ISSN 0368-0797
eISSN 2410-2091

МИСИС
УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

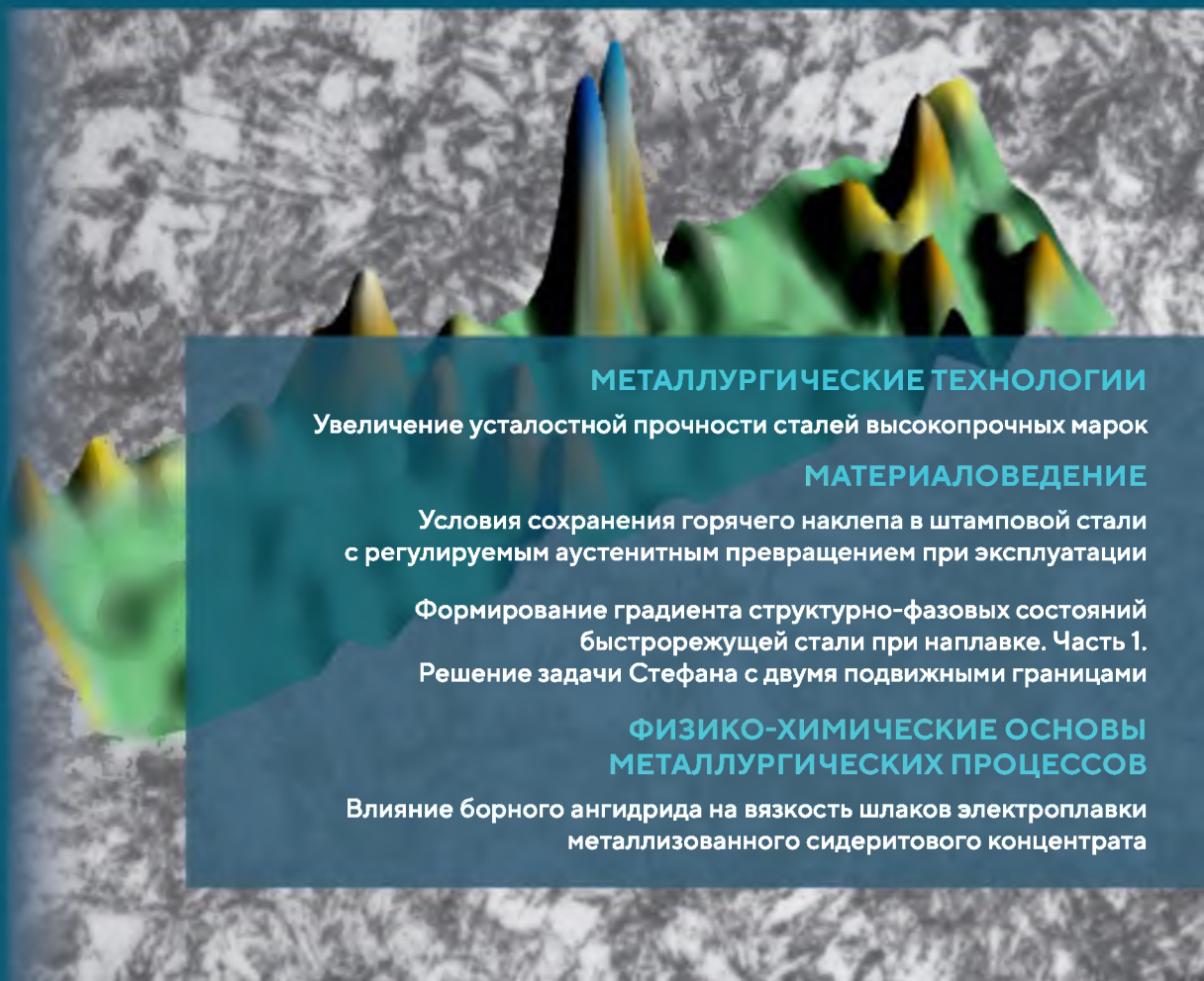
СибГИУ
Сибирский государственный индустриальный университет

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ ЧЕРНАЯ МЕТАЛЛУРГИЯ

IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY

fermet.misis.ru

2023 Том Vol. 66 № No. 5



МИСИС УНИВЕРСИТЕТ
СибГИУ Сибирский государственный индустриальный университет

ISSN 0368-0797
eISSN 2410-2091

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ ЧЕРНАЯ МЕТАЛЛУРГИЯ

Научно-технический журнал

Издается с января 1958 г. Выпускается 6 раз в год

2023 Том Vol. 66 № No. 5

IZVESTIYA FERROUS METALLURGY

Scientific and Technical Journal

Published since January 1958. Issued 6 times a year

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
ЧЕРНАЯ МЕТАЛЛУРГИЯ

www.fermet.misis.ru

ISSN 0368-0797 *(Print)* ISSN 2410-2091 *(Online)*

Варианты названия:

Известия вузов. Черная металлургия

Izvestiya. Ferrous Metallurgy

Учредители:

МИСИС
УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

СибГИУ
Сибирский государственный индустриальный университет

Издатель:

Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

Адреса подразделений редакций:

в Москве
Россия, 119049, Москва, Ленинский просп., д. 4, стр. 1
Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»
Тел.: +7 (495) 638-44-11 *E-mail*: ferrous@misis.ru

в Новокузнецке
Россия, 654007, Новокузнецк,
Кемеровская обл. – Кузбасс, ул. Кирова, зд. 42
Сибирский государственный индустриальный университет
Тел.: +7 (3843) 74-86-28 *E-mail:* redjizvz@sibsiu.ru

В соответствии п. 5 Правил формирования перечня ВАК журнал «Известия вузов. Черная металлургия» входит в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, публикация в которых учитывается при защитах кандидатских и докторских диссертаций как индексируемый в МБД.

Индексирование: Scopus, Russian Science Citation Index (RSCI), Research Bible, Chemical Abstracts, OCLC и Google Scholar

Зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи и массовых коммуникаций **ПИ № ФС77-35456**.

IZVESTIYA FERROUS METALLURGY

www.fermet.misis.ru

ISSN 0368-0797 *(Print)* ISSN 2410-2091 *(Online)*

Alternative title:

Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya

Founders:

MISIS UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

SibSIU Siberian State Industrial University

Publisher:

National University of Science and Technology "MISIS"

Editorial Office Address:

in Moscow
4 Leninskii Ave., Moscow 119049, Russian Federation
National University of Science and Technology "MISIS"
Tel.: +7 (495) 638-44-11
E-mail: fermet.misis@mail.ru, ferrous@misis.ru

in Novokuznetsk
42 Kirova Str., Novokuznetsk, Kemerovo Region – Kuzbass
654007, Russian Federation
Siberian State Industrial University
Tel.: +7 (3843) 74-86-28 *E-mail*: redjizvz@sibsiu.ru

In accordance with paragraph 5 of the Rules for the formation of the Higher Attestation Comission list journal "Izvestiya. Ferrous metallurgy" is included in the list of leading peer-reviewed scientific journals, publication in which is taken into account in the defense of candidate and doctoral dissertations, as indexed in internatonal data bases.

Indexed: Scopus, Russian Science Citation Index (RSCI), Research Bible, Chemical Abstracts, OCLC and Google Scholar

Registered in Federal Service for Supervision in the Sphere of Mass Communications **PI number FS77-35456**.

СОДЕРЖАНИЕ / CONTENTS

МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

METALLURGICAL TECHNOLOGIES

ЭКОЛОГИЯ И РАЦИОНАЛЬНОЕ ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЕ

ECOLOGY AND RATIONAL USE OF NATURAL RESOURCES

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

MATERIALS SCIENCE

СОДЕРЖАНИЕ *(продолжение)*

CONTENTS *(Continuation)*

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

PHYSICO-CHEMICAL BASICS OF METALLURGICAL PROCESSES

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И АВТОМАТИЗАЦИЯ В ЧЕРНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ

INFORMATION TECHNOLOGIES AND AUTOMATIC CONTROL IN FERROUS METALLURGY

ПО МАТЕРИАЛАМ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ ШКОЛА ДЛЯ МОЛОДЫХ МЕТАЛЛУРГОВ»

BASED ON THE MATERIALS OF THE INTERNATIONAL CONFERENCE "SCIENTIFIC AND PRACTICAL SCHOOL FOR YOUNG METALLURGISTS"

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ / MATERIALS SCIENCE

УДК 536.425:539.25:539.351
DOI 10.17073/0368-0797-2023-5-587-593

Оригинальная статья
Original article

Формирование градиента структурно-фазовых состояний быстрорежущей стали при наплавке. Часть 1. Решение задачи Стефана с двумя подвижными границами

С. А. Невский[1] ✉, **Л. П. Бащенко**[1], **О. А. Перегудов**[2]

[1] **Сибирский государственный индустриальный университет** (Россия, 654007, Кемеровская обл. – Кузбасс, Новокузнецк, ул. Кирова, 42)
[2] **Омский государственный технический университет** (Россия, 644050, Омск, пр. Мира, 11)

✉ nevskiy.sergei@yandex.ru

Аннотация. Теоретически рассматривается процесс затвердевания бинарной системы железо – вольфрам при содержании вольфрама 18 % (по массе). Такое содержание вольфрама характерно для теплостойкого сплава, который применяется в процессах плазменно-дуговой наплавки на поверхность валков. Решается осесимметричная тепловая задача Стефана для двух подвижных цилиндрических границ, которые разделяют три области. В области *1* расплав находится при температуре плавления, в области *2* вещество находится в двухфазном состоянии, а в области *3* – твердое тело. На границе раздела областей *1* и *2* задается температура ликвидуса, а на границе раздела *2* и *3* – температура солидуса. На данных границах задается условие баланса тепловых потоков, из которого получена система кинетических уравнений. Эту систему решали численными методами, при этом не выдвигались гипотезы о том, что фронты фазовых превращений движутся по закону $R \sim t^{1/2}$. Решение системы кинетических уравнений показывает, что граница солидуса движется практически по линейному закону. Граница ликвидуса перемещается по параболическому закону. Для областей микрометрового диапазона по размерам процессы фазовых превращений протекают за время порядка 5 нс, тогда как для областей размерами порядка 10 мкм – за время около 50 мкс. Зависимости температурных полей от радиальной координаты в различные моменты времени показывают, что с увеличением времени размеры области *2* уменьшаются, и, как только значения координат границ ликвидуса и солидуса становятся близкими, процесс кристаллизации останавливается. Дальнейшее развитие модели заключается в учете вращения одной из сред. Полученные результаты послужат материалом для исследования двухфронтовой неустойчивости Маллинза-Секерки.

Ключевые слова: система железо – вольфрам, задача Стефана, уравнение теплопроводности, подвижные границы фазовых превращений

Благодарности: Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-19-00186), https://rscf.ru/project/23-19-00186).

Для цитирования: Невский С.А., Бащенко Л.П., Перегудов О.А. Формирование градиента структурно-фазовых состояний быстрорежущей стали при наплавке. Часть 1. Решение задачи Стефана с двумя подвижными границами. *Известия вузов. Черная металлургия.* 2023;66(5):587–593. https://doi.org/10.17073/0368-0797-2023-5-587-593

Formation of the gradient of structural-phase states of high-speed steel during surfacing. Part 1. Solving the Stefan problem with two movable boundaries

S. A. Nevskii[1] ✉, **L. P. Bashchenko**[1], **O. A. Peregudov**[2]

[1] **Siberian State Industrial University** (42 Kirova Str., Novokuznetsk, Kemerovo Region – Kuzbass 654007, Russian Federation)
[2] **Omsk State Technical University** (11 Mira Ave., Omsk 644050, Russian Federation)

✉ nevskiy.sergei@yandex.ru

Abstract. The article considers theoretical study of solidification of the binary iron–tungsten system at a tungsten content of 18 wt. %. Such tungsten content is typical for heat-resistant alloys used in plasma-arc surfacing on the rolls surface. The axisymmetric Stefan thermal problem is solved for two

movable cylindrical boundaries that separate three regions. In region *1*, the melt is at the melting point; in region *2*, the substance is in a two–phase state, and in region *3* – a solid. The liquidus temperature was set at the interface of regions *1* and *2*, and the solidus temperature – at the interface of regions *2* and *3*. At these boundaries, a condition for the heat flows balance was given, from which a system of kinetic equations was obtained. This system was solved by numerical methods, without hypothesizing that the fronts of phase transformations move according to the law $R \sim t^{1/2}$. Solution of the system of kinetic equations shows that the solidus boundary moves almost linearly. The liquidus boundary moves according to the parabolic law. For regions of the micrometer range in size, the processes of phase transformations take place in a time of about 5 ns, whereas for regions of the order of 10 μm in size – in a time of about 50 ms. Dependences of temperature fields on the radial coordinate at various points in time show that with increasing time, the dimensions of region *2* decrease, and as soon as coordinates of the liquidus and solidus boundaries become close, thecrystallization process stops. Further development of the model consists in taking into account the rotation of one of the media. The results obtained will serve as a material for the study of the Mullins-Sekerka two-front instability.

Keywords: iron – tungsten system, the Stefan problem, equation of thermal conductivity, moving boundaries of phase transformations

Acknowledgements: The research was supported by the Russian Science Foundation (grant No. 23-19-00186, https://rscf.ru/project/23-19-00186).

For citation: Nevskii S.A., Bashchenko L.P., Peregudov O.A. Formation of the gradient of structural-phase states of high-speed steel during surfacing. Part 1. Solving the Stefan problem with two movable boundaries. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2023;66(5):587–593.
https://doi.org/10.17073/0368-0797-2023-5-587-593

Введение

Для ремонта прокатных валков традиционно применяются технологии плазменной наплавки различных износостойких материалов [1]. В качестве наплавочных материалов особый интерес представляют теплостойкие сплавы на основе железа с высокими содержаниями вольфрама (примерно 17 – 18 %) и углерода (0,76 – 0,82 %), которые обладают высокими твердостью и износостойкостью [2]. Нанесение покрытий из таких сплавов сопровождается образованием холодных трещин, для борьбы с которыми применяют предварительный и сопутствующий высокотемпературный подогрев и замедленное охлаждение деталей [3]. Однако при такой обработке полученные покрытия имеют низкие твердость и износостойкость. Для их повышения необходимо проведение дополнительной термической обработки по сложной схеме отжиг – закалка – отпуск. Это сильно ограничивает применение рассматриваемых сплавов [4]. В этой связи актуален поиск способов плазменной наплавки теплостойких сплавов, которые позволяют избежать образования трещин и сохранить высокие механические и трибологические свойства без применения дополнительных термических обработок. Решение этой задачи требует наличия сведений о механизмах формирования градиентных структурно-фазовых состояний в материалах при наплавке. Фундаментальную роль в образовании данных состояний играют процессы кристаллизации материалов [5]. От протекания этих процессов будет зависеть, какая структура и, соответственно, какие механические свойства будут получены в ходе наплавки.

В настоящее время механизмам и моделям кристаллизации материалов на поверхностях различной геометрии посвящено множество работ [5 – 10]. В зависимости от внешних условий (скорости охлаждения, скорости вращения, температуры окружающей среды, степени переохлаждения и т.д.) образуется ячеистая или дендритная структура, либо одновременно существуют обе структуры [5; 6]. Одним из основных механизмов их образования, по мнению авторов работ [7; 8], является неустойчивость фронта кристаллизации, вызванная понижением температуры фазового перехода вследствие вытеснения примеси в расплав, а также явлением концентрационного переохлаждения. Таким образом, форма межфазной границы оказывает определяющее влияние на распределение примесей в кристалле [9]. Основной вывод всех теорий морфологической устойчивости заключается в том, что при определенном соотношении между температурным и концентрационным градиентами происходит потеря устойчивости фронта кристаллизации по отношению к малым возмущениям [10]. Это приводит к образованию сложных структурно-фазовых состояний, а также способствует протеканию процесса нуклеации частиц на растворенных примесях. Таким образом, перед фронтом кристаллизации возникает протяженная область фазового перехода [11]. Представленные в работах [5 – 11] модели учитывают только движение границ фазового перехода, но не рассматривают движение границ прогрева расплава. Обычно предполагается, что на данной границе наблюдается стабилизированное распределение температуры или ее устремляют в бесконечность [12; 13]. Учет того, что граница прогрева не является бесконечно большой, согласно результатам решения тепловой задачи [14] приводит к более быстрому росту частиц по сравнению с решением задач без учета данного факта. Таким образом, при построении математических моделей плазменного воздействия на структуру материалов необходимо учитывать как движение границ фазового перехода, так и границ прогрева. Поиск механизмов формирования градиента структуры и фазового состава теплостойких сплавов при плазменной наплавке на вращающийся валок необходимо проводить с использованием представлений о возникновении и развитии неустойчивости Малинза-Секерки [15], анализ которой позволяет определить условия возникновения этих состояний с учетом движения границы прогрева. Изучение этой неустой-

чивости проводится в несколько этапов: определение характера возмущений поверхности раздела и оценка влияния ее кривизны на температуру ликвидуса; расчет полей температур и концентраций в твердой и жидкой фазе; нахождение зависимости скорости роста возмущений из условий на границе фазового перехода.

В настоящей работе особое внимание уделяется решению тепловой и диффузионной задачи Стефана для двух подвижных границ, что позволит отследить кинетику затвердевания материала. В отличие от традиционных работ [16 – 18] по решению данной задачи, где предполагается, что рост кристалла прямо пропорционален величине $t^{1/2}$, в настоящей работе данная гипотеза не используется. Процесс роста кристалла во времени отслеживается путем решения системы кинетических уравнений, полученных из условий баланса температуры и вещества на границах фазовых переходов.

Методика проведения исследований (постановка задачи)

Рассмотрим процесс направленного затвердевания цилиндрического фронта вдоль пространственной оси r. На рис. 1 приведена схема геометрии задачи.

Исходная фаза занимает область $R_2(t) < r < +\infty$ (где t – время) и обладает температурой T_0. По мере достижения температуры T^{**} образуется вторая фаза, которая занимает область $R_1(t) < r < R_2(t)$. При температуре T^* образуется третья фаза, которая находится в области $0 < r < R_1(t)$. Для каждой из областей запишем уравнение теплопроводности:

$$\begin{gathered}\frac{\partial T_1}{\partial t} = \chi_1\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_1}{\partial r}\right)\right],\ R_2(t) < r < +\infty;\\ \frac{\partial T_2}{\partial t} = \chi_2\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_2}{\partial r}\right)\right],\ R_1(t) < r < R_2(t);\\ \frac{\partial T_3}{\partial t} = \chi_3\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_3}{\partial r}\right)\right],\ 0 < r < R_1(t),\end{gathered} \tag{1}$$

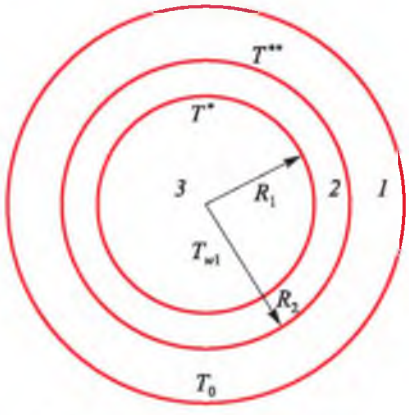


Рис. 1. Схема геометрии задачи

Fig. 1. Diagram of the problem geometry

где χ_1 и χ_2, χ_3 – коэффициенты температуропроводности в областях *1 – 3*.

Движение границ фазовых переходов будет определяться из условий баланса температур и тепловых потоков:

$$\begin{gathered}T_3 = T_2 = T^*,\ r = R_1(t);\\ -\lambda_3\frac{\partial T_3}{\partial r} + \lambda_2\frac{\partial T_2}{\partial r} = \Delta H_1\frac{dR_1}{dt},\ r = R_1(t);\\ T_2 = T_1 = T^{**},\ r = R_2(t);\\ \lambda_1\frac{\partial T_1}{\partial r} - \lambda_2\frac{\partial T_2}{\partial r} = \Delta H_2\frac{dR_2}{dt},\ r = R_2(t),\end{gathered} \tag{2}$$

где λ_1 и λ_2, λ_3 – коэффициенты теплопроводности в областях *1 – 3*; ΔH_1 и ΔH_2 – объемная теплота фазовых превращений.

При $r \to 0$ значение температуры составляет T_{w1}, а при $r \to \infty$ значение температуры T_0. Начальные условия будут иметь вид

$$T_2(r, 0) = T_0;\ R_1(0) = R_0;\ R_2(0) = R_0^*, \tag{3}$$

где R_0 и R_0^* – начальные радиусы границ фазовых переходов.

Решение системы (1) – (3) будем искать в виде

$$T_i(r, t) = A_i + B_i E_i\left(\frac{r^2}{4\chi_i t}\right), \tag{4}$$

где A_i, B_i – произвольные постоянные; $E_i(z)$ – интегральная показательная функция; $i = 1 \div 3$.

Подставляя в выражение (4) граничные условия (2) и начальные условия (3), получим:

$$\begin{gathered}T_1(r, t) = T_0 - \left(T_0 - T^{**}\right)\frac{E_i\left(\frac{r^2}{4\chi_1 t}\right)}{E_i\left(\frac{R_2^2}{4\chi_1 t}\right)},\\ R_2(t) < r < +\infty;\\ T_2(r, t) = \left[T^{**}E_i\left(\frac{R_1^2}{4\chi_2 t}\right) - T^*E_i\left(\frac{R_2^2}{4\chi_2 t}\right) + \left(T^* - T^{**}\right)\times\right.\\ \left.\times E_i\left(\frac{r^2}{4\chi_2 t}\right)\right]\Big/\left[E_i\left(\frac{R_1}{4\chi_2 t}\right) - E_i\left(\frac{R_2}{4\chi_2 t}\right)\right],\\ R_1(t) < r < R_2(t);\\ T_3(r, t) = \left[T^*E_i\left(\frac{R^2}{4\chi_3 t}\right) - T_{w1}E_i\left(\frac{R_1^2}{4\chi_3 t}\right) - \left(T^* - T_{w1}\right)\times\right.\\ \left.\times E_i\left(\frac{r^2}{4\chi_3 t}\right)\right]\Big/\left[E_i\left(\frac{R^2}{4\chi_3 t}\right) - E_i\left(\frac{R_1^2}{4\chi_3 t}\right)\right],\\ 0 < r < R_1(t).\end{gathered} \tag{5}$$

Параметр R, который имеет размерность радиальной координаты, выбран для устранения расходимости при $r \to 0$. Его значение предполагается равным 10^{-8} м.

Результаты и их обсуждение

Подстановка зависимости (5) в уравнения теплового баланса на границах фазовых переходов приводит к следующим кинетическим уравнениям:

$$\frac{dR_1}{dt} = \frac{\left[F_1 \exp\left(-\frac{R_1^2}{4\chi_1 t}\right)\right] - \left[F_2 \exp\left(-\frac{R_1^2}{4\chi_3 t}\right)\right]}{R_1\left[E_i\left(\frac{R_1^2}{4\chi_2 t}\right) - E_i\left(\frac{R_2^2}{4\chi_2 t}\right)\right]};$$

$$\frac{dR_2}{dt} = \frac{G_1 \exp\left(-\frac{R_2^2}{4\chi_2 t}\right)}{R_2\left[E_i\left(\frac{R_1^2}{4\chi_2 t}\right) - E_i\left(\frac{R_2^2}{4\chi_2 t}\right)\right]} - \frac{G_2 \exp\left(-\frac{R_2^2}{4\chi_1 t}\right)}{R_2\left[E_i\left(\frac{R_2^2}{4\chi_1 t}\right)\right]}; \quad (6)$$

$$F_1 = \frac{2\left(T^{**} - T^*\right)\lambda_2}{\Delta H_1}; \; F_2 = \frac{2\left(T^* - T_{w1}\right)\lambda_3}{\Delta H_1};$$

$$G_1 = \frac{2\left(T^* - T^{**}\right)\lambda_2}{\Delta H_2}; \; G_2 = \frac{2\left(T_0 - T^{**}\right)\lambda_1}{\Delta H_2}.$$

Система (6) обыкновенных дифференциальных уравнений решается методом Рунге-Кутта высокого порядка. Для удобства расчетов были использованы безразмерные переменные $\tilde{R}_i = \frac{R}{R_0}$ и $\tau = t\frac{\chi_1}{R_0^2}$ (τ – безразмерное время). Так как при $t \to 0$ функция $E_i \frac{R_i^2}{4\chi t} \to 0$, то значение времени задавалось порядка 10^{-9} с. Характеристики исследуемого материала (системы железо – вольфрам) приведены в таблице.

Характеристики системы железо – вольфрам

Characteristics of the iron – tungsten system

Характеристики материала	Обозначение	Значение
Температура расплава, К	T_{w1}	1811
Удельная теплота плавления, кДж/кг	ΔH	270
Плотность, кг/м^3	ρ_1	6980
Теплопроводность материала, Вт/(м·К)		
в области *1*	λ_1	39
в области *2*	λ_2	35
в области *3*	λ_3	35
Температуропроводность материала, м^2/с		
в области *1*	χ_1	$6{,}8 \cdot 10^{-6}$
в области *2*	χ_2	$6{,}9 \cdot 10^{-6}$
в области *3*	χ_3	$6{,}9 \cdot 10^{-6}$

В области *1* задавалась температура расплава $T_0 = 1811$ К. На границе R_2 температура ликвидуса T^{**} составляет 1806 К, а на границе R_1 температура солидуса T^* составляет 1803 К. Эти значения температур определялись по диаграмме состояния [19] при содержании вольфрама 18 % (по массе). Температура T_{w1} меньше T^* и составляла 1790 К. Предполагалось, что $\chi_2 = \chi_3$ и $\lambda_2 = \lambda_3$, $\Delta H_1 = \Delta H_2$. На рис. 2 представлены зависимости движения границ раздела. При $R_0 = 1$ мкм координата границы R_1 увеличивается практически по линейному закону до $\tau = 0{,}028$ (4,4118 нс), тогда как R_2 изменяется немонотонно, резко снижаясь после $\tau > 0{,}028$ (4,4118 нс). Если $R_0 = 10$ мкм, то будет наблюдаться такая же тенденция с той лишь разницей, что длительность процесса кристаллизации будет составлять 41,176 мкс.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что с уменьшением размера зародышей время их устойчивого роста уменьшается практически на четыре порядка. Резкое снижение значения радиальной координаты R_2, такое же резкое увеличение координаты R_1 могут свидетельствовать о возникновении неустойчивости фронта кристаллизации, которая вызывается как наличием межфазного поверхностного натяжения, так и переохлаждением. Быстрое протекание процесса кристаллизации в областях малых размеров объясняется наличием большой поверхностной энергии, которая стремится уменьшиться за счет роста размеров и изменения конфигурации границы раздела сред [20]. На рис. 3 представлены зависимости температуры от безразмерной радиальной координаты. Видно, что с увеличением времени размеры области *2* умень-

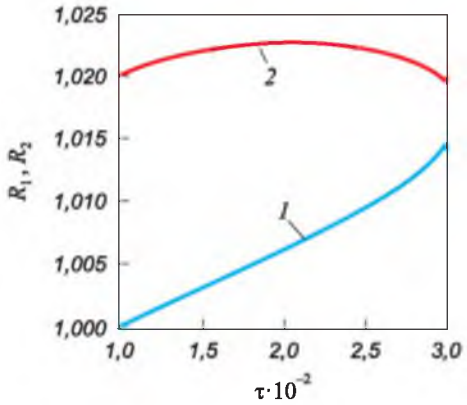


Рис. 2. Зависимости радиальных координат фронта кристаллизации от времени при $T_{w1} = 1790$ К, $T^* = 1803$ К, $T^{**} = 1806$ К, $T_0 = 1811$ К, $R_0 = 1$ мкм:
1 – граница перехода между фазами *1* и *2*;
2 – граница перехода между фазами *2* и *3*

Fig. 2. Dependences of radial coordinates of crystallization front on time at $T_{w1} = 1790$ K, $T^* = 1803$ K, $T^{**} = 1806$ K, $T_0 = 1811$ K, $R_0 = 1$ μm:
1 – boundary of transition between phases *1* and *2*;
2 – boundary of transition between phases *2* and *3*

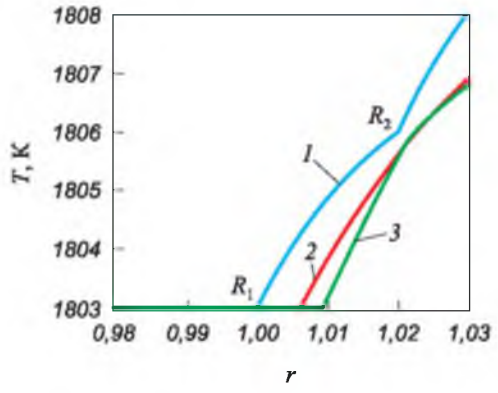


Рис. 3. Зависимости температуры от координаты в различные моменты времени при T_{w1} = 1790 К, T^{*} = 1803 К, T^{**} = 1806 К, T_0 = 1811 К, R_0 = 1 мкм: *1* – τ = 0,01; *2* – τ = 0,02; *3* – τ = 0,025

Fig. 3. Temperature dependences on the coordinate at different time points at T_{w1} = 1790 K, T^{*} = 1803 K, T^{**} = 1806 K, T_0 = 1811 K, R_0 = 1 μm: *1* – τ = 0.01; *2* – τ = 0.02; *3* – τ = 0.025

шаются (кривые *2* и *3*), тогда как размеры области *3*, увеличиваются.

Другая тенденция будет наблюдаться при T_0 = 1790 К, T^{**} = 1803 К, T^{*} = 1803 К и T_{w1} = 1811 К (рис. 4). Координаты границ фазовых переходов будут уменьшаться (рис. 4, *а*), причем R_1 по линейному закону, а R_2 по параболическому. Зависимости температуры (рис. 4, *б*) показывают, что, как и в предыдущем случае, наблюдается снижение размеров областей *2* и *3* (кривые *2* и *3*).

Выводы

Проведенное теоретическое исследование процесса кристаллизации системы на примере железо – вольфрам путем решения кинетических уравнений показало, что граница ликвидуса R_2 движется не по закону $R \sim t^{1/2}$, а по нисходящей параболе, граница солидуса R_1 движется практически по линейному закону. По достижении определенного значения времени наблюдается сближение данных границ, что говорит об остановке процесса кристаллизации или о развитии неустойчивости фронта кристаллизации. Полученные температурные зависимости послужат основой для изучения этой неустойчивости. Дальнейшее развитие модели в направлении ее адаптации к процессу плазменно-дуговой наплавки валков заключается в учете вращения одной из сред и более строгом учете влияния концентрации легирующих элементов.

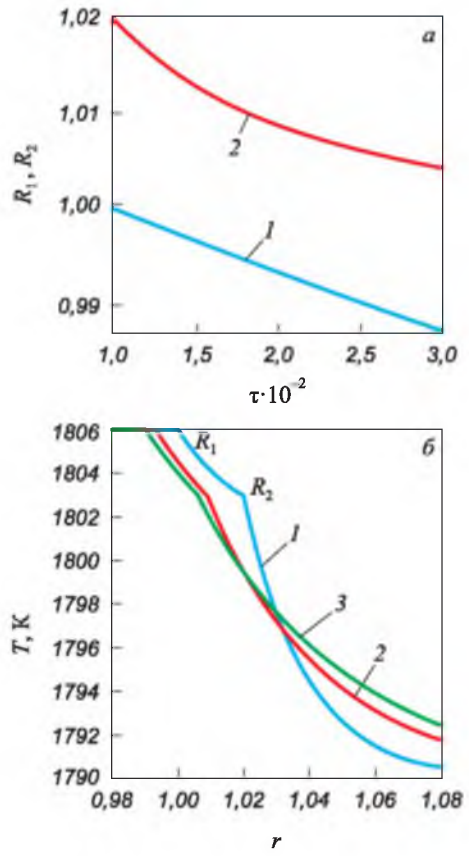


Рис. 4. Результаты вычислений при T_{w1} = 1811 К. T^{*} = 1806 К, T^{**} = 1803 К, T_0 = 1790 К, R_0 = 1 мкм: *а* – зависимости радиальных координат фронта кристаллизации от времени (*1* – граница перехода между фазами *1* и *2*; *2* – граница перехода между фазами *2* и *3*); *б* – зависимости температуры от координаты в различные моменты времени (*1* – τ = 0,01; *2* – τ = 0,02; *3* – τ = 0,025)

Fig. 4. Calculation results for T_{w1} = 1811 K. T^{*} = 1806 K, T^{**} = 1803 K, T_0 = 1790 K, R_0 =1 μm: *a* – dependences of the radial coordinates of the crystallization front on time (*1* – boundary of transition between phases *1* and *2*; *2* – boundary of transition between phases *2* and *3*); *б* – temperature dependences on the coordinate at different time (*1* – τ = 0.01; *2* – τ = 0.02; *3* – τ = 0.025)

Список литературы / References

1. Соснин Н.А., Ермаков С.А., Тополянский П.А. *Плазменные технологии. Руководство для инженеров*. СПб.: изд. Политехнического ун-та; 2013;406.
2. Damon J., Schüßler P., Mühl F., Dietrich S., Schulze V. Short-time induction heat treatment of high speed steel AISI M2: Laboratory proof of concept and application-related component tests. *Materials & Design*. 2023;230:111991. https://doi.org/10.1016/j.matdes.2023.111991
3. Park G.-W., Shin S., Kim J.-Y., Koo Y.-M., Lee W., Lee K.-A., Park S.S., Jeon J.B. Analysis of solidification microstructure and cracking mechanism of a matrix high-speed steel deposited using directed-energy deposition. *Journal of Alloys and Compounds*. 2022;907:164523. https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2022.164523
4. Малушин Н.Н., Романов Д.А., Ковалев А.П., Осетковский В.Л., Бащенко Л.П. Структурно-фазовое состояние теплостойкого сплава высокой твердости, сформированного плазменной наплавкой в среде азота и высокотемпературным отпуском. *Известия вузов. Физика*. 2019;62(10(742)):106–111. https://doi.org/10.17223/00213411/62/10/106
Malushin N.N., Romanov D.A., Kovalev A.P., Osetkovskii V.L., Bashchenko L.P. Structural-phase state of a heat-

resistant alloy of high hardness formed by plasma surfacing in nitrogen medium and high-temperature tempering. *Izvestiya vuzov. Fizika*. 2019;62(10(742)):106–111. (In Russ.).
https://doi.org/10.17223/00213411/62/10/106

5. Александров Д.В., Александрова И.В., Иванов А.А., Малыгин А.П., Низовцева И.Г. Нелинейный анализ устойчивости затвердевания с областью фазового перехода. *Расплавы*. 2014;(2)27–40.

   Aleksandrov D.V., Aleksandrova I.V., Ivanov A.A., Malygin A.P., Nizovtseva I.G. Nonlinear analysis of the stability of solidification with a mushy zone. *Russian Metallurgy (Metally)*. 2014;2014(8):606–617.
   https://doi.org/10.1134/S0036029514080035
6. Александров Д.В., Александрова И.В., Иванов А.А., Стародумов И.О., Торопова Л.В. Направленное затвердевание с двухфазной зоной с учетом зависимости плотности жидкой фазы от температуры и концентрации примеси. *Расплавы*. 2020;(1):37–45.
   https://doi.org/10.31857/S0235010620010028

   Aleksandrov D.V., Aleksandrova I.V., Ivanov A.A., Starodumov I.O., Toropova L.V. Directional solidification with a two-phase zone taking into account the dependence of liquid phase density on temperature and impurity concentration. *Rasplavy*. 2020;(1):37–45. (In Russ.).
   https://doi.org/10.31857/S0235010620010028
7. Alexandrov D.V., Toropova L.V. The role of incoming flow on crystallization of undercooled liquids with a two-phase layer. *Scientific Reports*. 2022;12:17857.
   https://doi.org/10.1038/s41598-022-22786-w
8. Worster M.G. Natural convection in a mushy layer. *Journal of Fluid Mechanics*. 1991;224:335–359.
   https://doi.org/10.1017/S0022112091001787
9. Lahiri A., Choudhury A. Theoretical and numerical investigation of diffusive instabilities in multicomponent alloys. *Journal of Crystal Growth*. 2017;459:1–12.
   http://dx.doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2016.11.046
10. Sekerka R.F. Morphological stability. *Journal of Crystal Growth*. 1968;3-4:71–81.
    https://doi.org/10.1016/0022-0248(68)90102-4
11. Alexandrov D.V. Solidification with a quasiequilibrium mushy region: exact analytical solution of nonlinear model. *Journal of Crystal Growth*. 2001;222(4):816–821.
    https://doi.org/10.1016/S0022-0248(00)00960-X
12. Elsaid A., Helal S.M. Moving Taylor series for solving one-dimensional one-phase Stefan problem. *Alexandria Engineering Journal*. 2022;61(9):7121–7128.
    https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.12.055
13. Лыков А.В. *Теория теплопроводности*. Москва: Высшая школа; 1967;599.
14. Сергеев С.А. Математическое моделирование нестационарной теплопроводности кристаллизации частицы сферической формы в расплаве с движущимися границами. *Исследовано в России*. 2003;6:664–672.

    Sergeev S.A. Mathematical modeling of unsteady thermal conductivity of spherical particle crystallization in a melt with moving boundaries. *Issledovano v Rossii*. 2003;(6):664–672.
15. Chen M.W., Wang Z.D. The evolution and morphological stability of a particle in a binary alloy melt. *Journal of Crystal Growth*. 2023;607:127113.
    https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2023.127113
16. Формалев В.Ф., Рабинский Л.Н. О задаче типа Стефана с двумя нестационарно подвижными границами фазовых превращений. *Известия РАН. Энергетика*. 2014;(4):74–81.

    Formalev V.F., Rabinskii L.N. On a Stefan-type problem with two unsteadily moving boundaries of phase transformations. *Izvestiya RAN. Energetika*. 2014;(4):74–81. (In Russ.).
17. Карташов Э.М. Аналитические методы решения краевых задач нестационарной теплопроводности в областях с движущимися границами. *Инженерно-физический журнал*. 2001;74(2):171–195.

    Kartashov E.M. Analytical methods for solving boundary value problems of unsteady thermal conductivity in regions with moving boundaries. *Engineering and Physics Journal*. 2001;74(2):171–195.
18. Карслоу Г., Егер Д. *Теплопроводность твердых тел*. Москва: Наука; 1964;488.

    Carslaw H.S., Jaeger J.C. *Conduction of Heat in Solids*. London: Oxford University Press; 1947.
19. Лякишев Н.П. *Диаграммы состояния двойных металлических систем*. В 3 т. Т. 2. Москва: Машиностроение; 1997;1024.
20. Chen M.-W., Wang Y., Guo H. The effect of anisotropic surface tension on interfacial evolution of a particle in the binary alloy melt. *Journal of Crystal Growth*. 2019;510:32–39.
    https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2018.12.032

Сведения об авторах | Information about the Authors

Сергей Андреевич Невский, *д.т.н., доцент кафедры естественнонаучных дисциплин им. профессора В.М. Финкеля,* Сибирский государственный индустриальный университет
ORCID: 0000-0001-7032-9029
E-mail: nevskiy_sa@physics.sibsiu.ru

Людмила Петровна Бащенко, *к.т.н., доцент кафедры теплоэнергетики и экологии,* Сибирский государственный индустриальный университет
ORCID: 0000-0003-1878-909X
E-mail: luda.baschenko@gmail.com

Олег Александрович Перегудов, *к.т.н., проректор по молодежной политике и воспитательной деятельности,* Омский государственный технический университет
ORCID: 0000-0001-5154-5498
E-mail: Olegomgtu@mail.ru

Sergei A. Nevskii, *Dr. Sci. (Eng.), Assist. Prof of the Chair of Natural Sciences named after Professor V.M. Finkel,* Siberian State Industrial University
ORCID: 0000-0001-7032-9029
E-mail: nevskiy_sa@physics.sibsiu.ru

Lyudmila P. Bashchenko, *Cand. Sci. (Eng.), Assist. Prof of the Chair "Thermal Power and Ecology",* Siberian State Industrial University
ORCID: 0000-0003-1878-909X
E-mail: luda.baschenko@gmail.com

Oleg A. Peregudov, *Cand. Sci. (Eng.), Vice-Rector for Youth Policy and Educational Activities,* Omsk State Technical University
ORCID: 0000-0001-5154-5498
E-mail: Olegomgtu@mail.ru

Вклад авторов

С. А. Невский – постановка задачи, разработка модели движения границ раздела, обсуждение результатов.
Л. П. Бащенко – проведение расчетов, обсуждение результатов, оформление статьи.
О. А. Перегудов – обсуждение результатов, анализ литературных источников по задаче Стефана.

Contribution of the Authors

S. A. Nevskii – statement of the problem, development of a model of the section boundaries movement, discussion of the results.
L. P. Bashchenko – calculations, discussion of the results, design of the article.
O. A. Peregudov – discussion of the results, analysis of literary sources on the Stefan problem.

Поступила в редакцию 19.06.2023
После доработки 27.06.2023
Принята к публикации 28.06.2023

Received 19.06.2023
Revised 27.06.2023
Accepted 28.06.2023

Наукометрические показатели журнала

В 2017 году международная база данных Scopus возобновила индексирование журнала «Известия ВУЗов. Черная металлургия». На инфографике отражены текущие показатели.

Данные предоставлены сайтами https://www.scopus.com, https://www.scimagojr.com и https://www.scival.com

Над номером работали:

Л.И. Леонтьев, *главный редактор*

Е.В. Протопопов, *заместитель главного редактора*

Е.А. Ивани, *заместитель главного редактора*

Л.П. Бащенко, *заместитель ответственного секретаря*

Е.Ю. Потапова, *заместитель главного редактора по развитию*

О.А. Долицкая, *научный редактор*

Е.М. Запольская, *ведущий редактор*

А.О. Гашникова, *ведущий редактор*

В.В. Расенець, *верстка, иллюстрации*

Г.Ю. Острогорская, *менеджер по работе с клиентами*

Подписано в печать 25.10.2023. Формат 60×90 $^{1}/_{8}$. Бум. офсетная № 1.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 15,25. Заказ 18446. Цена свободная.

Отпечатано в типографии Издательского Дома МИСИС.
119049, Москва, Ленинский пр-кт, д. 4, стр. 1.
Тел./факс: (499) 236-76-17

Зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-35456.

Подписной индекс 70383.