



RUS | ENG

## Инновации в образовании

№ 11 • 2023

### НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ

Т.Ю. ДОРОХОВА

Математические методы распознавания состояния образовательной ситуации

В.М. ШВЕЦОВА

Система наставничества в образовании как эффективный социальный институт

Е.В. ПОЗДНЯКОВА

Методические аспекты формирования и диагностики метапредметных умений учащихся 5–9-х классов при обучении математике

**Е.В. Позднякова**, кандидат педагогических наук, доцент

### МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ И ДИАГНОСТИКИ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ 5–9-Х КЛАССОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

*Представлены некоторые методические аспекты проблемы формирования метапредметных умений учащихся 5–9-х классов в процессе математической подготовки: определены содержание и структура метапредметных умений, актуализировано понятие и проектирование метапредметного задания в форме кейса как средства развития и диагностики таких умений.*

**Ключевые слова:** обучение математике, технология кейсов, универсальные учебные действия, формирование и диагностика метапредметных умений.

Одной из многогранных задач учителя математики, в соответствии с требованиями ФГОС основного общего образования, является формирование метапредметных результатов (универсальных учебных действий), математической грамотности и креативного мышления. В примерных рабочих программах основного общего образования по учебному предмету «Математика» определены универсальные учебные действия (УУД) с учетом специфики математики, конкретизировано понятие функциональной математической грамотности как совокупности следующих умений: «распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов; выявлять математические зависимости и закономерности, формулировать их на языке математики; создавать математические модели; применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты» [1, с. 7]. Основой математической грамотности являются базовые математические знания, а также универсальные учебные действия. В процессе математической

подготовки школьников мы предлагаем сделать акцент на развитие *ключевых* универсальных учебных действий – специфических учебных действиях, выделенных из требований к метапредметным результатам обучения на основе анализа математической деятельности и обеспечивающих достижение предметных результатов по математике. Развивая данное положение, выскажем идею об объединении ключевых УУД в совокупность ключевых метапредметных умений (КМУ), что позволит оптимизировать состав УУД и снизить трудоемкость диагностики их развития. Метапредметные умения будем понимать как освоенные способы выполнения ключевых универсальных учебных действий, обусловленные системой мотивов и личностных смыслов, детерминирующие познавательную активность личности в процессе математической деятельности на основе усвоенных знаний и субъективного опыта; структуру ключевых метапредметных умений определим на основе структурно-семантического анализа (табл.1).

*Таблица 1*

**Структура и содержание ключевых метапредметных умений**

<b>Ключевые метапредметные умения</b>	
Познавательные	Проводить доказательные рассуждения и формулировать выводы; выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить экспериментирование по установлению особенностей математических объектов; выполнять действия по работе с информацией (осуществлять поиск в различных источниках, включая цифровые образовательные ресурсы, критически анализировать, сравнивать, обрабатывать и структурировать информацию); строить и исследовать математические модели
Коммуникативные	Использовать вопросно-ответные процедуры как инструмент познания в математике; владеть устной и письменной монологической речью на всех этапах математической деятельности; организовывать и осуществлять сотрудничество для решения учебной математической задачи
Регулятивные	Составлять план, алгоритм решения задачи и прогнозировать процесс ее решения; анализировать результат решения учебной математической задачи

Очевидно, что в теории и практике обучения математике возникает проблема выбора эффективных средств и методов формирования математической грамотности и ключевых метапредметных умений. Поиск решения указанной проблемы позволил выявить приоритет метапредметных заданий, которые могут быть предъявлены ученикам в форме кейсов, кве-

стов, проектных, исследовательских или диалоговых заданий. Заметим, что в действующих учебниках математики, алгебры и геометрии, а также в методических пособиях таких заданий явно недостаточно для организации систематического процесса формирования метапредметных результатов на всех ступенях обучения 5–9-х классов. Таким образом, проектирование метапредметных заданий, а также выбор и реализация соответствующих образовательных технологий становятся составляющими профессиональной деятельности учителя математики.

Метапредметное задание определим как задание, сформулированное в контексте предметного содержания (математика) и предполагающее для его выполнения наличие предметных знаний и метапредметных умений (ключевых универсальных учебных действий). Метапредметное задание представляет из себя серию задач – проблемных ситуаций, объединенных общим сюжетом и названием, по определенным дидактическим темам; позволяет учителю работать в нескольких направлениях – формирование: ключевых УУД, личностных результатов, предметных результатов, креативности. Проектирование такого задания опирается на следующие принципы: принцип приоритета креативного развития – нацеленность задания на создание нового продукта как результата творческой деятельности; принцип максимальной визуализации – наличие «клипового» формата заданий (лаконичный, ясный текст; эстетически привлекательное визуальное сопровождение – чертежи, рисунки, графики, схемы, динамические картинки и т.д.); принцип проблемности – наличие проблемной ситуации, неизвестного алгоритма решения, неопределенности условия, многовариантности решения; принцип метапредметности – нацеленность заданий на достижение метапредметных образовательных результатов, на формирование универсальных учебных действий; принцип цифровизации – применение цифровых образовательных ресурсов для решения задания. Деятельность по проектированию метапредметного задания может быть представлена следующими этапами.

1. *Этап целеполагания.* На данном этапе формулируется цель метапредметного задания в области предметных и метапредметных образовательных результатов. Определяются формируемые ключевые универсальные учебные действия и метапредметные умения, которые могут быть диагностированы с помощью проектируемого задания.

2. *Этап проектирования содержания задания.* Данный этап предполагает составление развернутого описания метапредметного задания на основе сформулированных принципов. Определяются элементы матема-

тического и/или интегрированного содержания, сюжетная линия; составляется информационный блок, вопросы-задачи к нему и образец решения задания.

3. *Этап проектирования деятельности обучающихся по решению задания.* На данном этапе определяются ведущие методы, приемы и формы обучения, используемые учителем в процессе работы над заданием.

4. *Этап проектирования оценивания результатов выполнения задания.* Данный этап подразумевает формулирование критериев оценивания предметных и метапредметных результатов, достигнутых в процессе выполнения задания.

В основе формирования ключевых универсальных учебных действий лежат следующие положения:

– содержание ключевых УУД определяется в соответствии с этапами и логикой математической деятельности концепции А.А. Столяра [2]: математизация эмпирического материала, логическая организация математического материала, применение математической теории;

– выделенные структурные элементы УУД объединяются в совокупность метапредметных умений;

– формирование метапредметных умений реализуется на разных уровнях, для которых определены критерии (*мотивационный, когнитивный, деятельностный, результативный*) и характеризующие их показатели;

– овладение ключевыми УУД, предметными знаниями и умениями индуцирует проявление обучающимся функциональной математической грамотности – способности проводить математические рассуждения и формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах;

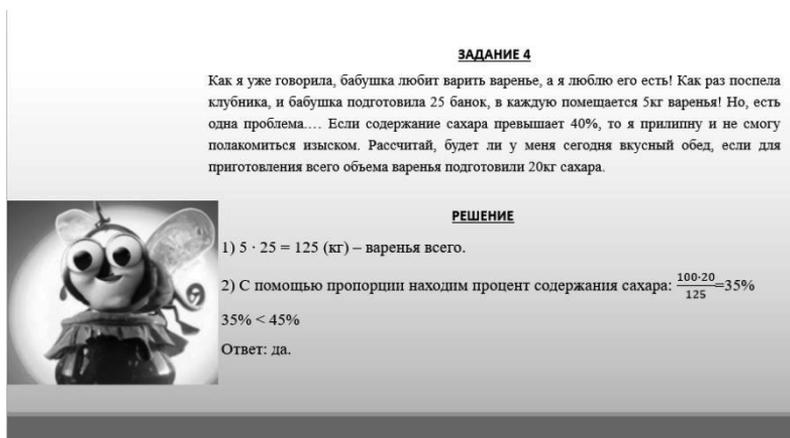
– формирование метапредметных умений реализуется в интеграции с развитием креативности обучающихся.

*Результаты.* Среди современных образовательных технологий, позволяющих реализовать указанные положения, мы выделяем кейс-технологию. Данная технология характеризуется ориентированностью на овладение навыками применения имеющихся знаний к конкретной ситуации, для решения проблемы, имеющей практическое значение. Многогранность данной технологии отражена в ее определениях: техника обучения, использующая описание реальных ситуаций, инструмент, позволяющий применить теоретические знания к решению практических задач [3];

метод коллективного анализа ситуаций [4]; инструмент онлайн-обучения [5]; форма интерактивного обучения [6].

В отечественных исследованиях проблема реализации технологии кейсов при обучении математике в системе основного образования рассматривалась в разных аспектах: проектирование и реализация математических кейс-заданий разных типов [7]; кейс-технология как средство формирования метапредметных образовательных результатов [8] и функционально-графической грамотности [9]; реализация прикладной направленности обучения математике [10].

Представим пример спроектированного диалогового метапредметного задания, предъявляемого учащимся в форме кейса (см. стр. 28-30).



**ЗАДАНИЕ 4**

Как я уже говорила, бабушка любит варить варенье, а я люблю его есть! Как раз поспела клубника, и бабушка подготовила 25 банок, в каждую помещается 5кг варенья! Но, есть одна проблема... Если содержание сахара превышает 40%, то я прилпну и не смогу полакомиться изыском. Рассчитай, будет ли у меня сегодня вкусный обед, если для приготовления всего объема варенья подготовили 20кг сахара.

**РЕШЕНИЕ**

1)  $5 \cdot 25 = 125$  (кг) – варенья всего.

2) С помощью пропорции находим процент содержания сахара:  $\frac{100 \cdot 20}{125} = 35\%$

$35\% < 45\%$

Ответ: да.

Рис. 1. Фрагмент презентации решения кейса

Данное задание предлагается для индивидуальной домашней работы для учеников 8-го класса и охватывает несколько дидактических тем; позволяет не только формировать метапредметные умения, но и оценить уровень их развития. Ученики, выполнившие задание, отметили его «забавный сюжет» и достаточную сложность решения, при этом наибольшую трудность вызвало построение математических моделей по сюжету задачи. Все учащиеся положительно оценили возможность художественной иллюстрации сюжетов заданий, представили рисунки к каждому заданию, однако более половины школьников воспользовались для рисования онлайн-сервисами, в том числе нейросетью. Свою работу ученики оформили в виде презентации; фрагмент одной из таких презентаций представлен на рис. 1.

**КЕЙС «ЛЕТНИЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ»**

**Целеполагание**

*Дидактические темы:* действия с рациональными числами, задачи на проценты, теорема Пифагора, действия с квадратным корнем.

*Метапредметные результаты:*

*Познавательные УУД*

Базовые логические: воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения; выявлять математические закономерности и взаимосвязи в наблюдениях и утверждениях; делать выводы; выстраивать аргументацию, обосновывать собственные рассуждения.

Базовые исследовательские: проводить исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой.

Действия по работе с информацией: анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи разнообразной графикой; интерпретировать и оценивать математические результаты в различных контекстах.

*Коммуникативные УУД*

Общение: корректно выражать свою точку зрения и комментировать результат; публично представлять результаты деятельности.

*Регулятивные УУД*

Самоорганизация: определять и формулировать цель деятельности, позволяющей решать поставленную задачу; составлять план действий (план реализации намеченного алгоритма решения); корректировать алгоритм решения задачи.

Самоконтроль: владеть способами самоконтроля, самопроверки процесса и результата решения математической задачи; прогнозировать процесс решения задачи; оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям задачи» [1, с. 11-13].

*Предметные результаты:*

- решать практико-ориентированные задачи, связанные с отношением величин, пропорциональностью величин, процентами; интерпретировать результаты решения задач с учетом ограничений, связанных со свойствами рассматриваемых объектов;

- выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, используя свойства корней;

- пользоваться теоремой Пифагора для решения практических задач [1].

*Математическая грамотность:*

- формулировать задачу на языке математики;

- применять математические понятия, рассуждения и инструменты для получения решения или выводов;

- размышлять над математическим решением или результатом, интерпретировать и оценивать их в контексте заданной проблемы.

*Личностные результаты:* способность к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений; способность к креативному мышлению.

*Диагностируемые метапредметные умения:* проводить доказательные рассуждения и формулировать выводы; выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить экспериментирование по установлению особенностей математических объектов; выполнять действия по работе с информацией; строить и исследовать математические модели; владеть письменной монологической речью на всех этапах математической деятельности; составлять план, алгоритм решения задачи и прогнозировать процесс ее решения; анализировать результат решения учебной математической задачи.

### Знакомство. Сюжет

Давайте знакомиться. Я – муха по имени Маня. Мой вес - 15 мг, длина моего тела - 6 мм, размах крыльев - 15 мм.



Живу я на дачном участке в поселке Ашмарино Кемеровской области. Тут такая прелестная кухня размерами 5 × 4 × 3 м! Вместе со мной живут хозяйки: бабушка и внучка. Бабушка стряпает пельмени, печет пироги и варит варенье, внучка собирает ягоду, лакомится горохом и играет с мыльными пузырями. Я днем тоже очень активная, люблю поесть, особенно ягоду и варенье, путешествую по деревьям, (особенно мне симпатичны две вишни, высотой 3,5 м и 2,5 м, растущие друг от друга на расстоянии 5м), катаюсь на мыльных пузырях, а по ночам сплю, как большинство людей. На чистом воздухе, с хорошим питанием и в приятной компании мы проводим вместе два теплых летних месяца, а осенью, когда наступают холода до +8, я засыпаю....

### Введение в проблему. Постановка заданий

Моя летняя жизнь полна приключений, иногда приятных, а иногда опасных... О них ты можешь узнать, выполняя предложенные задания. Я предлагаю тебе не только представить подробное решение, но и сделать рисунок к каждому сюжету. Ты можешь рисовать карандашами, красками или маркерами, а можешь использовать онлайн-сервисы. Тогда у тебя получится интересная математическая книжка с задачами и рисунками, которую ты оформишь в виде презентации.

#### Задание 1

Какова была численность моих родственников в Ашмарино 10 лет тому назад, если в настоящее время нас 300 тыс., а ежегодно прирост составляет 3,5%?

#### Задание 2

В дачном домике на кухне живет паук, который мечтает меня погубить. Если я сажусь в уголок отдохнуть, он старается доползти до меня и окутать своей клейкой паутиной. Найдите самый короткий путь от паука до меня, если паук сидит в нижнем углу комнаты и смотрит на меня, а я – напротив него, в противоположном верхнем углу. Ответ округли до десятых.

#### Задание 3

На моей даче очень много деревьев и кустов. Однажды я увидела паутину, натянутую между двумя вишневыми деревьями, и я очень захотела пройти по ней, как по канату. Когда я дошла до середины пути, паутина растянулась, и я опустилась на траву. На каком расстоянии от вишни высотой 3,5 м я «приземлилась»? Ответ запиши в метрах.

#### Задание 4

Как я уже говорила, бабушка любит варить варенье, а я люблю его есть! Как раз поспела клубника, и бабушка подготовила 25 банок, в каждую помещается 5 кг варенья! Но, есть одна проблема.... Если содержание сахара превышает 40%, то я прилипну и не смогу полакомиться изыском. Рассчитай, будет ли у меня сегодня вкусный обед, если для приготовления всего объема варенья подготовили 20 кг сахара.

**Задание 5**

Мне очень нравится кататься на мыльных пузырях! Здорово, когда мыльный пузырь летит, я на него сажусь на высоте 1,8 м, и мы летим вместе 10 секунд. Найди силу в [Н], с которой мой шарик ударяется о землю и лопаается, если его масса равна 1 г? Формулу силы можно записать в виде  $F = \frac{m \cdot \sqrt{2gh}}{t}$ , где  $m$  – масса [кг],  $g$  – ускорение свободного падения ( $10 \frac{м}{с^2}$ ),  $h$  – высота [м],  $t$  – время [с]. Ответ запишите в стандартном виде.

Для диагностики развития метапредметных умений нами были разработаны критерии сформированности таких умений (*когнитивный, деятельностный, мотивационный, результативный*) и определены их показатели. Пример критериев и показателей сформированности умения «выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить экспериментирование по установлению особенностей математических объектов» представлен в табл. 2.

Таблица 2

**Критерии и показатели сформированности метапредметного умения**

Ключевые метапредметные умения: выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить экспериментирование по установлению особенностей математических объектов	
Критерий сформированности умения	Показатели критерия сформированности умения
Когнитивный	Учащийся знает: пути и правила выдвижения гипотез разных видов (на основе наблюдения и экспериментирования, на основе индукции и дедукции, на основе аналогии); способы проверки и обоснования гипотезы в процессе математического исследования
Деятельностный	Учащийся выполняет: процедуру выдвижения гипотезы на основе наблюдения и экспериментирования по установлению особенностей математических объектов, в том числе с помощью программ динамической математики; процедуру выдвижения гипотезы на основе индуктивных или дедуктивных рассуждений; процедуру выдвижения гипотезы на основе аналогии; проверку гипотезы разными способами (рассмотрение частных случаев, моделирование, компьютерный эксперимент)
Мотивационный	Учащийся проявляет позитивное отношение и интерес к выдвижению и обоснованию гипотез разных видов (на основе наблюдения и экспериментирования, на основе индукции и дедукции, на основе аналогии)
Результативный	Учащийся демонстрирует: верное решение задачи с элементами исследования (на выдвижение и доказательство гипотезы); верное установление особенностей математического объекта на основе экспериментирования, в том числе с помощью программ динамической математики

Мы предлагаем вариативные методики оценивания развития метапредметных умений:

1. Оценивание развития метапредметных умений осуществляется в ходе наблюдения за деятельностью учащихся по решению метапредметного задания на каждом этапе работы над задачей. Общая логика прогресса развития УУД – это положительная динамика инициативности и самостоятельности, которые проявляет ученик при решении метапредметного задания.

2. Для самооценки развития универсальных учебных действий ученика используется анкетирование, в котором предлагается ответить, какие из перечисленных метапредметных умений у него развивались во время выполнения задания.

3. Для оценивания выделенных структурных элементов метапредметных умений используется система разноуровневых диагностических заданий; уровень сложности задания определяется совокупностью действий и мыслительных операций, необходимых для его решения, а также условиями выполнения действий. Такая методика предлагается, например, в исследовании [11] для проведения бипредметного мониторинга познавательных УУД обучающихся 7–9-х классов в процессе математической подготовки и может быть применена ко всем видам метапредметных умений.

Спроектированные в рамках нашего исследования метапредметные задания в форме кейсов были представлены на методических семинарах и курсах повышения квалификации учителей математики. Учителям было предложено провести оценивание по следующим критериям:

- 1) соответствие содержания задания сформулированной цели в области предметных и метапредметных образовательных результатов;
- 2) адекватность выбранных методов, форм и технологий обучения сформулированной цели и содержанию задания;
- 3) возможность выполнения задания в условиях групповой работы;
- 4) возможность реализации задания в цифровой образовательной среде;
- 5) эффективность задания в области развития мотивации и познавательного интереса к предмету;
- 6) оптимальность временного ресурса выполнения задания.

Оценивание проводилось по трехбалльной шкале: 2 балла – полное соответствие заявленному критерию; 1 балл – частичное соответствие заявленному критерию (имеются замечания); 0 баллов – задание не соответствует заявленному критерию. Всего в опросе приняли участие 38 человек.

Учителя достаточно высоко оценили метапредметные задания по критериям 1, 3 и 5 (95% – высший балл); наибольший процент оценивания высшим баллом зафиксирован по критерию 2 (97%). По критериям 4 (возможность реализации задания в цифровой образовательной среде) и 6 (оптимальность временного ресурса выполнения задания) учителя обратили внимание на тот факт, что использование цифровых образовательных ресурсов в процессе обучения требует тщательного планирования временного регламента, так как по действующим санитарно-эпидемиологическим требованиям к организации образовательного процесса общая продолжительность использования компьютера ограничивается 30 минутами для учеников 5–9-х классов. Таким образом, по данным критериям высший балл поставили 89% участников опроса. Следует отметить отсутствие оценки «0 баллов» по всем критериям. Результаты опроса представлены на диаграмме (рис. 2).

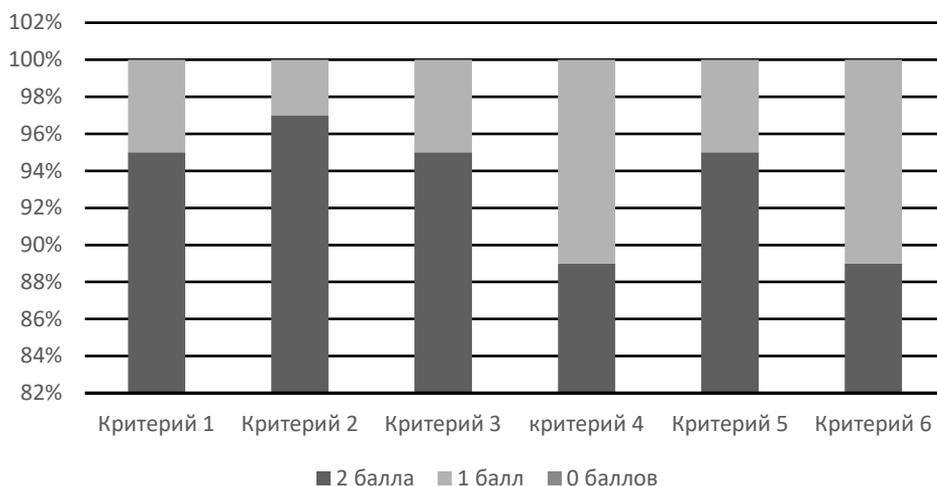


Рис. 2. Оценивание метапредметных кейс-заданий

Рассмотренные методические аспекты формирования и развития метапредметных умений учащихся 5–9-х классов в процессе математической подготовки включают:

- определение понятия, структуры и содержания ключевых метапредметных умений;
- актуализацию метапредметного задания как ведущего средства формирования и диагностики КМУ;
- актуализацию технологии кейсов на основе метапредметного задания и ее иллюстрацию на примере авторских заданий;

– описание методик оценивания развития метапредметных умений на основе выделенных критериев сформированности (когнитивного, мотивационного, деятельностного, результативного);

– описание результатов исследования методической ценности метапредметных заданий на основе опроса учителей математики Кузбасса.

Итогом проведенного исследования является вывод о перспективности проектирования разноуровневых метапредметных заданий для формирования и диагностики метапредметных умений учащихся 5–9-х классов с использованием интерактивных образовательных технологий и онлайн-сервисов при обучении математике.

### Литература

1. Примерная рабочая программа основного общего образования предмета «Математика», базовый уровень. М., 2021.

2. Столяр А.А. Педагогика математики. Минск: Вышэйшая школа, 1986.

3. Cameron A., Trudel M., Titah R., Leger P., Blakey P. The live teaching case: a new IS method and its application // *Journal of Information Technology Education*. 2012. Vol. 11.

4. Savery J.R. Overview of problem-based learning: Definitions and distinctions // *Interdisciplinary journal of problem learning*. 2006. Vol. 1.

5. Webb H.W., Gill G., Poe G. Teaching with the case method online: pure versus hybrid approaches // *Decision Sciences Journal of Innovative Education*. 2005. Vol. 3. iss. 2.

6. Hawes J. Teaching is not telling: the case method as a form of interactive learning // *Journal for Advancement of Marketing Education*. 2005. Vol. 6, Summer.

7. Дударева Н.В., Унегова Т.А. Методические аспекты использования метода «case-study» при обучении математике в средней школе // *Педагогическое образование в России*. 2014. № 8.

8. Смирнова Е.С. Использование кейс-технологии на уроках математики и информатики с целью формирования метапредметных образовательных результатов обучающихся // *Вестник Костромского государственного университета*. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2019. Т. 25. № 2.

9. Кириллова О.А., Пермякова М.Ю. Кейс-технология как средство развития функционально-графической грамотности учащихся // *Мир науки, культуры, образования*. 2019. № 1(74).

10. Эверстова В.Н., Эверстова Т.П. Кейс-технология как средство реализации прикладной направленности обучения математике учащихся 5–6-х классов // Современные наукоемкие технологии. 2018. № 6.

11. Шкерина Л.В., Гаврилюк А.С., Табинова О.А., Шашкина М.Б. Би-предметный мониторинг результатов освоения универсальных учебных действий обучающимися 7–9-х классов в процессе обучения математике // Перспективы науки и образования. 2020. № 2(44).

*Pozdnyakova E.V., PhD of Pedagogical Sciences, Associate Professor*

**SOME METHODOLOGICAL ASPECTS OF THE FORMATION AND  
DIAGNOSIS OF META-SUBJECT SKILLS OF 5TH - 9TH GRADE  
STUDENTS IN TEACHING MATHEMATICS**

Some methodological aspects of the problem of the formation of meta-subject skills of students of grades 5–9 in the process of mathematical preparation are presented: the content and structure of meta-subject skills are determined? the concept and design of a meta-subject task in the form of a case is updated as a means of developing and diagnosing such skills.

**Key words:** *teaching mathematics, case technology, universal learning activities, formation and diagnostics of meta-subject skills.*