,00392	255,10	3,895
0,06	0,00182	549,21	9,147	0,00264	378,79	5,472
0,04	0,00136	732,71	11,689	0,00173	578,03	7,955

По результатам эксперимента (таблица 8) были построены эмпирические линии регрессии, отражающие экспериментальные зависимости углового ускорения от обратного значения момента инерции при постоянном значении момента сил (рис. 4).



1 – 2 груза массой $2m_0$, 2 – 4 груза массой $4m_0$

Рисунок 4. Эмпирическая зависимость углового ускорения от обратного значения момента инерции при постоянном значении момента сил

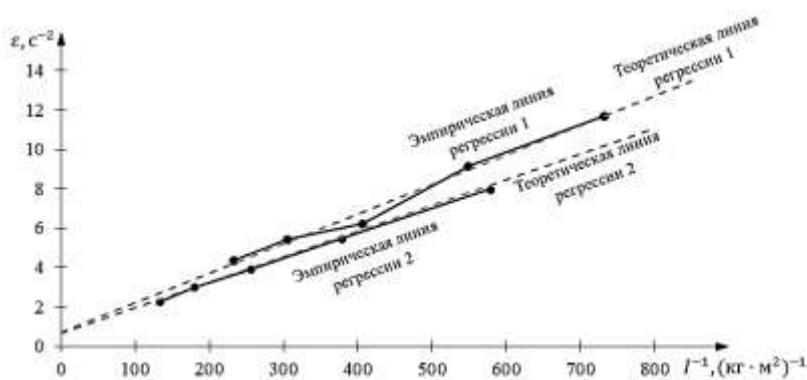
В работе выполнен расчет коэффициентов a и b уравнения регрессии по формулам (5) и (6). За x принимаем обратное значение момента инерции I^{-1} , за y принимаем угловое ускорение маятника ε , количество измерений n равно 5. Значения коэффициентов a и b теоретических уравнений регрессии представлены в таблице 9.

Таблица 9.

Результаты расчетов и теоретические уравнения регрессии

$2m_0 = 0,228 \text{ кг}$		$4m_0 = 0,456 \text{ кг}$	
$a, (\text{кг} \cdot \text{м}^2)^{-1}$	$b, (\text{с})^{-2}$	$a, (\text{кг} \cdot \text{м}^2)^{-1}$	$b, (\text{с})^{-2}$
0,015	0,702	0,013	0,650
теоретическое уравнение регрессии $\varepsilon = 0,015 \cdot I^{-1} + 0,702$		теоретическое уравнение регрессии $\varepsilon = 0,013 \cdot I^{-1} + 0,650$	

По результатам эксперимента (таблицы 8 и 9) были построены теоретические линии регрессии, удовлетворяющие экспериментальным данным зависимости углового ускорения ε от обратного значения момента инерции I^{-1} при постоянном значении момента сил M (рис. 5).



1 – 2 груза массой $2m_0$, 2 – 4 груза массой $4m_0$

Рисунок 5. Зависимость углового ускорения от обратного значения момента инерции

По формуле (7) рассчитан коэффициент парной корреляции, его результаты представлены в таблице 10.

Таблица 10.

Результаты расчета коэффициента парной корреляции

$2m_0 = 0,228 \pm 0,005 \text{ кг}$					$4m_0 = 0,456 \pm 0,005 \text{ кг}$				
x	y	x·y	x ²	y ²	x	y	x·y	x ²	y ²
233,47	4,350	1015,6	54508,24	18,92	132,10	2,244	294,4	17450,41	5,04
304,88	5,410	1649,4	92951,81	29,27	179,86	3,001	539,8	32349,62	9,01
406,64	6,221	2529,7	165356,09	38,70	225,10	3,895	993,6	65076,01	15,17
549,21	9,147	5023,6	301631,62	83,67	378,79	5,472	2072,7	143481,86	29,94
732,71	11,689	8564,6	536863,94	136,63	578,03	7,955	4598,2	334118,68	63,28
сумма									
2226,91	36,817	18783,0	1151311,71	307,19	1523,88	22,567	8500,8	592476,58	122,44
среднее									
445,38	7,363	3756,6	230262,34	61,44	304,776	4,5134	1700,2	118495,32	24,49

В первом случае коэффициент парной корреляции равен 0,994, во втором случае коэффициент парной корреляции равен 1.

Таким образом, в работе с применением методов экспериментальной физики и регрессионного анализа проведено исследование основного закона динамики вращательного движения. Экспериментально подтверждена зависимость углового ускорения тела ε от результирующего момента сил M при постоянном значении момента инерции и зависимость углового ускорения тела ε от момента инерции I при постоянном значении результирующего момента сил, что указывает на подтверждение основного закона динамики вращательного движения твердого тела.

Список литературы:

1. Савельев И.В. Курс общей физики: учебное пособие для вузов: в 3 т. Т.1. – : Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев – СПб.: Лань, 2008. – 432 с.
2. Коваленко В. В. Основы метрологии и обработки результатов измерений : учебное пособие / Сиб. гос. индустр. ун-т ; сост. В. В. Коваленко. – Новокунецк: Издательский центр СибГИУ, 2016. – 96 с.